





Δέξαιο ὀμπαλάνος σοφός υἱία
 γείνατο Κοσμάν, ἀρχιεπισβίτης
 τὸν μέγαν Οἰκονόμον.
 α ψ υ 5.

ΚΟΣΜΑ ΓΕΡΕΩΣ,
ΜΠΑΛΑΝΟΥ ΓΕΡΕΩΣ
ΒΑΣΙΛΟΠΟΥΛΟΥ.

Τῆ αἰδεσιμωτάτῃ, ἢ ἐπισημονικωτάτῃ μεγάλου
Οἰκονόμου καὶ διδασκάλου Ἰωαννίνων

ἘΚΘΕΣΙΣ ΣΤΗΝΟΠΤΙΚῆ

Ἀριθμητικῆς, Ἀλγεβρας, καὶ
Χρονολογίας.

Συντεθεισα μὲν ὑπὸ αὐτῆ πρὸς χάριν τῶν γνησίων
αὐτῆ φοιτητῶν, ἢ λοιπῶν φιλομαθῶν.

Προσφωτηθεισα δὲ τῇ φιλομέσῃ, φιλογενεῖ, ἢ φιλο-
πάτρειδι Εὐγενεστάτῃ ἀδελφότητι τῶν
Κυρίων

ΖΩΣΙΜΑΔΩΝ

ἢ καὶ ἀναλώμασι

νῦν πρῶτον τύποις ἐκδίδεται.

Ἐν Βιέννῃ, 1798.
Παρά ΜΑΡΚ. ΠΟΥΛΙΟΥ.

ΤΟΓΣ

ΤΙΜΙΩΤΑΤΟΙΣ ΚΑΙ ΕΥΓΕΝΕΣΤΑΤΟΙΣ
 ΚΤΡΙΟΙΣ, ΚΤΡΙΩ ΑΝΑΣΤΑΣΙΩ, ΚΤΡΙΩ
 ΝΙΚΟΛΑΩ, ΚΤΡΙΩ ΖΩΗ, ΚΤΡΙΩ ΜΙΧΑΗΛ
 ΖΩΣΙΜΑ, ΤΟΙΣ ΕΝ ΧΡΙΣΤΩ ΜΟΙ ΑΓΑΠΗ-
 ΤΟΓΣ ΚΑΙ ΠΕΡΙΠΟΘΗΤΟΙΣ, ΕΥΠΑΤΡΙΔΑΙΣ
 ΙΩΑΝΝΙΝΩΝ ΤΟΝ ΟΦΕΙΛΟΜΕΝΟΝ ΕΥΧΕ-
 ΤΙΚΟΝ ΑΣΠΑΣΜΟΝ ΑΠΟΝΕΜΩ, ΠΑΝ
 ΑΓΑΘΟΝ ΚΑΙ ΣΩΤΗΡΙΟΝ ΘΕΟΘΕΝ
 ΑΥΤΟΙΣ ΕΞΑΙΤΟΥΜΕΝΟΣ.

Οί περισσότεροι ἀπὸ ἐκείνης ὅπῃ δι-
 δυν εἰς τύπον βιβλία Ἀνέκδοτα συνη-
 θίζουν νὰ τὰ ἀφιερῶνουν δι' ἐπιστο-
 λῶν, εἰς ἐκεῖνο τὸ πρόσωπον, ὅπῃ ἤ-
 θελε φανῆ εἰς αὐτὰς ἀρμόδιον καὶ ἀρε-
 σόν· πλὴν ὅτι δὲν κινῶνται ὅλοι εἰς τῆ-
 το ἐκ μιᾶς καὶ τῆς αὐτῆς αἰτίας· ἐπει-
 δὴ μερικοὶ κάμνουν τῶν βιβλίων τὴν ἀ-

φιέρωσιν , διὰ νὰ παραστήσῃ τὴν εὐ-
 γνωμοσύνην ἔ τὸ χρέος , ὅπῃ ἔχεν
 εἰς ἐκείνους , ἀπὸ τῆς ὁποίας εὐεργε-
 τήθησαν , καὶ ἄλλοι διὰ νὰ δώσῃ ὑπό-
 ληψιν τῷ συγγράμματος , ἔ νὰ ἀπο-
 φύγῃ τὰ βέλη τῷ Μώμῃ ὅπῃ κατὰ
 πάντων ὁμοίως τοξεύονται· ἠξέευσεν οἱ
 τοῖστοι πόσον ἰσχύει μία πρόληψις ,
 σοχάζονται ἀκολούθως , ἂν καλὰ ὄχι
 μὲ ὀρθὸν ἔ ἀλάνθασον σοχασμὸν , ὅτι
 ἠθέλε φανῆ εἰς ὅλους δεκτὸν , ἐπαινετὸν
 ἔ ἄξιον ἐκεῖνο τὸ βιβλίον , ὅπῃ νὰ ἀ-
 φιερωθῆ εἰς κανένα ὑποκείμενον ἀξιο-
 ματικὸν , περιφανές , ἔ ὑπερκείμενον,
 ὑπολαμβάνει ὅτι τὸ βιβλίον εὐρισκό-
 μενον ὑπὸ τὴν πρῶσασίαν ἑνὸς τοῖστῃ
 ὑποκειμένου δὲν φοβεῖται ἐκείνους , ὅπῃ
 ἀπλῶς , ἔ ὡς ἔτυχε φέρονται ἐναντίον
 εἰς τὰ τῶν ἄλλων συγγράμματα , ἀ-

γωνιζόμενοι να ἀποδείξεν τὰς πόνους ἐ-
 κείνων ματαίως ἔ ἀνωφελεῖς· εὐρίσκον-
 ται ἔ εἰς τὰς καιρὸς μας, ἔ Μῶμοι,
 ἔ Ζώϊλοι ἔ Ἀρείσαρχοι, οἱ ὅποιοι ἔχον-
 τες βαμμένα μετὰ τὸ φαρμάκι τῷ φθό-
 νου τὰ σφβλερὰ αὐτῶν ὀδόντια, ὄρμῶν
 να καταξέχρισεν τῷ ἑνὸς ἔ τῷ ἄλλου
 τὰ συγγράμματα, κατηγοροῦντες πολ-
 λάκις ἔ τὸ ἀκατηγόρητον· ἐγὼ ὅμως
 ἀποδεχόμενος μᾶλλον ἐκείνης, ὅπῃ κάμ-
 νουν τὴν ἀφίερωσιν διὰ εὐγνωμοσύνην,
 παρὰ ἐκείνου ὅπῃ τὴν κάμνουν διὰ προ-
 φύλαξιν, ἢ φήμην τῷ συγγράμματος,
 ἔ τῷτο ἔκ ἀλόγως, ἔδὲ ὡς ἔτυχε,
 (ἐπειδὴ τὸ σύγγραμμα, ὅποῖον ἔ ἂν
 εἶναι, δὲν ἠμπορεῖ να ἀποφύγη ποτὲ
 τὸ ζύγι τῶν κριτικῶν, ἢ τὸ φαρμάκι
 τῶν φθονεσῶν·) ἔ ἐπιθυμῶντας να ἰδῶ
 τυπωμένα δύο φιλοπονήματα, τὸ μὲν

Ἀλλυγεβρικόν, τὸ δὲ Χρονολογικόν, διὰ
 νὰ σικώσω τὸν κόπον τῆς ἀντιγραφῆς
 ἀπὸ τῆς μαθητῶν, ἔτι νὰ τῆς κάμω
 προθυμοτέρους εἰς τὴν παραδόσιν, πρὸς
 χάριν τῶν ὁποίων τὰ ἐστύνθεσα, ἐσανι-
 σάμενος τὰ κυριώτερα ἀπὸ τῆς ἀρ-
 χαιοτέρης, καὶ νεωτέρης συγγραφῆς,
 λογιάζων πῶς ἤρα τὴν ποδομένην εὐ-
 καιρίαν, ὥστε νὰ παρασῆσω τὴν εὐγνω-
 μοσύνην ὅπῃ ἔχω εἰς τὴν ἀγάπην σας,
 ἔτι νὰ κοινολογήσω τὸ χρέος μου, μὲ
 τὸ ὅποσον εἶμαι ὑποχρεωμένος εἰς τὴν
 εὐεργετικὴν σας διάθεσιν· τίνι τρόπῳ;
 προσφέρωντας δηλονότι αὐτὰ μὲ τὴν
 χρεωσικὴν μου ταύτην ἀφίερωσιν εἰς τὴν
 κατά τε αἷμα ἔτι πνεῦμα ἀξίως ἠνωμέ-
 νην ὑμετέραν ἀδελφότητα, μὲ τῆς ὁ-
 ποίας τὰ ἔξοδα θέλουν τυπωθῆ, καὶ
 θέλουν εὐγῆ εἰς φῶς, ἐκεῖνα ὅπῃ ἔως

τώρα ἦτον Ἀνέκδοτα· ἀλλὰ τί; ἐκα-
 τόρθωσα ἐκεῖνο ὅπῃ ἤθελα; ἐτελείωσα
 ἐκεῖνο ὅπῃ ἔπρεπε; ἀπέδωκα ἐκεῖνο ὅπῃ
 ἐχρεωσῆσα; ὄχι, δὲν ἀποκοτῶ, ἢ νὰ
 εἰπῶ, ἢ νὰ γεράψω κανένα τέτοιον·
 ἀλλ' ὁμολογῶ ὅτι πάντοτε εἶμαι χρεώ-
 σης νὰ γνωρίζω τὴν χάριν, νὰ ἐπαινῶ
 καὶ νὰ κηρύττω εἰς ὅλας τὰ ἀξίεπαινώ-
 σας προτεγήματα, τὴν πρὸς Θεὸν λέ-
 γω εὐσέβειαν, τὴν πρὸς ἀλλήλους Φι-
 λαδελφίαν, τὴν ὑπὲρ τῶν συγγενῶν
 πρῶνοϊαν, τὴν πρὸς τὰς συμπολίτας
 συνδρομὴν, τὴν πρὸς τὰς ὁμοφύλους
 φιλανθρωπίαν, τὴν πρὸς τὰς δεομένους
 ἐπίσκεψιν, τὴν πρὸς τὰ καλὰ σύμ-
 πνοϊαν, καὶ λοιπὰς ἀρετὰς, ἀπὸ τὰς
 ὁποίας πηγάζει ὁ ἔνθερμος ζῆλος, ὅ-
 πῃ ἔχετε διὰ τὴν ἀνόρθωσιν τῆ ἑλλη-
 νικῆ γένους, διὰ τὴν καλλονὴν τῆς πα-

τρείδος, διὰ τὴν αὐξήσιν τῆς μαθήσεως,
 διὰ τὴν προκοπὴν τῶν φιλομαθῶν, διὰ
 παρηγορίαν τῶν δεομένων· αὐτὰ σᾶς
 ἐπαρεκίνησαν νὰ ἐξαπλώσητε δαψιλῶς
 τὰς χάριτάς σας, ἔς εἰς διδάσκοντας,
 ἔς εἰς διδασκομένους, ἔχοντες ἓνα ἔς μό-
 νον σκοπὸν τὴν ἐπίδοσιν τῶν μαθητιῶντων
 ἔς τὴν ἀνόρθωσιν ἔς βελτίωσιν τῆ ἀρ-
 χαίου ἔς πρώτου Ἑλληνικῆ σχολείου τῆς
 πατρίδος μας· περὶ τῆ ὁποίου ἴσως δὲν
 εἶναι ἀνάρμοςον νὰ σημειώσω μερικὰ κα-
 τὰ παρεκβασιν· εἰς αὐτὸ τὸ Σχολεῖον,
 ἀφ' ἧ οἰκοδομήθη ὑπὸ τῆ ποτὲ Πάνου
 Καραϊωάννου διὰ δαπάνης τῆ ἀειμνήστ
 Μάνου Γυίμα, ἐχρημάτισαν διδάσκα-
 λοι οἱ ἐφεξῆς· Βησσαρίων Ἱερομόναχος
 ὁ Μακεῆς ὁ ὁποῖος ἐσύνθεσε τὴν ἐπωφε-
 λεσάτην διὰ τῆς ἀρχαίους Γραμματι-
 κὴν, ἔς τὴν Ὁρθόδοξον ὁμολογίαν· Γε-

ὡς γίγνεται Ἰερεὺς ὁ Σουγδουεῆς ὅπῃ συνέ-
 γραψε τὴν Εἰσαγωγικὴν λογικὴν, τὴν
 Συμφωνίαν παλαιᾶς Διαθήκης ἔς Καινῆς,
 ἔς ἐγχειρίδιον τῆς Γραμματικῆς. Ἀ-
 ναστάσιος Ἰερεὺς παπᾶ βασιλείου, ὅπῃ
 μετέφρασε τὴν Μαθηματικὴν Εἰσαγω-
 γὴν, ἔς τὴν Λευχειμονῆσαν Ῥητορικὴν.
 Μεθόδιος Ἱερομόναχος ὁ Ἀνθρακίτης ὅ-
 πῃ συνέγραψε τὸ ἐπωφελὲς ἐκεῖνο βι-
 βλίον, ἔς ἡ ἐπιγραφή Βοσκὸς λογικῶν
 προβάτων, ἔς τὰς χριστιανικὰς διδασκα-
 λίας, ὁ ὁποῖος μετεκόμισεν ἀπὸ τὰ
 δυτικὰ μέρη εἰς τὴν ἑλλάδα τὰς Μα-
 θηματικὰς ἐπισήμας, ἔς μετέφρασεν,
 ὅπῃ πρὸ χρόνων εἶχον λείψη ἀπὸ αὐτῆν,
 φέρωντας ὡς ἂν μία μυριοφόρος ὄλκας
 διάφορα εἶδη ἐμπορίας. αὐτὰς ὁ ἐν Μα-
 καρίᾳ τῇ λήξει γενόμενος Μπαλάνος
 Ἰερεὺς Βασιλόπουλος, ὁ ἐμὸς πατὴρ

Ἐκ διδάσκαλος Μετέφρασεν εἰς τὸ Ἑλ-
 ληνικώτερον, ἀνέφραψεν, ἠΰξησεν, ἀ-
 νεπλήρωσεν, εἰς τύπον ἐξέδωκε, Ἐ πα-
 ρέδωκε φιλοπόνως εἰς τὰς ἐρασαὶς τῆς
 μαθήσεως ἐν αὐτῷ τῷ Σχολείῳ σχε-
 δὸν τεσσαράκοντα χρόνους χρηματίσας
 μετὰ τὸν Μεθόδιον διδάσκαλος, μὲ με-
 γάλην ὠφέλειαν τῶν διδασκομένων· ἀ-
 φίνω νὰ λέγω τὰ λοιπάτου φιλοπονή-
 ματα, τὰ ὁποῖα δὲν τὸ ἀπαιτεῖ ὁ πα-
 ρὼν καιρὸς, διὰ νὰ εὐγουν εἰς Φῶς· ἀπὸ
 αὐτὸ τὸ Σχολεῖον προῆλθε Μελέτιος,
 ὁ πρότερον μὲν Ἀῤῥθης, ὕστερον δὲ Ἀθην-
 ῶν ἀρχιεπίσκοπος ὅπῃ συνέγραψε τὴν
 Ἱστορικὴν Γεωγραφίαν, τὴν Ἐκκλησιασι-
 κὴν Ἱστορίαν, Ἐ γὰρ Ἀστρονομικὸν σύν-
 ταγματίον, γὰρ ὁποῖον σώζεται εἰς τὴν
 βιβλιοθήκην τῆς αὐτῆς Σχολείου Ἀ-
 νέκδοτον· Παρθεένιος Ἱερομόναχος ὁ Κατ-

ζέλης, τῶ ὁποίου φιλοπονήματα εἶναι
 τὸ Ἀποφθεγματάριον, ἔ τὸ Πεζὸν
 παροιμιασάριον· Θεόφιλος ὁ Καμπανίας
 ἐπίσκοπος, ὁ ὁποῖος μὲ γὰ νομικά, ἔ
 φιλολογικάτου συγγράμματα ὠφελεῖ
 ὕχι ὑλίγον ἐκείνους ὅπῃ τὰ μελαχειρί-
 ζονται· Γεώργιος Κωνσταντίνου, τῶ ὁποίου
 τὸ Λεξικὸν εἶναι τοῖς πᾶσι γνωστὸν, ἔ
 εἰς κάθε ἑλληνικὸν σπουδασήριον εὐρί-
 σκεται εἰς χεῖσιν ἐκείνων ὅπῃ γυμνά-
 ζονται τὴν ἑλληνικὴν διάλεκτον· καὶ
 τὸ θαυμαστὸν ὅλοι αὐτόχθονες ἔ βλα-
 σοὶ τῆς πατρίδος μας, ἔ ἐκ τῶ ἱεροῦ
 καταλόγου, ἔξω ἀπὸ τὸν λεξικοποιὸν
 Γεώργιον, ἔ ἄλλοι πολλοὶ, τῶ ὁποίους
 δὲν ἀπαριθμῶ, ἐπειδὴ εἶναι χρεῖα νὰ
 συντέμω τὸν λόγον, μαθηταὶ τρέφι-
 μοι τῶ αὐτῶ Σχολείου, τῶ ὁποίων ἂν
 ἔ δὲν ἐφάνηκαν μέχρι τῶδε συγγράμ-

ματα, ὅμως κάθε ἕνας μετέδωκε ἐκεῖ
 ὅπῃ εὐρίσκεται, ἔμεγαλίδει ἀφθόνως
 ἐκεῖνο ὅπῃ ἔμαθε, πολλαπλασιάζοντας
 τὸ κατὰ δύναμιν τὸ τάλαντον ὅπῃ ἔλα-
 βεν· εἰς αὐτὸ τὸ Σχολεῖον ἤδη εἰς ἕνα
 ὁλόκληρον αἰῶνα, λέγω, εἰς μίαν ἑκα-
 τονταετηρίδα συνεχῶς ἔαδιακόπως δι-
 δάσκειται πᾶν εἶδος μαθήσεως, ἔη ἡ
 ἐξθότης τῶν δογμάτων, ἔη ἡ κοσμιό-
 της τῶν ἡθῶν· αὐτὸ τὸ Σχολεῖον περισ-
 σότερον ἀπὸ κάθε ἄλλο προτέρημα ἔ-
 δεῖξε τὴν πατρίδα μας ἐξάκουσον, Ζη-
 λωτὴν, ἔη περίφημον· αὐτὸ τὴν ἑκα-
 με νὰ ἀμιλλᾶται μὲ τὰς Ἀθῆνας, ἔη
 νὰ ὀνομαδοῦν ἀπὸ ἐκείνους ὅπῃ διακρί-
 νουν τὰ τοιαῦτα ἄλλαι, ἡ νέαι Ἀθῆναι
 τὰ Ἰωάννινα· αὐτὸ ἐνὶ λόγῳ εἶναι τὸ
 μόνον καλὸν ὅπῃ ἔμεινεν ἀπαεράτρεπ-
 τον εἰς τὸν τόπον μᾶς· ἀλλὰ τί; αὐτὸ

τὸ Σχολεῖον ὅπῃ ἐσάθη τόσους χρόνους
 κατοικητήριον τῶν Μουσῶν, πηγὴ δαψιλε-
 σάτη, ἔδιδου διουγεςάτη τῆς διδασκαλίας,
 ὅπῃ ἐπότισε πολλὰς μὲ τὰ καθαράτης
 νάματα, ἔδειξεν ὡσάν κάποια
 δένδρα εὐθαλῆ διὰ τὰ προβάλλουν εὐ-
 δέστα ἀνθη, ἔδιδου γλυκυτάτους καρπούς,
 αὐτὸ λέγω, ἀφ' ἧ ἀπωροφανίδη ἀπὸ
 τῆς γονεῖς του, ἀφ' ἧ ἔχασε τοὺς προ-
 σάτας του, ἀφ' οὗ ὑπερήθη τοὺς κηδε-
 μόνας του, ἐκινδύνευσε τὰ χάσῃ ἔτι
 προτέραν κατάστασιν· ὡσε μετὰ τὴν ἀ-
 ποβίωσίν μου, καθὼς προσητέρα ὄχι
 ὀρθῶς ἐπρομάντευα, τὰ γένη ἄλλο τι
 προσητέρον, παρὰ Σχολεῖον ἔδιδου
 δασήριον· ὅθεν βλέπωντάς το εἰς τέτοιον
 τρόπον ἡμελημένον, καταφρονημένον,
 ἔδιδου τὰ μὴ εἰπῶ ἄλλο κἀνένα φορτι-
 κόν, ἀπροσάτευτον, ὡρησα πολλάκις

νὰ τὸ ἀφήσω μὴ δυνάμενος νὰ τὸ φυ-
 λάττω εἰς τὴν προσήκουσαν αὐτῷ καλ-
 λονὴν καὶ ἐπίδοσιν· ὅμως ἐπειδὴ αὐτὸ
 τὸ Σχολεῖον μὲ ἀνέθρεψε, μὲ ἐπαί-
 δευσε, καὶ μοι ἔδωκε νὰ ἦμαι ἐκεῖνο ὅπου
 εἶμαι, μάλιστα ἐπειδὴ διὰ αὐτὸ τὸ Σχο-
 λεῖον ἔλαβον καὶ κάποιας παραγγε-
 λίας, ἧς ὑποχρεώσεις πατρικᾶς, τὰς
 ὁποίας νὰ παρέβω, δὲν ἦγον ἀσφαλές,
 ἔμεινα εἰς αὐτὸ ὑπὲρ τῆς τεσσαρε-
 κοντα ἡδὴ χρόνης, ἀκολουθῶντας τὰ
 ἴχνη τῶν εἰρημένων αἰοιδίμων διδασκά-
 λων, ἧς παραδίδοντας τὰ συνήθη μα-
 θήματα, μὲ ἔλλειψιν τὸν περισσότε-
 ρον καιρὸν καὶ αὐτῶν τῶν πρὸς τὸ ζῆν
 ἀναγκαίων, καί τοι ζῶν μὲ ἄκραν λιγό-
 τητα· ἔλαβον πολλάκις ἧς ἀπὸ πολ-
 λῆς ἀχαριστίας ἀντ' εὐχαριστίας· ἦκουσα
 ἀφθόνως τῆς ψόγης ἀπὸ τῆς φθό-

νας, ἔ ἀπὸ ἐκείνης ὅπῃ προχειρῶς
 προχειρίζονται τὸ μὴ αἴγιον ὡς αἴγιον·
 μίαν καὶ μόνην παρηγορίαν εἶχον, τὴν
 εἰς Θεὸν ἐλπίδα, τῆ ὁποῖα ἡ δύναμις
 κατὰ τὸν ἔρανοβάμονα Παῦλον, ἐν
 ἀδενείᾳ γελειῖται· ὅμως τῶρα ἐγνώρισσα
 φανερά, ὅτι ἐκ ἀμελεῖται φιλόσοφος
 ἱερωμένος, ὡς ὁ σοφὸς Συνέσιος, τῶ-
 ρα ἐπληροφρήθην, ὅτι ὁ Θεὸς κήδεται
 καὶ τέττα τῆ Σχολείου, τῶρα ἐκατάλα-
 βα καλλίτερα, ὅτι ἡ εἰς Θεὸν ἐλπίς
 εἶναι ἀλάθαστος καὶ ἀκαταίχυντος, τῶ-
 ρα ἐβεβαιώθην ὅτι ἡ δεησίς μου ἔφθα-
 σεν εἰς τὰ ὦτα Κυρίας Σαββαΐθ· ἐπει-
 δὴ νεύοντας ἡ χάρις τῆ εἰς τὰς Καρδίας
 σας ἤγειρε τὸν ζῆλον ἔ τὴν προθυμίαν
 σας εἰς τέτοιον τρόπον, ὥστε νὰ σοχα-
 σθῆτε καὶ νὰ κατορθώσετε πράγματα
 κοινωφελῆ ἔ Θεάρετα, ἔ ὅ,τι λογιῆς

κἀνέννας ἀπὸ τῆς ὁμογενεῖς, ἕτε γὰ ἐ-
 σοχάσθη, πῶς ἠμπορεῶ νὰ εἰπῶ ὅτι τὰ
 ἑκατόεθωσε· τὰ πτωχὰ παιδία ἔχον-
 τα ἔ ενδύματα, ἔ βιβλία, ἔ συν-
 δρομὴν διὰ νὰ μάθῃν τὰ πρῶτα γεάμ-
 ματα, μὲ ἐλπίδα νὰ προχωρήσῃν καὶ
 εἰς ἀνώτερα Μαθήματα, ὁμολογῶν τὴν
 χάριν καὶ τοι ψελλίζοντα· οἱ ἐνδεεῖς Μα-
 θηταὶ τῶ Σχολείῳ ὁπῶ κερπῶνται τῆς
 ἐτησίης μισθῶς, καὶ παρηγορεῖν τὴν ἐν-
 δειαν, ἀπὸ τὴν ὁποῖαν οἱ περισσύτεροι
 ἀναγκαζόμενοι ἔμενον ἀγελεῖς εἰς τὴν
 μάθησιν, κηρύττων λαμπρῶ τῆ φωνῆ
 τὰς εὐεργεσίας· οἱ ἐν αὐτῶ ὑποδι-
 δάσκαλοι θαυμάζῃν τὴν καλοσύνησας,
 καὶ ἐνὶ λόγῳ οἱ ἐρασαὶ τῆς σοφίας, καὶ
 συνδρομηταὶ τῶ Σχολείου τὸ ὅποῖον ἀ-
 πολαμβάνει δαψιλῶς τὰς πλεονεξίας σας
 Χάριτας, καὶ κατ' ὀλίγον ὀλίγον προ-

χωρεῖ εἰς καλλιτέραν μορφήν καὶ σύστα-
 σιν, διὰ τῆς καλῆς σας συνδρομῆς καὶ
 ἐπιανορθώσεως, καὶ τῶν ἐξόδων, ὅπως
 κάνετε διὰ τὴν προκοπὴν τῶν φιλομα-
 θῶν καὶ τὴν ἐπίδοσιν, σὰς πλέκων τῶν
 ἐγκωμίων τὸν Στέφανον· ἐγὼ δὲ καὶ
 μὴ ὅλον ὅπως εἶμαι ἕνας καὶ πρῶτος ἀπὸ
 αὐτῶν, καὶ ἐπιθυμῶ νὰ εἶχον περισσο-
 τέραν δύναμιν διὰ νὰ ἐκφράσω μὲ καλλι-
 λύτερον τρόπον τὰ πράγματα, ἀποβλέ-
 πωντας εἰς τὴν ὑμετέραν ταπεινοφροσύ-
 νην καὶ μετριοφροσύνην δὲν ὑπερβαίνω τὰς
 ὄψεις τῶν ἐπαίνων, ὅτι δὲν εἶναι αὐτὸς
 κατὰ τὸ παρὸν ὁ σκοπός μου, ἀλλὰ διὰ
 νὰ παραστήσω εἰς ὅλους τὸ χρέος μου,
 δὲν ἀποδοκιμάζω πάλιν τὸ μέτριον ἀπὸ
 τὸ ὁποῖον κινήμενος προσφέρω μὲ ὅλην
 τὴν ὀφειλομένην εὐγνωσύνην εἰς τὴν ἀγά-
 πην σας τὰ δύο ταῦτα φιλοπονήματα,

καὶ παρακαλῶ νὰ γὰ δεχθῆτε φιλο-
φρόνως καὶ εὐμενῶς, καὶ νὰ γὰ περι-
θάλητε ὡς βλασφημίαι, ἢ καρπὸς
τῆς Σχολείου ὁπῶ συσαίνετε· διὰ δὲ τῆς
γῆτος σύσασιν καὶ περιποίησιν ἔχετε μὲν
παρὰ τῶν ἀνθρώπων τὸν ἔπαινον, καὶ
αἰώνιον τὸ Μνημόσυνον, παρὰ δὲ τῆς μι-
σαποδότου Θεῶ καὶ ἀντιβραβεύοντος ἀ-
ξίως τῶς οἰκειωμένους αὐτῶ διὰ τῆς μι-
μήσεως τὰς προσηκῆσας καὶ ἀπεκδεχο-
μένας ὑμᾶς ἀντιμιθίας καὶ ἀμοιβᾶς,
ἔντε τῶ νῦν αἰῶνι καὶ ἐν τῶ μέλλοντι.

α ψ υ ε. Ματθ. κα΄

Τῆς ὑμετέρας εὐεργετικωτάτης
εὐγενείας πρὸς Θεὸν εὐχέ-
της διαπρύσιος.

Κοσμᾶς Ἱερεὺς
Βασιλόπουλος ὁ Οἰκονό-
μος Ἰωαννίνων καὶ Διδά-
σκαλος.



ΠΡΟΟΙΜΙΟΝ.

Αὶ ἀπλήθεσαι καὶ σοχειώδεις πασῶν τῶν ἄλλων ἐπισημῶν, ἀριθμητικῆ, ἢ γεωμετρία ὑπάρχουσιν· ἐνασχολεῖται δὲ, ἢ μὲν περὶ τὸ διωρισμένον, ἢ δὲ περὶ τὸ συνεχὲς ποσόν, δι' ἀρχῶν αὐτοπίστων τὰ ἴδια πάθη κατὰ τῆ οἰκεία ἐπισητῆ ἑκατέρω συνάγασα· αἷς περ, οἰονὲ δυσὶ πτέρυξι, κατὰ τὸν θεῖον Πλάτωνα ὁ ἀνδρώπιος νῆς πρὸς τὴν ἀλήθειαν φέρεται· ὅς δὴ καὶ διάτοι τῆτο τὸν ἀνδρωπον σοφώτατον εἶναι τῶν ἄλλων ζώων ἔλεγεν, ὅτι οἶδεν ἀριθμεῖν. τέτων εὐρετὰς οἱ πάλαι κοινότερον παραδιδόασιν Αἰγυπτίως, ἢ Φοίνικας· τοῖς μὲν γὰρ Αἰγυπτίοις διὰ τὴν ἀνοδὸν τῆ Νεῖλε, τὴν γῆν αὐτῶν πελαγίζοντος, ἢ τὰς τῶν χωρίων ὄρεας ἀφανίζοντος, γεωμετρίας ἢ γεωδαισίας πρὸ τῶν ἄλλων ἐδέησε· τοῖς δ' αὖ Φοίνιξιν ἀριθμητικῆς διὰ τὰς ἐμπορίας, ἢ τὰ συναλλάγματα· εἰμήπε τις εἶπε τέτους τε κἀκείνους ἐκδιδασθῆναι ταύτας ὑπὸ τῆ Πατριάρχῃ Ἀβραάμ, ἐν γῆς Χαλδαίων ἐκεῖσε μεταναστεύσαντος, ὡς ἰσορεῖ ὁ Παμφίλος Εὐσέβιος· ἐξ Αἰγύπτου δὲ, ἢ Φοινίκης διὰ Θαλῆ, ἢ Πυθαγόρου διέβησαν ἢ εἰς Ἕλληνας· ἀλλ' ἔτοι πολλῶ τῶ μέτρω ἐκεῖ-

νης ὑπερηκόντισαν, καὶ σὺν πολλῷ τόκῳ τὸ δάνειον ἀποδεδώκασιν· ταῦτ' ἄρα εἰκότως τοῖς πλείοσι πατέρες τέτων, κατὰ δὴ καὶ τῶν ἄλλων ἐπιστημῶν, καὶ ἐνομιώθησαν, καὶ ἄνομάσθησαν· οἱ μὲν ἔν ἀρχαίοι καὶ τὰ ἀναλυτικῆς μεθόδου ἐχόμενα, ἧς πατέρας οἱ πλείοσι Πυθαγόραν, καὶ Πλάτωνα ἀνακηρύττουσιν, ἀριθμητικὰ προσηγόρευον, ὡς δηλοῖ τὰ τῆ Διοφάντη, ὅσα σώζεται, τὰ λοιπὰ μετὰ καὶ ἄλλων πολλῶν τῆς πικρᾶς τυραννίδος, καὶ τῆ τῆς δαλείας ζυγῆ, οἴμοι, ἐξαφανίσαντος, ἢ τῆ Φθόνου ἐν παραβυσσῷ περ κεῖσθαι παρασκευάσαντος· οἱ δὲ νεώτεροι τῶν ἐσπερίων γενῶν, οἷς τῆς μεθόδου ταύτης ἐμέλησε, καίτοι τῆ τῆς ἀναλύσεως ὀνόματος ἐπιλαθέσθαι ἔκ ἔχοντες, ἀλλ' ὅταν δέη, καὶ τῆτω χρώμενοι, κοινότερον μὲν τοῖ ἐκ Φύλῳ ὀνόματι ἠξίωσαν ἀποκαλεῖν Ἀλγγεβραν. Φασὶ γὰρ πρὶν ἀπίδειν σφᾶς εἰς τὰ τῆ Διοφάντη, ἐκ τῶν Ἀράβων παραλαβεῖν ταύτην τὴν μέθοδον, ἠνίκα ἐγκρατῆς ἐκείνου τῆς Ἰσπανίας ἐγένοντο, καὶ ὡς πολὺ παραλλάτθισαν τῆς τῶν ἐλλήνων ἀναλυτικῆς μεθόδου, τὸ ἀραβικὸν ἐκεῖνο διατηρῆσαι ὄνομα· ὃ σημαίνει μέθοδον ἀναγωγικὴν. διὰ τινῶν γὰρ ἰσώσεων, καὶ προσαφαιρέσεων ἀνάγει τῆς μεινόντας αὐτὴν εἰς εὐρεσιν τῆ ζητημένης, καὶ θῆραν τῆ ἀληθείας, ἢ περὶ τὸ διωρισμένον μόνον καταγινομένη ποσὸν, ὡς περὶ ἢ ἀριθμητικῆ· ἀλλὰ περὶ τὸ ἀπλῶς ποσὸν, καὶ ὅσα ὑπὸ τὸ ποσὸν ὑπάγεται, ὅσον εἰπεῖν γραμμαῖς, ἐπιφανείας, διασήματα, καὶ συνελόντα Φᾶναι, ὅσα αὐξήσιν, καὶ μείωσιν ἐπιδέχεται. ἦν δὴ καὶ λίαν ἐξαίρεσιν οἱ πλείοσι αὐτῶν, θεῖαν ἐπονομάζοντες, καὶ κολοφῶνα τῆς ἀνθρωπίνης μαθήσεως.

Τέως μὲν ἔν τὰς πράξεις διὰ τῶν ἀριθμητικῶν
 χαρακτήρων ἐπέβαινον· ἕως Φραγγίσκος Βιέτης κελ-
 τὸς τὸ γένος ἀντὶ τούτων τοῖς τῆ ἀλφαβήτῃ σοιχείοις
 ἐχρήσατο, διὰ τὸ γίνεσθαι ἐν αὐτῇ τὰς πράξεις διὰ τῶν
 σοιχείων εὐχερέστερον τε καὶ ἀπονώτερον. Περὶ ταύ-
 τῃς τοίνυν τῆς ἐπισήμης, ὡς ἐν τοῖς κατ' ἡμᾶς ἔχει
 χρόνοις, καὶ μοι πρόκειται, βραχέα τινα περὶ ἀριθ-
 μῶν προανακερυσσάμενα, σοιχειώδη τινα τοῖς μαθη-
 τιῶσι παραδόναι διδασκαλίαν, ὡς ἐνι, συντετμημένως
 καὶ σαφῶς, καὶ εἰσαγωγικοῖς μᾶλλον προσήκυσαν. τοῖς
 δ' ἀκορῆσως ἔχουσι περὶ τὰ τοιαῦτα ἔξει τὰ πλείω
 ἀναλεξαοὶ παρ' ἄλλων, πλατύτερον, καὶ τελεώτερον
 περὶ τῆς ἐπισήμης ταύτης διεληφόντων.

Ὅσον δὲ τὸ χεῖσιμον, ἔ χαλεπὸν ἐστὶ κατιδεῖν.
 Εἰ γὰρ ἀπλῶς ἡ ἀριθμητικὴ πρὸς τὰς λοιπὰς ἐπισή-
 μας ὑπάρχει λυσιτελής· πρὸς πάσας γὰρ ἡ κατ' αὐ-
 τὴν χρῆσις ἐκπέχεται· ἐπὶ δὲ καὶ πρωτίτη ἀπασῶν, δι-
 ὅ καὶ α'. εἰς διδασκαλίαν προτίθεται. ἔδεν ἦττον, εἰ-
 μὴ καὶ μᾶλλον τοιαύτη ἐστὶ, περὶ ἧς ὁ λόγος ἐνταῦθα,
 ἅ τε δὴ ἔ μόνον, ὅσα καὶ ἡ ἀριθμητικὴ, χορηγῆσα ἡ-
 μῖν, ἀλλὰ καὶ ὧν ἐκ ἐξικνεῖται αὐτῇ, καὶ ἐπ' ἐκεῖνα εὐ-
 χερώς ποδηγετῆσα, καὶ ἀναβιβάζουσα.

Μονάς ἐστὶ, κατ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐν λέγεται·

Ἀριθμὸς δὲ, τὸ ἐκ μονάδων συγκείμενον πλῆθος.

Περὶ τῆς κατ' εἶδος σημασίας.

Διχῶς σημαίνονται οἱ ἀριθμοί, ὀνόμασι δηλοῦσθαι,

καὶ χαρακτῆρες· καὶ ὀνόματα μὲν εἰσι τὰ ἕν, δύο, τρία, καὶ τὰ λοιπὰ ἀριθμητικὰ ὀνόματα. χαρακτῆρες δὲ ὁ 1, ὁ 2, ὁ 3, καὶ οἱ λοιποὶ, δέκα ὄντες οἱ πάντες, καὶ κοινότερον Κύφραι καλούμεναι· ἰδίᾳ δὲ ὁ α'. ζῆρος, ὡς ὁρᾶς, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 ὧν ὁ μὲν 0, ἕδενός ἐστι σημαντικὸς, εἰ καὶ προσκειμένος τοῖς ἄλλοις, συσημαντικὸς γίνεταί· ὁ 1, τῆς μονάδος, ἢ τῆ ἐνός, ὁ 2, τῶν δύο, ὁ 3, τῶν τριῶν, καὶ ἕτερός τις ἄλλη τινὸς μέχρι τῆ ἐννέα, τῆ δὲ δέκα ὁ 1, μετὰ τῆ 0, τῆ εἴκοσι ὁ 2, τῆ τριάκοντα ὁ 3, καὶ ἄλλη ἄλλος, τὸν αὐτὸν 0, ἔχοντες αὐτοῖς προσκειμένον· τῆ ἑκατὸν ὁ αὐτὸς 1, δις τὸν 0, ἔχων προσκειμένον, τῆ χίλια, τρεῖς, καὶ ἕτερος τινὸς, πλεονάκεις. Ἐπεὶ δὲ τάτε πρῶτα ὀνόματα τῶν ἀριθμῶν, καὶ αἱ κύφραι, ἔχ ὑπερβαίνουσι τὸν δέκα· τὰ γὰρ ἑνδεκα, ἕδιν ἄλλο εἰσὶν, ἢ δέκα καὶ ἕν, τὰ δώδεκα δέκα καὶ δύο, καὶ ἐπὶ τῶν ἐξῆς τὸ τοιοῦτον σαφέστερον ὡσαύτως τὰ εἴκοσι δεκάδες δύο, τὰ τριάκοντα τρεῖς, τὰ ἑκατὸν δεκάδες δέκα, τὰ χίλια ἑκατὸν, διὰ τοι τῆτο δοκεῖ τοῖς πλείοσιν, ὅτι οἱ πρῶτοι ἀνδρωποὶ τοῖς δακτύλοις τῶν χειρῶν ἐπὶ τῆς ἀριθμώσεως ἐχρήσαντο· τεκμήριον δὲ τέτα, ὅτι πάντα τὰ ἔθνη μέχρι τῆ δέκα διήκοντα, δι' ἐπαναλήψεως ἀριθμῶσιν ἐφεξῆς.

ὑποσημείωσις ἢ Σχόλιον.

Τὰς κύφρας ταύτας εὐρήματα τῶν Ἰνδῶν οἱ πλείους εἶναι ἐθέλουσι, παραλαβεῖν τε ἐξ αὐτῶν τὴν Αἰθαβας, καὶ ἀγαγεῖν εἰς τὴν Ἰσπανίαν περὶ δὲ τὸ

ἐνακοσιοςὸν ἐνενηκόςον ἑνατον ἔτος τὸ σωτήριον εἰσαχθῆναι ἅ. εἰς τὰς Γαλλίας διὰ τινος μοναχῆ, Γελβέρτου καλεμένου, τῷ ὕστερον εἰς τὸν Παπικὸν ἀναχθέντος θρόνον, καὶ δι' αὐτὸ τῆτο κατὰ τι ἐπικρατήσαν ἔδος Σιλβέστρου μετονομαθέντος, καὶ κεῖθεν ἀφικέσθαι εἰς τὴν Ἰταλίαν ὑπ' ἄλλων, ἔσχατον δὲ καὶ εἰς ἡμᾶς ἅς πάντες ἠσπάσαντο, ἀφέντες τὰς πατέρας ἑκασοῖ χαρακτῆρας τῶν ἀριθμῶν, διὰ τὸ εὐχερέστες εἶναι περὶ τὰς πράξεις τὰς ἀριθμητικὰς.

Περὶ τῆς κατὰ ποσότητα σημασίας τῶν Κυφρῶν.

Ἄλλ' εἰ καὶ ἡ κατ' εἶδος σημασία τῶν κυφρῶν κατὰ τὰ πρόθεν εἰρημμένα ὄρεται ἄριστος μὲν τοι τυγχάνει ἡ κατὰ ποσότητα σημασία τῶν αὐτῶν ἥτις λαμβάνεται ἀπὸ τῆς τάξεως, καὶ τῆς κατὰ τόπον θέσεως· ἔ γάρ τὸ αὐτὸ καὶ ἴσον σημαίνει, τῆδε καὶ κείσε κεκμένη ἐκείνη τῶν κυφρῶν· ἀλλ' ἡνίκα ἦτοι καὶ ἑαυτὴν κεῖται, ἢ τὸν ἅ. κατέχει τόπον, δεξιόθεν γινομένης τῆς ἀρχῆς, μονάδων ἐστὶ σημαντικῆ, τὸν β'. δὲ, δεκάδων, τὸν δὲ γ'. ἑκατοντάδων, τὸν δὲ δ'. χιλιάδων, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως. οἷον κείδω ἢ β'. κύφρα, εἰρημὸν προϊούσα δωδεκάκις. καὶ ἔσαι κατὰ συνθήκην τῶν ταξαμένων αὐτὰς, ἐν μὲν τῷ πρώτῳ τόπῳ μονάδος σημαντικῆ, ἐν δὲ τῷ β'. δεκάδος, ἐν δὲ τῷ γ'. ἑκατοντάδος, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἄλλε τινὸς μέχρι τῷ ἔσχατε, ἐν ᾧ ἑκατοντάδος χιλιάδος τῶν χιλιάκις χιλίων, ἢ ὡς ἕτεροι, ἑκατοντάδος χιλιάδος τῷ μιλιο-

νία εύρεσεται σημαντική, ὡς ἐπὶ τῆ ὑπόψιν καθο-
 ρᾶται σχηματισμῶ, ἢ ὡς ἐπὶ τῆς παρῆσης καθορᾶ-
 ται τάξεως. τινὲς δὲ προϊόντες διλλιόνια, ἢ τριλλιό-
 νια ἀριθμῆσιν ἡμεῖς δὲ τῇ ἄξει τῆ δώδεκα ἀρεκεθη-
 σόμεθα προόδω, μηδὲ ὡς τὰ περαιτέρω πολυπραγμο-
 νοῦντες.

Ι Ι Ι Ι Ι Ι Ι Ι Ι Ι Ι Ι

μονάς.
 δεκάς.
 ἑκατοντάς.
 μονάς χιλιάδος.
 δεκάς χιλιάδος.
 ἑκατοντάς χιλιάδος.
 μονάς τῶν χιλιάκισ χιλίων.
 δεκάς τῶν χιλιάκισ χιλίων.
 ἑκατοντάς τῶν χιλιάκισ χιλίων.
 μονάς χιλιάδος τῶν χιλιάκισ χιλίων, ἢ μονάς μυλλιοῖς.
 δεκάς χιλιάδος τῶν χιλιάκισ χιλίων, ἢ δεκάς χιλιάδος μυλλιοῖς.
 ἑκατοντάς χιλιάδος τῶν χιλιάκισ χιλίων, ἢ ἑκατοντάς χιλιάδος μυλλιοῖς.

Ἡ ἢ ἔτω.

ταπτομένης
 τῆς γ' καὶ δ'.
 κύφρας.

2	3	2	2	2	3
.	τρία
.	εἴκοσι.
.	διακόσια.
.	δύο χιλιάδες.
.	τριάκοντα χιλιάδες.
.	διακόσιαι χιλιάδες.

Τῶτων τοίνυν ἔτω κειμένων, ἐξάδιον τὰς κατὰ πο-
σότητα σημασίας τῶν κυφρῶν εὐρεῖν, καὶ τὸν δοθέν-
τα ἐξημενεῦσαι ἀριθμὸν. ἐπὶ γὰρ τῷ προεκτεθέντος
ἀριθμῷ ἐρεῖς συγκεῖσθαι αὐτὸν ἐκ διακοσίων τριάκοντα
δύο χιλιάδων, καὶ διακοσίων εἰκοσι τριῶν μονάδων.

Περὶ συνάψεως ἀριθμητικῆς.

Σύναψις ἀριθμητικὴ ἐστὶ δύω, ἢ πλείονων ἀριθ-
μῶν εἰς ἓνα ἀριθμὸν ἔνωσις.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Α΄.

Δύω, ἢ πλείονων δοθέντων ἀριθμῶν, τὸν ἐξ αὐ-
τῶν συγκεῖμενον εὐρεῖν.

Ἐψωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ὁ α, καὶ β, καὶ
γραφήτωσαν εἰρηδόν, ὥστε τὰς ταυτοσημάντους κύ-
φρας συστοιχεῖν ἀλλήλαις, λέγω τὰς σημαντικὰς τῶν
μονάδων ταῖς τῶν μονάδων σημαντικαῖς, τὰς τῶν δε-
κάδων ταῖς τῶν δεκάδων, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.
εἶτα συναπτέσθωσαν αἱ μονάδες ταῖς μονάσι, αἱ δε-
κάδες ταῖς δεκάσι, καὶ ἔτως ἐξῆς. κἂν μὲν τὸ συμπο-
σούμενον ἐκ τῶν μονάδων ἔχῃ ὑπερεκπίπτῃ τῷ δέκα,
καὶ τὸ ἐκ τῶν δεκάδων τοῦ ἑκατὸν, καὶ τῶν ἄλλων
ἑκαστον τῷ πρὸ αὐτῷ, ὡς ἐπὶ τῷ α΄. ὑποδείγματ' ὅ.
Γραφήτωσαν αἱ μὲν μονάδες ὑπὸ τῷ εἰχῶ τῶν μο-
νάδων, αἱ δὲ δεκάδες ὑπὸ τῷ τῶν δεκάδων, καὶ αἱ ἑκα-
τοντάδες ὑπὸ τῷ τῶν ἑκατοντάδων. εἶδὲ ὑπερεκπίπτει,
ὡς ἐπὶ τῷ β΄, ἢ μὲν ὑπεροχὴ γραφήτω ἐν τῷ οἰκείῳ
τόπῳ, τὸ δὲ λοιπὸν συναφθήτω τῷ πρὸ αὐτοῦ,

οἷον ἐπεὶ 2, κὶ 6, ποιῶσιν 8, γεα- ὑπόδειγμα α'.
 Φήτω ἐν τῷ α'. εἰχω ὁ 8· αὖθις 4356. α.
 ἐπεὶ 1, καὶ 5, ποιῶσιν 6, γεαΦήτω 3312. β.
 ἐν τῷ β'. ὁ 6, διὰ τὸν αὐτὸν λόγον 7068. γ.
 ἔτι ἐν τῷ γ'. ὁ 6, κὶ ἐν τῷ δ'. ὁ 7. ἵνα γένηται ὁ
 γ. ἑπτὰ χιλιάδων, κὶ ἑξακοσίων ἑξήκοντα ὀκτὼ σημαν-
 τικὸς, ὑπὸ τῶν α,β, συγκελμενος.

Αὖθις ἐπὶ τῷ β'. ὑποδείγματος ἐπεὶ 4, καὶ 9,
 ποιῶσι τὸν 13, ὁ δὲ 13, ὑπερεκπίπτει τῷ 10, ἢ μὲν
 ὑπεροχὴ ὁ 3, γεαΦήτω ὑπὸ τὰς μονάδας, ὁ δὲ δέκα,
 ὁ αὐτὸς ὢν μιᾷ δεκάδι, συναΦθήτω ταῖς δεκάσι, κὶ
 ἐπεὶ 1, καὶ πέντε κὶ 8, ποιῶσι δεκατέσσαρας δεκάδας,
 γεαΦήτω ὁ 4, ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὁ δὲ 10, ἦτοι αἱ
 δέκα δεκάδες, ἴσαι ἔσται μιᾷ ἑκατοντάδι, συναΦθή-
 τωσαν ταῖς ἑκατοντάσι, ἐξ ὧν συμ- ὑπόδειγμα β'.
 ποσουμένων 15, ἑκατοντάδων, αἱ μὲν 4689. δ.
 πέντε ἑκατοντάδες τεθήτωσαν ὑπὸ 3854. ε.
 ταῖς ἑκατοντάσι, αἱ δὲ δέκα, τέττες
 χιλιάς μία συναΦθήτω ταῖς χιλιά- 8543. ζ.
 σι, κὶ γενήσεται ὁ ζ. ἀριθμὸς, ὀκτὼ χιλιάδων, κὶ πεν-
 τακοσίων τεσσαράκοντα τριῶν μονάδων περιεκτικός.

Ἐὰν δὲ τὸ συμποσόμενον ἔτε ἕλληται, ἔτε ὑπε-
 ρέχει τῷ 10, τεθήτω ζήρος, ἢ δὲ μονὰς συναΦθή-
 τω ταῖς πρὸ αὐτῆς, οἷον ἐπὶ τῷ γ'. ὑπο- ὑπόδειγμα γ'.
 δείγματος. ἐπεὶ 5, καὶ 5, ἀποτελῶσι 1545. η.
 τὸν δέκα, γεαΦήτω ζήρος ὑπὸ τὰς μο- 8455. θ.
 νάδας τὰς γὰρ συμποσωθείσας δέκα, 10000. κ.

ὡς ἴσας ἕσας μᾶ δεκάδι, δεόν ἐστὶ συνάπτειν ταῖς δεκάσι, τότε αὐτῆ συμβάντος ἐπίτε τῶν δεκάδων, ἑκατοντάδων, καὶ χιλιάδων, τέθειται ἐν ἅπασιν ζῆρος πλὴν τῆ ἐσχάτης, ἐν ᾧ ὀλόκληρος γέγραπται ὁ 10, διὰ τὸ μὴ ἔχειν τὴν χιλιάδος σημαντικὴν κύφραν ἐτέρας πρὸ αὐτῆς κύφρας χιλιάδων σημαντικὰς, ὥστε συναφθῆναι αὐταῖς, καὶ γέγονεν ὁ κ, ἀριθμὸς μυριάδος σημαντικός.

Περὶ Ἀφαιρέσεως.

Ἀφαιρέσεις ἐσὶν εὐρεσις διαφορᾶς δύο ἀριθμῶν, ἢ διαφέρει ὁμείζων τῆ ἐλάττονος.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Β΄.

Δύο ἀρίστων δοθέντων ἀριθμῶν, ἀπὸ τῆ μείζονος τὸν ἐλάττω ἀφελεῖν.

Κεῖσθωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ α, β, ὡς καὶ ἐπὶ τῆς συνάψεως, ὁ ἐλάττων μέντοι ὑπὸ τὸν μείζονα, καὶ ἀφαιρεθῆτωσαν α'. αὶ μονάδες ἀπὸ τῶν μονάδων, ἦτοι ὁ 4, ἀπὸ τῆ 7, καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος 3, ταχθῆτω ὑπὸ τὰς μονάδας. εἶτα ἐφεξῆς αὶ δεκάδες ἀπὸ τῶν δεκάδων, καὶ αὶ ἑκατοντάδες ἀπὸ τῶν ἑκατοντάδων, καὶ οἱ ἐναπολειπόμενοι ἀριθμοὶ ταχθῆτωσαν καταλλήλως, ὡς ἐνταῦθα ὁ 2, καὶ 4, ὁ μὲν ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὁ δὲ ὑπὸ τὰς ἑκατοντάδας. ὁ δὲ ἐξ ἀπάν-

των συγκείμενος, οἷος ὁ γ, διαφο- ὑπόδειγμα α'.

ρὰ εἶσαι τῷ α, πρὸς τὸν β, τετρακο- 737. α.

σίων, εἴκοσι ἢ τριῶν ὑπάρχων σημαν- 314. β.

τικός. ἢ τῷτο μὲν ἦνίκα αὶ τῷ ἀφαι- 423. γ.

ρημένῃ ἀριθμῷ κύφραι ἐλάττονος ὡσι

σημαντικάι τῶν κυφρῶν τῷ, ἢ ἀφαιρεῖται. ὀπηνίκα

δέ τινες ὡσι πλείονος σημαντικάι. ἠδέ ποτε γὰρ πᾶ-

σαι, ὅτι ἠδέ ποτε τὸ μείζον ἀπὸ τῷ ἐλάττονος ἀφαι-

ρεῖται. προσήκει ἀφαιρεῖν ἀπὸ τῆς προσεχῶς κύφρας

τῇ ἐπινοίᾳ μονάδα, καὶ προσιδένας ταύτην δυνάμει

τῇ ἐλάττονοι κύφρα τῷ μείζονος τῶν ἀριθμῶν, καὶ

ἔτω ποιεῖν τὴν ἀφαιρέσιν. ἐχομένως δὲ τὸ ἀφαιρε-

θὲν προσιδένας τῇ β' κύφρα τῷ ἐλάττονος, τὴν ἀφαι-

ρέσιν συνεχίζοντας. καὶ ἔκ ἐγχωρῆ ἢ ἐπὶ ταύτης

τῆς κύφρας γενέσθαι ἀφαιρέσιν, τὸ αὐτὸ ποιεῖν, ὃ ἢ

πρότερον. οἷον δεδόσθωσαν οἱ δ, ε, ὑπόδειγμα β'.

ἀριθμοί. καὶ ἐπεὶ ἐν τῇ χώρᾳ τῶν 472. δ.

μονάδων ἐπὶ μὲν τῷ δ, κείνται δύο, 146. ε.

ἐπὶ δὲ τῷ ε, εἴ, καὶ ἔκ ἂν ἀφαιρε- 326. ζ.

θῆι ὁ 6, ἀπὸ τῷ 2, ἐλάττονος, ἀφαι-

ρεθῆτω τῇ ἐπινοίᾳ ἀπὸ τῷ 7, μονάς, καὶ προσεθῆτω

τῷ 2, ἵνα γένηται ὁ 12, εἴ ἢ ἀφαιρουμένου τῷ 6,

ἕναπολείπε) ὁμοίως 6, ὅς γραφῆτω ὑπὸ τὰς μονά-

δας. ἀφαιρεθῆτωσαν δὲ ἢ αὶ δεκάδες ἀπὸ τῶν δε-

κάδων, ἦτοι ὁ 4, ἀπὸ τῷ 6, ἔκ δὲ ἀπὸ τῷ 7, διὰ

τὴν ἀφαιρεθῆσαν πρότερον μονάδα, ἢ προσεθεῖσαν

τῷ 2. ἀλλ' ἐπεὶ ἡ τοιαύτη ἀφαιρέσιν τῇ ἐπινοίᾳ ἐγέ-

νετο, διὸ ἢ ἡ ἀφαιρεθῆσα μονάς μένει ἐνεργεία,

ἰζῆς ἂν ἀφαιρεθῆι κύφρας, τῷτο δὲ ἐξᾰδίως διεκφεί-

γει τὴν μνήμην ἐπὶ τῆς πράξεως, διά τοι τῆτο προσε-
 θήτω τῷ 4, ἢ ἀφαιρεθῆσαι μονάς, ἵνα γένηται ὁ
 5, ὅς καὶ ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 7, καὶ ὁ λειπόμενος
 δύο ταχθήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. τινὲς δὲ ἄλλως ποιῶ-
 σι τὴν πράξιν. ἐγγυὴν ἄ ἐπιτιθέντες τῇ κύφρα, οἷον
 τῷ 7, καὶ ἠλαττωμένον αὐτὸν λογιζόμενοι μονάδι
 διὰ τὴν ἀφαιρεθῆσαν μονάδα, ἀφαιρέσι τὸν 4, ἀπὸ
 τῆ 6. ἀλλὰ τὸ αὐτὸ ἐναπολειφθήσεται, εἴτε ὁ 4,
 ἀπὸ τῆ 6, εἴτε ὁ 5, ἀπὸ τῆ 7, ἀφαιρεθῆ. τελευ-
 ταῖον ἀφαιρεθείσης καὶ τῆς ἑκατοντάδος ἀπὸ τῶν
 ἑκατοντάδων, ἐναπολειφθήσεται ὁ ζ, ἀριθμὸς τῶν
 δ, ε ἀριθμῶν διαφορά.

Εἰς τρανωτέραν δὲ τῶν εἰρημένων κατάληψιν
 κειθωσαν ἔτι οἱ η, θ, ἀριθμοί, καὶ ἐπεὶ τὸν ἐν τῷ
 θ, 2. ἔκ ἐν ἀφελεῖν ἀπὸ τῆ ἐν τῷ ὑπόδειγμα γ.
 η, ζήσ, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ προ- 2340. η.
 σεχῶς 4, μονάς καὶ προσεθήτω τῷ 1582. θ.
 ζήσ, ἵνα γένηται ὁ 10, ἀπὸ δὲ τοῦ
 10, ἀφαιρεθήτω ὁ 2, καὶ ὁ λειπόμε- 0758. κ.
 νος 8, ταχθήτω ὑπὸ τὰς μονάδας· προσεθήτω δὲ
 τῷ 8, μονάς, ἵνα γένηται ὁ 9, καὶ ἐπεὶ πάλιν ἔκ ἐν
 τῆτον ἀφελεῖν ἀπὸ τῆ 4, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 3,
 μονάς, ἣτις ἰσοδυναμεῖ μιᾷ ἑκατοντάδι, διὰ τὸ εἶναι
 τὸν 3, ἑκατοντάδων σημαντικόν, ἣτις προσκειμένη τῷ
 4, ποιήσει τὸν 14, ἀφ' ἧ ἀφαιρεθήτω ὁ 9, καὶ ὁ λει-
 πόμενος 5, γραφήτω ὑπὸ τὰς δεκάδας. τῆτε γενο-
 μένου καὶ ἐπὶ τῶν ἑκατοντάδων, ἐναπολειφθήσεται ὁ
 7, ἐπὶ δὲ τῶν χιλιάδων ἐπεὶ ἴσαι εἰσὶν ἐν ἑκατέρῳ.

κ, ἔδεντι ἑναπολειφθήσεται, κείσεται	314.	β.
ζῆρος ὑπ'αὐτὰς, κ, ἔσαι διαφορὰ τῶν	423.	γ.
η, θ, ὀ κ, ἀριθμός.	<hr/>	
	737.	α.

Βάσανος.

Βασανίζεται δὲ ἡ μὲν ἀφαιρέσεις	7668.	γ.
διὰ τῆς συνάψεως, ἡ δὲ σύναψις ἀν-	3312.	β.
τιτερόφως διὰ τῆς ἀφαιρέσεως. ἐπὶ γδ	4356.	α.

τῆ ἀνωτέρω ὑποδείγματος εἰάν συναφθῶσιν οἱ β, γ, ἀριθμοί, κ, γένηται ὁ α, εὐδὴλον ὅτι ἡ πρᾶξις ὑγιῆς ἐστὶ ἐπὶ τῆς ἀφαιρέσεως. ὁ γδ ἐλάττων ἀριθμὸς μετὰ τῆς διαφορᾶς ἴσος ἐστὶ τῶ μείζονι. ἐπὶ δὲ τῆς συνάψεως εἰάν ἀφαιρεθῆ ἀπὸ τῆ ὄλη ὁποιονῶν τῶν μερῶν, κ, ἡ διαφορὰ ἴση ἢ τῶ λοιπῶ. οἶον ἐπὶ τῆ α. ὑποδείγματος τῆς συνάψεως ἐπει ἀφαιρέσεντος τῆ β, ἀπὸ τῆ γ, ἑναπελειφθη ὁ α, ὁρθῶς ἐγένετο ἡ πρᾶξις. εἰ γὰρ ὁ γ, ἴσος ἐστὶ τοῖς β, καὶ α, ὅσισῶν τῶν ἀπὸ τῆ γ, ἀφαιρεθῆ, ὁ ἕτερος πάντως ἑναπολειφθήσεται.

Πόρισμα.

Ἐκ τῶν δῆλον, πῶς ἄντις συνάψειεν, ἡ ἀφέλοι ἀπ' ἀλλήλων κ, τὰ ἕτεροειδῆ. ὁ γὰρ λόγος ἕως ἄρτι ἐγένετο περὶ τῶν ὁμοειδῶν. Εἶγε ἐπὶ μὲν τῆς συνάψεως ἀναγάγη τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μείζω. ἐπὶ δὲ τῆς ἀφαιρέσεως ἀφαιρῶν τι ἐκ τῶν μειζόνων τῆ ἐπινοία, ἢ ἢκα ἢ ἐγχαρεῖ γίνεσθαι ἀφαιρέσειν, προαδῆ τῆτο τοῖς ἐλάττωσιν. Ἐσω γδ τελεῖ εἶδη νομισμάτων, ὅς εἶπεῖν μναῖ, δραχμαί, ὀβολοί, ὧν ἡ μὲν μνα

ἑκατονταπλασίων ὑπόκειται τῆς δραχμῆς, αὕτη δὲ δεκαπλασίων τῷ ὀβολῷ. ταῦτα συναφθήσονται, καὶ ἀφαιρεθήσονται παραπλησίως τοῖς ἄλλοις, ὡς ἔστιν ἰδεῖν ἐπὶ τῶν ὑποκειμένων ὑποδειγμάτων.

ὑπόδειγμα συνάψεως. ὑπόδειγμα ἀφαιρέσεως.

μναί,	δραχμαί,	ὀβολοί.	μναί,	δραχμαί,	ὀβολοί.
6,	7,	8,	7,	3,	2.
5,	6,	4,	6,	5,	4,
<hr/>			<hr/>		
12,	4,	2,	0,	7,	8,

Περὶ Πολλαπλασιάσεως.

Πολλαπλασίασις ἐστὶ λήψις ἀριθμῶν, ὅσάν τις ἐν ἑτέρῳ ἀριθμῷ περιέχεται ἢ μονάς. τέσσαρες γὰρ ὄροι ἐφ' ἑκάστης εὐρίσκονται πολλαπλασιάσεως, ἢ μονάς, ὁ πολλαπλασιάζων, ὁ πολλαπλασιαζόμενος, ἢ ὁ ὑπ' αὐτῶν παραγόμενος, ὃς ἢ γινόμενος καλεῖται, ἔχων πρὸς τὸν πολλαπλασιαζόμενον, ὡς ὁ πολλαπλασιάζων πρὸς τὴν μονάδα. ἀλλ' ἵνα εὐχερῶς ὁ τυχὼν ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν τυχόντα πολλαπλασιάζεται, προκείμενα

ὁ πυθαγόρειος
πίναξ, ἐν ᾧ κειν-
οὶ γινόμενοι ἐκ
τῶν ἀπὸ μονάδος
μέχρι τοῦ ἐννέα
ἀριθμῶν, πρὸς
ἀλλήλους πολλα-
πλασιαζομένων.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Δύω ἀριθμῶν δοθέντων, πρὸς ἀλλήλους τέτους πολλαπλασιάσαι.

Εἶγε ἑκάτερος τῶν δοθέντων ἀριθμῶν ὑπὸ μιᾶς σημαίνεται κύφρας, ἑδεμίας χρεία πρᾶξεως. ὁ γὰρ ὑπ' αὐτῶν γινόμενος ἑαδίως εὐρεθήσεται ἐν τῷ πυθαγορείῳ πίνακι, ἔνθα ἂν συντρέχοιεν οἱ δοθέντες ἀριθμοί. εἶδὲ ὁ μὲν ὑπὸ μιᾶς, ὁ δὲ ὑπὸ δύο, ἢ ἑκάτερος ὑπὸ δύο, ἢ καὶ πλειόνων, τάττειν προσήκει τὸν ἐλάττω ὑπὸ τὸν μείζονα, πολλαπλασιάζειν τε ἑκάστην κύφραν ἐφ' ἑκάστην, τῆς δὲ γινομένης καταλλήλως γράφειν, καὶ τελευταῖον συνάπτειν, ὅπως γε χρεία συνάψεως.

Α'.

Δοθήτωσαν οἱ α, β. πολλαπλα-	25. α.
σιασάτω τὸν 3, τὸν 5, καὶ ἐπεὶ	3. β.
γίνεται ὁ 15, αἱ μὲν πέντε μονάδες	75. γ.
ταχθήτωσαν ὑπὸ τὸν 3. μονάδων 75	

ὁ 3. σημαντικός· αἱ δὲ δέκα, τέτρεμι μία δεκάς τηρηθήτω, ἵνα συναφθῇ ταῖς δεκάσιν. αὐθις ὁ αὐτὸς 3, πολλαπλασιασάτω καὶ τὴν β' κύφραν τῆ α καὶ ἐπεὶ γίνεται ὁ 6, ἦτοι δεκάδες ἐξ, συναφθήτω ταύταις ἢ τηρημένη μονάς, καὶ ὁ ὑπ' αὐτῶν συμποσθόμενος ὁ 7, ταχθήτω ὑπὸ τὴν β' κύφραν τῆ α' δεκάδων γὰρ ἐστὶ παραστατική· καὶ ὁ γενόμενος γ, ἐστὶν ὁ ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ τῶν δοθέντων ἀριθμῶν παραγόμενος. δείκνυται. κειθῶ γὰρ α'. 1, 3, 25, 75, εἶτα

ὁ 3, μεθ' ὃν ὁ 25, ἐφεξῆς δὲ τέττε ὁ 75. καὶ ἐπεὶ ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος ἐστὶ τῶ ὑπὸ τῶν μέσων, οἱ τέσσαρες ἔτσι ἀριθμοὶ ἀνάλογον ἔσονται κατὰ τὴν ΙΔ'. τῆ ζ'. τῆ σοικειωτῆ. ἔσιν ἄρα ὡς 1, πρὸς 3, ὁ 25, πρὸς 75, καὶ ἀνάπαλιν.

Β'.

Δοθῆτωσαν οἱ δ, ε, ἐκ δύο κυφρῶν συνισάμενοι, καὶ ἐπεὶ ἡ μονὰς τὸν 3, πολλαπλασιάζουσα, αὐτὸν δὴ τὸν 3, ποιεῖ, ταχθῆτω ὁ 3, ὑπὸ τὰς μονάδας, ὁμοίως καὶ τὸν 4, ἐπεὶ ποιεῖ τέσσαρα, ταχθῆτω ὑπὸ τὰς δεκάδας, ὡς δεκάδων σημαντικός. ὁ δὲ 2, ἦτοι ἡ β'. κύφρα τῆ ε, ἐπεὶ πολλαπλασιάζων τὸν 3, ποιεῖ τὸν 6, ταχθῆτω τέως ὁ 6, ὑπὸ τὰς δεκάδας, συναφθῆσόμενος ἐσύσερον ταῖς ἐν τῶ ζ, δεκάσι, ὡς δεκάδων σημαντικός. καὶ

43.	δ.
21.	ε.
43.	ζ.
86.	η.
903.	θ.

ἢ ὁ 3, εἰκοσάκις λαμβανόμενος, ποιεῖ τὸν ἑξήκοντα, ὃ δὴ ἀναλογεῖ ὁ 6, ὁ αὐτὸς δὲ 2, ἐπεὶ πολλαπλασιάζων τὸν 4, ποιεῖ τὸν 8, ταχθῆτω ὁ 8, ἐφεξῆς τῆ 6, πρὸς τὰ ἀριστερά. τελευταῖον συναφθῆτωσαν οἱ ζ, η, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν συμποσόμενος θ, ἐστὶν ὁ ὑπὸ τῶν δ, ε, γινόμενος.

Τὸν αὐτὸν τρόπον γενήσεται ἡ πολλαπλασίασις καὶ ἐπὶ τῶν ἐκ πλείονων, ἢ δύο κυφρῶν συνισαμένων ἀριθμῶν.

Γ'.

Κείθωσαν γὰρ οἱ κ, λ, ἀριθμοὶ, καὶ ταχθῆτωσαν

ὑπάλλληλοι. ὡσε συσσειχῆν τὰ ὁμοειδῆ, δηλονότι τὰς	
μονάδας ταῖς μονάσι, τὰς δεκάδας	1432. κ.
ταῖς δεκάσι, ἢ τὰ λοιπὰ ὡσαύτως τοῖς	123. λ.
ὁμοειδέσιν. εἰάν γὰρ πολλαπλασια-	<hr/>
σθῆ ἑκάστη κύφρα τοῦ κ, ἐφ' ἑκάστην	4206. μ.
κύφραν τοῦ λ, γενήσονται οἱ μ, ν,	2864. ν.
ξ. τούτων δὲ συναπτομένων, παρα-	1432. ξ.
χθήσεται ὁ π.	<hr/>
	176136. π.

Ὁπηνίκα δὲ ὁ διὰ τῆς πολλαπλασιαστικῆς γινόμενος δεκαδικὸς ἢ ἀριθμὸς, προσήκει ὑπὸ τὸν συσειχῆντα τάττειν ζῆρον, τῆτον δὲ συνάπτειν τῷ προσεχῶς γνομένῳ.

Δ.

Ἔβωσαν γὰρ οἱ ρ, π. ἢ ἐπεὶ ὁ 2, ὁ ἐν τῷ π. πολλαπλασιάζων τὸν 2, τὸν ἐν τῷ ρ, ποιεῖ τὸν 4, γραφήτω ὑπὸ τὸν 2, ὁ 4. αὐθις ὁ 2, πολλαπλασιάζων τὸν 5, ἐπεὶ παρέχει 10, τεθήτω ὑπὸ τὸν 5, ζῆρος, ἢ δὲ δεκάς συναφθήτω τῷ 4, πολλαπλασιασθέντι ἐπὶ τὸν 2, ἦτοι τῷ 8. ἵνα γένηται ὁ 9, ὅς ταχθήτω ὑπὸ τὸν 4. ὁμοίως ἐπεὶ ὁ 4, πολλαπλασιάζων τὸν 2, ποιεῖ τὸν 8, ταχθήτω ὑπὸ τὸν 4, 8, ἐπεὶ δὲ πολλαπλασιάζων ἢ τὸν 5, ποιεῖ τὸν εἰκοσι, τεθήτω ὑπὸ τὸν 9, ζῆρος, ἢ δὲ εἰκοσὰς συναφθήτω τῷ 4, ἐπὶ τὸν 4, πολλαπλασιασθέντι, ἦτοι τῷ 16, ἵνα γένηται ὁ 18, ὅς ἢ γραφήτω προσεχῶς. οἱ δὲ γεγόμενοι σ, τ. συναφθήτωσαν

Φθῆτωσαν εἰς ἓνα τὸν Φ, καὶ αὐτὸς ἔσαι ὁ ὑπὸ τῶν
 ρ, καὶ π, γινόμενος.

Καὶ ἕτος μὲν ἐστὶν ὁ κοινότερος, καὶ ἐν χρήσει
 τῶν πολλῶν τῆς Πολλαπλασιάσεως τρόπος, εἰσι δὲ
 παρὰ τῆτον καὶ ἄλλοι, ἕς διὰ τὸ συντομώτερον παρέ-
 λιπον. προαδήσω μέντοι ἐκ πάντων τὸν εὐχερέστερον,
 ὃς μάλιστα ἐπὶ τῶν δεκαδικῶν μεθοδεύεται ἀριθμῶν.

Ε.

Ληφθῆτωσαν γὰρ δύο δεκαδικοὶ ἀριθμοὶ, ὁ 10,
 καὶ 20. ἐν τέτοις τοίνυν ἀπόχρη τὰς κύφρας πολλα-
 πλασιάσαντας προαδεῖναι τῶ ὑπ' αὐτῶν γινόμενῶ δύο
 ζήρης, ἐπεὶ δύο καὶ ἓν ἐν αὐταῖς, ἵνα σχῶμεν τὸν ὑπ'
 αὐτῶν γινόμενον· τὸ αὐτὸ ἔσαι καὶ ἐπὶ πάντων τῶν
 δεκαδικῶν ἀριθμῶν, οἷον 100, καὶ 1000, 2000, καὶ
 20000, καὶ τῶν ὁμοίων· τὸ αὐτὸ γὰρ ἂν γένοιτο, εἴτε
 ἐκάστην κύφραν τῆ πολλαπλασιαζομένη ἐφ' ἐκάστην τῆ
 πολλαπλασιάζοντος, εἴτε τὴς ζήρης παριδόντες, τὰς
 κύφρας μόνας πολλαπλασιάζωμεν, καὶ τῶ Γινόμενῶ
 τὴς ζήρης προαδῶμεν, ὅπερ ἔῃσα ἄντις κατίδοι ἐπὶ
 τῆ 10, καὶ 20. κειῶδωσαν γὰρ ἕτοι ὑπάλλη-
 λοι, καὶ ἐπεὶ ζῆρος ζῆρον, ἢ κύφραν πολ-
 λαπλασιάζων. ζῆρον ποιεῖ, εὐδῆλον ὅτι ὁ ἐν
 τῶ 10, ζῆρος, τὸν ἐν τῶ 20, καὶ τὴν ἐν
 αὐτῶ κύφραν πολλαπλασιάσας, παρέξῃ
 ζήρης· Γραφῆτωσαν ὑπὸ τὸν 10, δύο 200.
 ζῆροι, ἐπεὶ δὲ ἡ ἐν τῶ 10, κύφρα, πολλαπλασιάζου-
 σα τὸν ἐν τῶ 20, ζῆρον καὶ κύφραν, δίδωσι ζῆρον καὶ
 κύφραν τὸν 2, ταχθῆτωσαν καὶ ταῦτα καταλλήλως.

ἄν συναπτομένων γενήσεται ὁ 200, ὃς ἂν γένοιτο, καὶ εἶγε τὸν 2, πολλαπλασιάσαντες ἐπὶ τὴν 1, προδῶμεν δύο ζήτους.

Τῆτ' αὐτὸ ποιητέον κἂν μὴ ὦσιν οἱ ἀριθμοὶ δεκαδικοί, τύχῃσι δὲ ζήτοι ἐν αὐτοῖς μεταξὺ τῶν κύφρων ἤτοι παροπτέον τὰς ζήτους, καὶ μόνας τὰς κύφρας πολλαπλασιασέον· ὡς ἐπὶ τῶν α, κ, β, παροφθέντων τῶν ζήτων, πεπολλαπλασιάσαι ἐκάστη κύφρα τῆ α, ἐπὶ τὰς ἐν τῷ β, 2, κ, 3, κ, παρῆται ὁ γ, ὃς ἂν παραχθείη, εἶγε κ, ἐκάστη κύφρα κ, ζήτος τῆ β, πολλαπλασιάσῃ ἐκάστην κύφραν τῆ α, κ, γένωνται οἱ δ, ε, ζ, η, κ, ἐξ αὐτῶν ὁ θ, ὁ αὐτὸς ὢν τῷ γ.

	3122	α.
	2003	β.
	<hr/>	
	6253366	γ.
	9366	δ.
	0000	ε.
	0000	ζ.
	6244	η.
	<hr/>	
	6253366.	θ.

Περὶ Διαίρεσεως.

Διαίρεσις ἀριθμητικὴ ἐστὶν εὐρεσις πηλικότητος τῆ ἐν ἀριθμοῖς λόγῃ· ἢ εὐρεσις ἀριθμῶ παρισῶντος διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ποσάκις ὁ ἐλάττων τὸν μείζονα ἤτοι καταμετρεῖ, ἢ μετρεῖ· λέγεται δὲ ὁ μὲν ἐλάττων Διαίρετης, ὁ δὲ μείζων Διαιρέμενος, ὁ δὲ παραγόμενος διὰ τῆς διαίρεσεως Πηλικότης, ἢ Πηλίκον· οἷον διαιρημένον τῆ 15, ἐπὶ τὸν 3, παράγεται ὁ 5, ὃς κ, παρῆται διὰ τῶν ἐν αὐτῷ μονάδων, ὅτι ὁ 3, καταμετρεῖ πεντάκις τὸν 15. ὁθεν ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ Πηλίκον, ὡς ὁ Διαίρετης πρὸς τὸν Διαιρέμενον.

εἶγε ἰσάκεις μετρεῖ ἤ, τε μονὰς τὸ πηλίκον, καὶ ὁ διαι-
ρέτης τὸν διαιρέμενον, καὶ ἀνάπαλιν, καὶ ἐναλλάξ.

ΠΡΟΒΛΗΜΑ Δ'.

Δύω δοθέντων ἀριθμῶν τὸν μείζονα ἐπὶ τὸν
ἐλάττω διελεῖν, διὰ τὸ ἐπὶ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν
ἔδέποτε τὸν ἐλάττω ἐπὶ τὸν μείζονα διαιρεῖσθαι.

Α'.

Ἐσωσαν οἱ δοθέντες ἀριθμοὶ ὁ α, καὶ β. ἀφο-
ρειδῆτω ὁ β, ἐκατέρωθεν γραμμαῖς, ἵνα μὴ συ-
ναφθῇ τῶ α, ἐγγύς αὐτῆ ἐν τοῖς ἀριστεροῖς κειμέ-
νω· καὶ εὐρεθῆτω ποσάκεις ὁ 2, τὸν 13, μετρεῖ (ὅς
καὶ ἀφορειδῆτω διὰ τὸ ἀσύγχυτον ἀπὸ τῶν ἄλλων κυ-
φῶν ὑποδιασολῆ,) ἐπεὶ τὸ διὰ τῆς πρώτης κύφρας τῆ
β, σημαίνον, ὁ 2, ἐ μετρεῖ, καὶ ἐπεὶ εὐρί-
σκεται ἐξάκεις, γραφῆτω ἐφεξῆς τῆ β, ἐν τοῖς δε-
ξιοῖς ὁ 6, πρώτη κύφρα ὧν τῆ ζητημένῃ πηλίκῃ· εἶτα
πολλαπλασιασθῆτω ὁ 6, ἐπὶ τὸν 2, καὶ ὁ ἐξ αὐτῶν
12, ταχθῆτω ὑπὸ τὸν 13, καὶ ἀφαιρεθῆτω ἀπ'
αὐτῆ, καὶ τὸ λοιπόμενον γραμμῆς ἀχθείσθαι, γραφῆτω
ὑπ' αὐτήν· προσθεμένῃ δὲ τῷ λοιπομένῳ τῆ 5, καὶ
συνισαμένῃ ἐξ αὐτῶν τῆ 15, ζητηθῆτω ποσάκεις ὁ
2, μετρεῖ τὸν 15, καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται δις, ταχθῆ-
τω ἐφεξῆς τῆ 6, ὁ 7, ὡς δευτέρα τῆ Πηλίκῃ κύ-
φρα. πολλαπλασιασθῆτω τε ἐπὶ τὸν 2, καὶ ὁ ὑπ' αὐ-
τῶν 14 τεθῆτω ὑπὸ τὸν 15, καὶ ἀφαιρεθῆτω ἀπ'
αὐτῆ, καὶ τὸ λοιπόμενον γραφῆτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν.
ἔστω ποῖοντες καὶ ἐπὶ τῆς λοιπῆς κύφρας τῆ β, ἦτοι

προσιδέντες αὐτὴν τῷ ἑναπο-
 λειφθέντι ἐκ τῆς Ἀφαιρέσεως
 τῆ 14, εὐρέσομεν τρίτην τῆ Πη-
 λίκην κύφραν τὸν 6. πολλα-
 πλασιάσαντες δὲ αὐτὸν ἐπὶ τὸν
 2, καὶ τὸν ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆ
 12, ἀφελόντες, ἐπεὶ ἄδέντι
 ἑναπολείπεται, γινώσκομεν ὅτι
 ὁ α, καταμετρεῖ τὸν β, κατὰ τὸν γ, καὶ ἔσιν ὁ γ,
 Πηλίκον τῆ β, Διαιρημένον ἐπὶ τὸν α.

$$\begin{array}{r}
 2\alpha(13,5,2)\beta, 676\gamma. \\
 \underline{12.} \\
 15. \\
 \underline{14.} \\
 12. \\
 \underline{12.} \\
 0.
 \end{array}$$

B.

Ἐὰν δὲ ἐπίτινος Ἀφαιρέσεως ἄδεν ἑναπολείπεται,
 ὑπαχθήτω διαιρεθῆσομένη ἢ ἐφεξῆς κύφρα, καὶ
 καὶ αὐτὴ ἐλάττων εἴη τῆς τῆ Διαιρέτου, ἐν μὲν τῷ Πη-
 λίκῳ ταχθήτω ζῆρος, αὐτῇ δὲ προσεθήτω ἢ ἐξῆς τῆ
 Διαιρημένον κύφρα, καὶ τὰ λοιπὰ γινέσθω ὡς πρότερον.
 οἷον ἐπὶ τῆ δ, καὶ ε, ἐπεὶ ὁ δ, δ 2 (813) ε, 406½ ζ.
 τετράκις μετρεῖ τὸν ἐν τῷ ε, 8
 8, ταχθήτω ἔνθα τὸ ζ, ὁ 4,
 πρώτη κύφρα τῆ Πηλίκου ἐπεὶ δὲ
 ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασιαζομέ-
 νη, καὶ τῆ Γινομένη, ἀπὸ τῆ
 8, ἀφαιρημένου, ἄδέντι ἑναπολείπεται, τακτίον ὑπὸ
 τὸν 8, ζῆρον· ὑπαγομένης δὲ τῆς δευτέρας κύφρας τῆ ε,
 ἐπεὶ ἔ μετρεῖ ταύτην ὁ 2, τεθήτω ἐφεξῆς τῆ 4,
 ζῆρος. προσκειμένης δὲ αὐτῇ καὶ τῆς λοιπῆς κύφρας
 τῆ ε, καὶ συναμαίνοντες ἐξ αὐτῶν τῆ 13, ἐπεὶ μετρεῖ
 αὐτὸν ὁ 2, ἐξάκις, ταχθήτω ἐν τῷ Πηλίκῳ ὁ 6, τέ-

$$\begin{array}{r}
 8 \\
 \underline{013} \\
 12 \\
 \underline{\quad} \\
 1.
 \end{array}$$

τῆς πολλαπλασιαζομένης ἐπὶ τὸν 2, ἢ τῆς Γνωμένης 12, ἀφαιρεθῆναι ἀπὸ τῆς 13, ἐπεὶ ἐναπολείπεται μονάς, ἥτις ἐλάττων ἐστὶ τῆς 2, ὁ ζ, ἀριθμὸς μετὰ τῆς προσκειμένης αὐτῷ κλάσματος, περὶ ὧν ἐν τοῖς ἑπτα ἔρῃμεν, ἐστὶ Πηλίκον τῆς ε, ἐπὶ τὸν δ, διαιρεθῆναι.

Τὸν αὐτὸν τρόπον διέλοι τις ἂν τὰς προεκτεθέντας, ἢ ἄλλον τινὰ τῶν ἀριθμῶν ἐπὶ ἀριθμὸν ἐκ πλειόνων, ἢ μίαν συνιστάμενον κύφρας κειμένων ἴδῃ ὡς ἢ πρότερον τῶν διδομένων ἀριθμῶν ἀφορισεῖν πρῶτον ἀριστερόθεν ἀπὸ τῆς διαιρεθῆναι κύφρας ἰσοπληθεῖς ταῖς τῆς διαιρέτης, ἢ τῆτο ἤντικα τὸ ἀφοριζόμενον μέρος μείζον ἢ τῆς διαιρέτης, ἄλλως γὰρ ἐκ ἐγχωρεῖ γενέσθαι τὴν διαίρεσιν· ἀντὶ ὅτι ὅταν ἐλάττων ἢ, πλείους τῶν τῆς διαιρέτης ἀφορισεῖν· εἶτα ἰτέον ἐπὶ τὴν πρῶξιν ὡς πρότερον.

Γ.

Δεδοθῆναι γὰρ διαιρέτης ὁ α, διαιρετέμος ὁ β.
 ἢ ἐπεὶ ἀφορισθεῖσιν ἀπὸ τῆς β, δύο κυφρῶν, ὅσαι δηλονότι εἰσὶ ἢ ἐν τῷ α, ἐλάττων ἐστὶ ὁ 12, τῆς 15, ἢ ἐκ ἐγχωρεῖ γενέσθαι διαίρεσιν, ἀφορισεῖν ἀπὸ τῆς β, τὸν 121.
 ἢ ἐπεὶ μετρεῖ αὐτὸν ὁ 15, ὀκτάκις, γραφήτω, ἐνθα τὸ γ, ὁ 8.
 πολλαπλασιαζομένη δὲ ἐπὶ αὐτὸν τῆς 15, ἢ τῆς Γνω-

$$\begin{array}{r}
 15, \alpha (1212060)\beta, 80804. \gamma \\
 \hline
 120 \\
 \hline
 120 \\
 \hline
 120 \\
 \hline
 60 \\
 60 \\
 \hline
 0.
 \end{array}$$

μέν 120, γραφομένη ὑπὸ τὸν 121, ἢ ἀφαιρη-
 μένη ἀπ' αὐτῆς, καὶ τῆς λειπομένης προσθεμένης τῆς
 2, τῆς ἐν τῷ β, ἐπεὶ συνίσταται ὁ 12, ὃς ἐλάττων
 ἐστὶ τῆς διαιρέτης λέγω τῆς 15, ἢ διὰ τῆτος ἢ ἐγγω-
 ρεῖ πάλιν γενέσθαι Διαίρεσιν, γραφήτω ἔνθα τὸ γ,
 ἐφεξῆς τῆς 8, ζῆρος, ὑπαχθήτω δὲ ἢ ὁ ἐν τῷ β,
 ἵνα γένηται ὁ 120, τῆτον δὴ τῆς 15, καταμετρεῦ-
 ντος ὀκτάκις, γραφήτω αὐθις, ἔνθα τὸ γ, 8, εἶτα
 πολλαπλασιαζομένης τῆς 15, ἐπὶ τὸν 8, καὶ τῆς γε-
 νομένης, ὑπ' αὐτῶν ἀπὸ τῆς 120, ἀφαιρημένης, ἐπεὶ
 ἄδέν τι ἐναπολείπεται, ὑπαχθήτω ἢ ὁ 6, ἀλλὰ διὰ
 τὸ μηδὲ ἀπαξ τῆτον μετρεῖν τὸν 15, ὡς ἐλάττω-
 να, γραφήτω αὐθις ἐν τῷ γ, ζῆρος, ἢ προσεθήτω τῷ
 αὐτῷ 6, ὁ ἐν τῷ β, ζῆρος, ἵνα γένηται ὁ 60. τε-
 τράκις δὲ τῆτον καταμετρεῦντος τῆς 15, τιθήτω ἐν
 τῷ γ, ὁ 4, ἐπὶ τὸν 4, δὲ τῆς 15, πολλαπλασιαζομένης, ἢ
 τῆς ὑπ' αὐτῶν ἀφαιρημένης ἀπὸ τῆς 60, ἐπεὶ τελευ-
 ταῖον ἄδέν ἐναπολείπεται, ὁ γ, ἐστὶ Πηλίκου τῆς β,
 διαιεμένης ἐπὶ τὸν α.

Μεθοδευθήσεται ἔμπης ἢ περὶ αἰτίας ἢ ἀπονώτερον, ἐὰν
 εὐχῶσι εἶς, ἢ δύο, ἢ ἢ πλείους ζῆροι προσκείμενοι ἐν ἑ-
 κατέρῳ, ἢ ἐν θατέρῳ μόνον τῶν διδομένων ἀριθμῶν, ἤτοι
 τῷ Διαιρέτῃ, εἰμὲν ἢν τῆτος συμβῆ, ἀποβλητέον τῆς ζῆ-
 ρος, ἢ διαιρέτέον ἐπὶ τὸ λειπόμενον τὸν προσκείμενον ἀ-
 ριθμόν· εἶτα ἐκ τῆς δοθέντος Πηλίκης ἀφαιρέτέον κύ-
 φρας Ἰσαριθμοὺς τοῖς ἀποβληθεῖσι ζῆροις, ἄς τακτίου
 ἵπεράνω τῆς μονάδος ἐχέσης προσκειμένους αὐτῇ ἴσο-
 πληθεῖς ζῆρος τοῖς ἀφαιρεθεῖσιν, οἷον διδόσθω ὁ ε,

ἀριθμὸς διαιρέμενος ἐπὶ τὸν δ. Ἀποβληθέντων τοι-
 νυν τῶν ζήρων ἀπὸ τῆ δ, ἐπεὶ λείπεται ὁ 4, διαι-
 ρεθήτω ὁ ε, ἐπὶ τὸν 4, τὸ δὲ Πηλίκον τῆτέσι ὁ 321, γε-
 φήτω ἔτιωσ, ὡσε τὰς δύο αὐτῆ κύφρας, ὡς ἐνταυ-
 θα τὸν 21, κείσθαι ὑπεράνω τῆς μονάδος καὶ δύο
 ζήρων, τὸν δὲ 3, μεταξὺ αὐτῶν ὅπῃ τὸ η, ἢ ὁ
 37^ε, ὡδὶ γεαφόμενος ἔσαι Πηλίκον τῆ ε, διαιρη-
 μένος ἐπὶ τὸν δ. δ. 400. ε. (1284) η. 37^ε
 καὶ τὸ ἔξαχθὲν
 πηλίκον διὰ τῆς δ. 400. ς. (1285) λ. 37^ε ἰ
 διαιρέσεως προ-
 σκείμενον αὐτῷ ἔχη κλάσμα, τῶν ἀφαιρεθειῶν
 κυφρῶν ἢ δευτέρα, ἢ τὸ κλάσμα ἀντὶ μιᾶς λογίζονται
 κύφρας· διαιρέμενος γὰρ τῆ ς, ἐπὶ τὸν αὐτὸν δ,
 ἢ ἔξαγομένους Πηλίκου τῆ λ, τὸ ζ, μετὰ τῆ 1, ἢ
 δύο, ἀλλὰ μία λογισθήσονται κύφρα. ὁ δὲ λόγος
 τῆς ἐπιτομωτέρας ταύτης πράξεως τὸ πιστὸν ἔξα ἐκ
 τῆ ὁμοίᾳ δι' ἐπαγωγῆς ἐπὶ τῶν κατ' ἑκατα ἀριθμῶν·
 τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσαι εἴτε ὀλόκληρον τινὰ ἀριθμὸν διέ-
 λωμεν ἐφ' ἕτερον ἀριθμὸν, δὸς εἰπεῖν τὸν 24, ἐπὶ
 τὸν 6, εἴτε διαλύσαντες πρῶτον τὸν διαιρέτην εἰς τὰς ὑφ'
 ὧν πολλαπλασιαζομένων πρὸς ἀλλήλους γίνεται ἀριθ-
 μὸς, ὡς τὸν 6, εἰς τὸν 2, ἢ 3, διέλωμεν ὑπερον
 ἐφ' ἕνα αὐτῶν, δὸς εἰπεῖν τὸν 2, τόν τε 24, ἢ αὐ-
 θις τὸ ἔξαχθὲν Πηλίκον τὸν 12, ἐπὶ τὸν ἕτερον
 οἶος ὁ 3. ἔσαι γὰρ ἑκατέρωθεν τὸ αὐτὸ Πηλίκον ὁ
 4, ὅπερ ἢ ἀνωτέρω ἐπὶ τῶν δ, ἢ ε, ἐγένετο· δια-
 λυθέντος γὰρ τῆ δ, ἐπὶ τὸν 4, ἢ 100, διήρηται
 πρῶτον ὁ ε, ἐπὶ τὸν δ, εἶτα τὸ ἐκ τῆς Διαιρέσεως Πη-

λίκον ἐπὶ τὸν 100, πλὴν ὅτι ἀκαίρως γέντος τῆ κλάσματος, γέγραπται ἀντὶ τῆ $3\frac{1}{2}$ τὸ $3\frac{1}{2}$.

Ἄλλως.

Αὐτὸ δὲ τῆτο καὶ κατ' ἕτερον τρόπον γινήσεται, εἰ ἀφελόντες ἢ ἀπὸ τῆ Διαιεθμὲν κύφρας ἰσαριθμοὺς τοῖς ζήροις τῆ Διαιρέτη, διέλωμεν ἐχομένως ἐπὶ τὰς ἐναπολειφθεῖσας κύφρας, τὰς ἀφαιρέθεῖσας πρότερον κύφρας ἀπὸ τῆ Διαιεθμὲν. τῆτο γὰρ γενομένη, εἰ μετὰ τὴν Διαίρεσιν ἐναπολειφθῆσι, προσθέντες τῆτω τὰς ἀφαιρέθεῖσας κύφρας, ἢ ὑπὸ τὸν ἐξ αὐτῶν συνισάμενον, (εἰ β, ἢ δὲν ἐναπολειφθῆ, ἢ ὑπὸ τὰς α, κύφρας μόνας), τιθέντες τὸν Διαιρέτην, ἔχομεν τὸ ζητέμενον Πηλίκον· οἷον διαιεθμὲν τῆ 1384, ἐπὶ τὸν 400, γενομένης τῆς Ἀφαιρέσεως ἑκατέρωθεν, ἐναπολειφθήσεται ὁ 4, ἢ 13, τῆτου διαιεθμὲν ἐπὶ τὸν 4, ἔσαι Πηλίκον μὲν ὁ 3, ἐναπολειφθήσεται δὲ 1, ταύτη προσκειμένη τῆ 84, συσταθήσεται ὁ 184, ὑφ' ὃν κειμένου τῆ 500, γινήσεται ὁ $3\frac{1}{2}$, τὸ ζητέμενον Πηλίκον· αὐθις διαιεθμὲν ἐπὶ τὸν αὐτὸν 400 τῆ 1284, ἐπεὶ διαιεθμὲν τοῦ 12, ἐπὶ τὸν 4, ἔκ ἐναπολειπεται τι, Πηλίκον ἔσαι ὁ $3\frac{1}{2}$.

Εἰ δὲ ἐν ἑκατέρω τῶν δοθέντων ἀριθμῶν εὐρεθῶσι προσκειμένοι ζήροι, ἔτι ἀπονώτερον τῆ Πηλίκου τευξόμεθα, ἀφαιρῶντες πρῶτον ἑκατέρωθεν ζήρους ὑσοπληθεῖς, εἶτα διαιεθμὲν τὸ λειπόμενον ἐπὶ τὸ λει-

πόμενον, ὅταν Διαιρουμένου τῆ 12000, ἐπὶ τὸν 400, εἰάν ἀφέλῃται ἀπὸ τε τῆ 400, καὶ ἀπὸ τῆ 12000, δύο ζήσης, καὶ τὸ λειπόμενον ἦτοι τὸν 120, διέλη ἐπὶ τὸ λειπόμενον τὸν 4, ἔξει Πηλίκον τὸν 30, ὃς ἂν παραχθῆι, εἶγε καὶ ὀλόκληρος ὁ 12000, ἐφ' ὀλόκληρον τὸν 400, διαιεῖθῃ.

Βάσανος.

Βασανιθῆσεται δὲ ἡ Διαίρεσις Πολλαπλασιάσει, καὶ αὕτη ἀντιτρόφως διαίρεσει· ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ μὲν τῆς Πολλαπλασιάσεως εἰσὶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν Πολλαπλασιάζοντα, ἔτως ὁ Πολλαπλασιαζόμενος πρὸς τὸν Γινόμενον, ἐπὶ δὲ τῆς Διαίρεσεως ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ Πηλίκον, ἔτως ὁ διαιρέτης πρὸς τὸν διαιρέμενον, εὐδηλον ἐστὶ κατὰ τὴν ιδ'. τῆ ζ'. τῆ κοιχειωτῆ, ὅτι εἰάν μετὰ τὴν Πολλαπλασίαν διελόντες τὸν γινόμενον ἐπὶ τὸν πολλαπλασιασάμενον, εὐρωμεν τὸν πολλαπλασιασθέντα, ἢ καὶ ἀνάπαλιν· μετὰ δὲ τὴν Διαίρεσιν, εἰάν πολλαπλασιασθέντος τῆ Διαιρέτη ἐπὶ τὸ Πηλίκον, γένηται ὁ Διαιρέμενος, ἔδεμια πάντως ἀπάτη περὶ τὴν πρῶξιν συμβέβηκεν. Ἐστω γὰρ Πολλαπλασιάζων ὁ α, Πολλαπλασιαζόμενος ὁ β, Γινόμενος ὁ γ· ἔστω δ' αὐθις Διαιρέτης ὁ ε, Διαιρέμενος ὁ ζ, Πηλίκον ὁ η, ἐπεὶ διαιρεμένης τῆ γ, ἐπὶ τὸν α, πρόεισιν ὁ β, πολλαπλασιασθέντος δὲ τῆ ε, ἐπὶ τὸν η, γίνεται ὁ ζ, ὁρθῶς

1	3	4	12
	α	β	γ
1	3	5	15
	η	ε	ζ

ἔχει τὰ τῶν πράξεων· ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν αβ, ἴσος τῷ γ, καὶ ὁ ὑπὸ τῶν ηε, ἴσος, τῷ ζ.

Ἐπιστάσιως δὲ ἄξιον ὅτι οἱ πλείστοι βασανίζουσι τήν τε Συναψιν καὶ τὴν Πολλαπλασιασιν δι' ἀποβολῆς τῆς 9, ἀλλ' ἀδόκιμος ἢ τοιαύδε βάσανος ὡς ἀπάτης παρεκτικῆ, καὶ τοι ἐν πολλοῖς ἀληθεύουσα, ὡς δῆλον ἐκ τῆδε τῆς ὑποδείγματος, δεδώκωσαν οἱ

α,β,	ἀριθμοὶ συναφθῆσόμενοι·	358 α.
τῷ καὶ	μικρὸν ἐπισήσαντι ὅτι συναφθέν-	234 β.
των τῶτων,	γενήσεται ὁ 592, ἀριθμός·	835 γ.

ἀλλ' εἴτις σφαλεῖς ἐπὶ τῆς πράξεως, ἄλλας κύφρας γράψῃ ὑπὸ τῆς α,β. καὶ γένηται ὁ γ, εἴτα βασανίσῃ τὴν πράξιν διὰ τῆς ἀποβολῆς τῆς 9, εὐρήσει ἑκατέρωθεν ἦτοι καὶ ἀπὸ τῶν α,β, ἦτοι καὶ ἀπὸ τῆς γ, λειπόμενον τὸν 7, καὶ οἴησεται μὲν τὸν ὑπὸ τῶν α,β συμποσθόμενον εἶναι τὸν 835, ἀπατηθήσεται δὲ διὰ τὸν ὡς ἀληθῶς ὑπ' αὐτῶν συμποσθόμενον ὑπάρχειν τὸν 592. ὁ δὲ ἐφ' ἐνὸς συμβέβηκε, δυνατόν συμβῆναι καὶ ἐπὶ ἄλλων πολλῶν· ταῦτ' ἄρα τὸν τρόπον τῶτον ἀποδοκιμάσαντες, τῇ δὲ ἀντιπροφῆς βασάνῳ ἐπὶ πασῶν χρησόμεθα.



Περὶ Ἀναλογιῶν.

Ο Λόγος τῶν πλεοναχῶς ἐστὶ λεγομένων, παρὰ δὲ τοῖς ἀριθμητικοῖς σχέσιν δηλοῖ μεταξύ δυοῖν ἀριθμῶν, ἢ ὅλως ποσῶν· ἢν ὀριζόμενος ὁ στοιχειωτῆς ἐν τῷ πέμπτῳ βιβλίῳ, ἐν ᾧ περὶ μεγεθῶν αὐτῷ ἢ διάσκεψις φησί.

Λόγος ἐστὶν δύο μεγεθῶν ὁμογενῶν ἢ κατὰ πληκτικότητα ποιά σχέσις πρὸς ἄλληλα. Ἐκ δύο δὲ Λόγων, ἢ ἢ πλειόνων ὁμοίων ἀναφύεται ἢ Ἀναλογία, διὸ ἢ ὀρίζεται ταύτην λέγων. Ἀναλογία δὲ ἢ τῶν λόγων ὁμοιότης· ἢς τρεῖς τὰ εἶδη, Γεωμετρικῆ, Ἀριθμητικῆ, Ἀρμονικῆ.

Ἡ μὲν ἐν Γεωμετρικῇ, περὶ ἢς μάλιστα ἐπὶ τῷ παρόντος ὁ λόγος, διαίρεται εἰς συνεχῆ, ἢ διεζευγμένην· ἢ δὲ διεζευγμένη ὑποδιαιεμένη εἰς ἀπλήν ἢ σύνθετον, ἐπιδιαιρεῖται εἰς ὀρθὴν καὶ πλαγίαν.

Συνεχῆς ἀναλογία ἐστὶν ἐν ἢ οἱ ὄροι ἀδιασάτως κεύνται. Διεζευγμένη, ἐν ἢ κατὰ διάσασιν.

Ἀπλῆ ἀναλογία ἐστὶν ἢ ἐκ ἐκ πλειόνων ἢ τριῶν συναμμένη ὄρων.

Ο ρθὴ ἐν ἡ διδομένων ὄρων τινῶν, τὰ λάχιμον,
 δὲ τριῶν δυνάμει, ἡ ἐνεργεία, ζητεῖται δ' πρὸς ὄν
 ἔξει ὁ γ'. ὡς ἔχει ὁ α', πρὸς τὸν
 β'. δυνάμει μὲν ὡς ἐπὶ τῶν α, β,
 ἀριθμῶν, ὧν δοθέντων, ζητεῖται
 ἀριθμὸς πρὸς ὄν ἔξει ὁ β, ὡς
 ἔχει ὁ α, πρὸς τὸν αὐτὸν β. ἐ-
 νεργεία δὲ ὡς ἐπὶ τῶν γ, δ, ε,
 ὧν δοθέντων, ζητεῖται ἀριθμὸς
 πρὸς ὄν ἔξει ὁ ε, ὡς ἔχει ὁ γ,
 πρὸς τὸν δ.

16

κ

2, 4, 8.

α β δ.

24

λ

3, 6 = 4, 8.

γ δ ε ζ.

Εἰς εὐρεσιν τῶν ἐπὶ μὲν τῷ α'. ὑποδείγματι
 πολλαπλασιασίων τὸν β, πρὸς ἑαυτὸν, τὸν δ' ἀπὸ
 αὐτῷ ἦτοι τὸν κ, διαιρετέον ἐπὶ τὸν α, καὶ ὁ ἔξαχ-
 θεις δ, διὰ τῆς Διαιρέσεως ἐστὶν ὁ ζητούμενος.

Ἐπὶ δὲ τῷ β'. πολλαπλασιασίων τὸν δ, ἐπὶ τὸν
 ε, τὸν δὲ ὑπὸ αὐτῶν λ, διαιρετέον ἐπὶ τὸν γ, καὶ
 ἔξομεν τὸν ζητούμενον ζ.

Δεῖξις.

Ἐπεὶ ὁ β, ἑαυτὸν πολλαπλασιάσας πεποίηκε
 τὸν κ, ὅνπερ καὶ ὁ α, ποιήσει πολλαπλασιάσας τὸν
 δ, κατὰ τὰ εἰρημμένα ἐν τῷ περὶ Διαιρέσεως, ἐστὶν ὁ
 ὑπὸ τῶν ἀκρῶν ἴσος τῷ ἀπὸ τῷ μέσῳ.

Αὐθις ὁ δ, τὸν ε, πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸν λ, τῶν δὲ ποιήσει καὶ ὁ γ, πολλαπλασιασθεὶς ἐπὶ τὸν ζ. ἔσι τοίνυν ὁ ὑπὸ τῶν ἄκρων ἴσος τῷ ὑπὸ τῶν μέσων, καὶ ἐπομένως ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β, ὁ β, πρὸς τὸν θ. Ἐπι δὲ καὶ ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, κατὰ τὴν κ. τῆ ζ. τῆ σοιχειωτῆ.

Πλαγία ἐσὶν, ἐν ἣ τριῶν δοθέντων ἀριθμῶν, ζητεῖται τέταρτος ἕξων πρὸς τὸν πρῶτον, ὡς ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον ἢ πρὸς τὸν γ. ὡς ὁ α. πρὸς τὸν β'.

Ἔσωσαν εἰς ὑπόδειγμα τῆ α'. τρόποι οἱ α, β, γ, ἀριθμοὶ, καὶ ζητηθῆτω ὅσις ἔξει πρὸς τὸν α, ὡς ὁ β, πρὸς τὸν γ. πολλαπλασιασθῆτω ὁ α, ἐπὶ τὸν β, ὁ δὲ $\frac{3}{\alpha}, \frac{8}{\beta}, \frac{4}{\gamma}, \frac{6}{\delta}$ ὑπ' αὐτῶν διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν γ, καὶ ὁ ἐκ τῆς διαιρέσεως ἦτοι ὁ δ, ἔξει πρὸς τὸν α, ὡς ὁ β, πρὸς τὸν γ, ὁ γὰρ ὑπὸ τῶν ἄκρων δ, γ, κἄνταυθα ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν μέσων.

Ἔσωσαν ἔτι εἰς ὑπόδειγμα τῆ β'. τρόποι τῆς πλαγίας τῶν τριῶν ἀναλογίας, οἱ α, β, γ, ἀριθμοὶ, καὶ ζητηθῆτω ἀριθμὸς ὅς ἔξει πρὸς τὸν γ, ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β. πολλαπλασιασθέντος τῆ α, ἐπὶ τὸν γ, ὁ ὑπ' αὐτῶν διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν β, καὶ ὁ ἕξαχθεις δ, ἐστὶν ὁ ζητῆμενος ἢ δεῖξις ἢ αὐτῆ τῆ $\frac{5}{\alpha}, \frac{10}{\beta}, \frac{20}{\gamma}, \frac{40}{\delta}$ προτέρα.

Σύνθετος ἀναλογία ἐστίν, ἐν ἣ πέντε ἀριθμῶν δοθέντων ζητεῖται ὁ ἕκτος· ἢ ἑπτὰ, καὶ ζητεῖται ὁ ὄγδοος· καὶ μὲν οἱ ἀριθμοὶ εὐτάκτως χωρῶσιν, ὁρῶν, εἰ δ' ἄλλως, πλαγία καλεῖται ἡ Ἀναλογία· ἀλλὰ περὶ τούτων εἰσέπειτα.

Σχόλιον.

Τὰ εἶδη ταῦτα τῶν ἀναλογιῶν, μεθόδους οἱ ἀριθμητικοὶ κοινότερον καλεῖσιν, ἀμέλει τὸ μὲν μέθοδον τῶν τριῶν, τὸ δὲ, τῶν πέντε, τὸ δὲ, τῶν ἑπτὰ· ἀλλ' ἐν μὲν ταῖς ἀπλῶς ἀναλογίαις ἀπλῶς καὶ οἱ ἀριθμοὶ λαμβάνονται, καὶ εἰσὶν ἀριθμῶντες ἀριθμοί, ἐν δὲ ταῖς μεθόδοις τοῖς αἰδητοῖς καὶ καθέκαστα ἐφαρμοστέοις, ἀριθμοὶ ἀριθμητοὶ καθίστανται. Ταῦτ' ἄρα ἵνα καταλλήλως λαμβάνωνται, καὶ ἐκτὸς ἀπάτης ἢ πρᾶξις χωρῆ, σκεπτέον πρὸ πάντων τίνας τίσιν τούτων ἀνάγκη εἶναι ὁμοειδεῖς, ὅπερ ὄφλον ἡμῶν γενήσεται λαβῆσιν, ὅτι ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν, ἥτις καὶ κατ' ἀνωνομασίαν, διὰ τὸ πάσας τὰς ἄλλας ἀναλογίας ἐπ' αὐτὴν, ὡς πρωτίστην ἀνάγεσθαι, ἀναλογία καλεῖται, καὶ χρυσῆς κανὼν ὑπὸ τῶν νεωτέρων διὰ τὸ χηρῆσιμον, ἥτοι πάντες εἰσὶν ὁμοειδεῖς, ἢ ἀνὰ δύο· ἀλλὰ καὶ τῆτο πάλιν διχῶς κατὰ συζυγίαν φημι καὶ κατὰ διάσασιν· κατὰ μὲν συζυγίαν, ἥτις ὁμοειδὲς ὄντος τῆ α'. τῷ β'. ἐξ ἀνάγκης εἶναι καὶ ὁ γ'. ὁμοειδὲς τῷ δ'. κατὰ διάσασιν δὲ, ὅταν τῆ α'. ὁμοειδὲς ὄντος τῷ γ'. ἐξ ἀνάγκης καὶ ὁ β'. τῷ δ'. εἴαν γὰρ τῆτο μὴ ᾖ, ἀσύστατος εἶναι ἡ ἀναλογία, καὶ

ἡ ἀπάτη ἐγγύς· ὁ μὲντοι τρόπος τῆς πράξεως ἐπὶ πάντων ὁ αὐτός.

Ἐποδείγματα ἐπὶ τῆς μεθόδου τῶν
τριῶν καὶ πρῶτον ἐπὶ τῆς ὀρθῆς.

Ἐποδειγμα Α'.

Ἐν ᾧ πάντες οἱ ἀριθμοὶ ὁμοειδῆς.

Τοκιστῆς ἕνεκα 500 ἀργυρίων εἴληφε τόκον ἀργύρια 50, ἕνεκα δὲ 800 ἀργυρίων, πόσα ἂν ἀργύρια λήψαιτο.

Ἐποδειγμα Β'.

Ἐν ᾧ ὁ α'. τῷ β'. καὶ ὁ γ'. τῷ δ'. ὁμοειδεῖς.

Τῷ αὐτῷ τοκιστῇ 600 ἀργυρίων παρασχόντων τόκον ἀργύρια 60, 800 ὀβολοὶ, πόσους ἂν ὀβόλους παρασχοῖντο.

Ἐποδειγμα Γ'.

Ἐν ᾧ ἐστὶν ὁμοειδῆς ὁ α'. τῷ γ'. καὶ ὁ β'. τῷ δ'.

Εἴγε τῆ μεγίστη τῆς γῆς κύκλις δύο μοῖραι ἴσαι εἰσὶν ὀκτωσαδίοις ὀκτῶ πρὸς τοῖς τεσσαράκοντα, αἱ τριακόσαι ἐξήκοντα, ἥτοι ὁ ὅλος κύκλος, πόσους ἂν εἶεν ὀκτωσαδίοις ἴσαι.

Ἐπὶ τῶν καὶ τῶν ὁμοίων πολλαπλασιασέον τὸν β'. ἐπὶ τὸν γ'. τὸν δὲ ὑπὲρ αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν α'. καὶ εὐρεθήσεται ὁ δ'. ὁ ἐκ τῆς διαιρέσεως

παραγόμενος τῆτον τὸν τρόπον εὔρηται ἐπὶ μὲν τῆ
 α'. ὑποδείγματος δ'. ὄρος ὁ 80, ἀργυρίων σημαντι-
 κός, ἢ ὁμοειδῆς τοῖς πρὸ αὐτῆ πασι· ἐπὶ δὲ τῆ β'.
 ὁ αὐτὸς 80, ἐκέτι ἀργυρίων, ἀλλ' ὀβολῶν σημαντι-
 κός, ὡς ὁμοειδῆς τῷ γ'. ἐπὶ δὲ τῆ γ'. ὁ 8640, ὀκ-
 τωσαδίων δηλωτικός, ἢ ὁμοειδῆς τῷ β'. ἀλλ' ἵνα κα-
 ταφανὲς γένηται τὸ δεῖν τὰς ἀριθμῆς, κατὰ τὰς προ-
 εκτεθέντας διορισμῆς, ὑπάρχειν ὁμοειδεῖς, κείσθω
 ἐπὶ τῆ β'. ὑποδείγματος, μὴ ὁμοειδῆ εἶναι τὸν γ'. τῷ
 δ'. ἢ λογιζέσθω τις ἔτω· εἰ 600, ἀργύρια παρέ-
 σχον 60, ἀργύρια 800, πόσα ἂν λεπτὰ παρά-
 σχοινοτο, ἀσύστατος εἶσαι ἢ ἀναλογία, ἑτερολογία
 τις μᾶλλον ἔσαι, ἢ ἀναλογία· ἢ γὰρ εἰσὶν ἐν τῷ αὐ-
 τῷ λόγῳ τὰ ἀργύρια, τοῖς ὀβολοῖς καὶ λεπτοῖς·
 τὰ γὰρ ἀργύρια τῶν ἀργυρίων δεκαπλάσια, οἱ δὲ ὀ-
 βολοὶ τῶν λεπτῶν ἐκέτι, εἰ καὶ ἀπλῶς ὁ 800 ἀριθ-
 μὸς τῆ 80, εὐρίσκεται δεκαπλάσιος.

Ἐπὶ δὲ τῆ γ'. ὑποδείγματος, ἐπεὶ ἐκάστη μοῖρα
 διαιρεῖται εἰς 60, ἔ. ὑποκείσθω τὸν 360, ἢ μοιρῶν,
 ἀλλ' ἐξηκοσῶν εἶναι σημαντικόν, τῆτέσι μὴ εἶναι τὸν
 γ'. τῷ α'. ὁμοειδῆ· ἢ δ' ἔτως συσαθήσεται ἢ ἀνα-
 λογία· ἢ γὰρ ἐστὶ λογιζασθαι ὡς μοῖραι πρὸς ὀκτω-
 σάδια, ἔτω ἐξηκοσὰ πρὸς ὀκτωσάδια· εἰ γὰρ τῆτο
 δυνατὸν, ἐπεὶ ὁ αὐτὸς παράγεται ἀριθμὸς, ἦτοι ὁ
 8640, τὰ 360, ἐξηκοσὰ, ταῦτὸν δ' εἰπεῖν αἱ 6,
 μοῖραι εἰσονται περιεκτικαὶ 8640, ὀκτωσαδίων, ὅπερ
 ἄτοπον· αἱ γὰρ 6, μοῖραι τριπλάσιαι ἔσαι τῶν
 2, μοιρῶν, περιέχουσιν ὀκτωσάδια 144, εἴγε αἱ 2,
 εἰσι

εἰσι περιεκτικαὶ 48, κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ὁ γὰρ 144 ἀριθμὸς τῆ 48, ἐστὶ τριπλάσιος, ἔκκει δὲ ὁ 8640.

Ἐπίδειγμα πρῶτον ἐπὶ τῆς πλαγίας
μεθόδε τῶν τριῶν.

Ἐν ᾧ ζητεῖται τέταρτος ἔχων πρὸς τὸν τρίτον, ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν δεύτερον, κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον τῆς αὐτῆς.

Εἰ τοκισῆς τις εἴληθεν ἐξ ἀργυρίων 500 τόκον ἀργύρια 50, τὰ 80, ἀργύρια ἐκ πόσων ἀργυρίων ἔλαβεν; Εἰς λύσιν τῆς ἡ τῶν ὁμοίων πολλαπλασιαστέον τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν τρίτον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν δεύτερον, ἢ εὐρεθήσεται ὁ ζητούμενος κατὰ τὰ πρόσθεν εἰρημένα.

Ἐπίδειγμα Β'.

Ἐν ᾧ ζητεῖται τέταρτος ἔξων πρὸς τὸν πρῶτον, ὡς ἔχει ὁ δεύτερος πρὸς τὸν τρίτον.

Ταχυδεόμε τινὸς βαδίσαντος κατ' ἐκάστην ὀκτωσάδια 24, ἢ διανύσαντος τὴν ἀφ' ἑνὸς τόπου εἰς ἕτερον ὁδοποιεῖαν ἐν ἡμέραις ὀκτὼ, ζητεῖται, πόσα ἂν ὀκτωσάδια αὐτὸς βαδίξαι κατ' ἐκάστην ἡμέραν, ἵνα τὴν αὐτὴν ὁδοποιεῖαν ἐν ἑξ ἡμέραις διανίσῃ.

Εἰς λύσιν τέταρτη καὶ τῶν ὁμοίων τακτέον πρῶτον τὸν ἀριθμὸν τῶν ἡμερῶν, δεύτερον, τῶν ὀκτωσαδίων, τρίτον τὸν τῶν ἄλλων ἡμερῶν, εἶτα πολλαπλασιαστέον τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν δεύτερον, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον ἐπὶ τὸν τρίτον, καὶ ὁ διὰ τῆς διαιρέσεως παραχθῆεις, ἔσται ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν ὀκτωσαδίων, οἷον $32: 8 = 24: 6$ ἐπὶ τῷ παρόντος ὁ 32.

Ἐπιδειγμα Β'.

Ἐπεὶ ἐν ἡμέραις 10, οἰκοδόμοι 20, συνέπηξαν τινὰ οἰκίαν, ἐν ἡμέραις 5, πόσοι ἂν οἰκοδόμοι συμπήξαιεν ἑτέραν οἰκίαν ἴσην τῇ προτέρᾳ;

Πολλαπλασιαστέον τὸν πρῶτον ἐπὶ τὸν δεύτερον, $40: 20 = 10: 5$. διαιρετέον τε τὸν ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν τρίτον, καὶ ἐξαχθήσεται ὁ ζητούμενος, ὅς ἐστιν ὁ 40.

Ἡ δεῖξις τῶν καὶ τῶν τοιῶτων ἐρήρηται τῇ εἰκοσῇ τῷ ἑβδόμῳ τῷ σοικειωτῷ, ἔξῃσι μέντοι καὶ ἄλλως συνιδεῖν ὁρθῶς ἔχουσαν τὴν ἀναλογίαν. διὰ μὲν γὰρ τῷ πολλαπλασιασμῷ τῷ πρώτῳ ἐπὶ τὸν δεύτερον, ἀποτελεῖται ὁ ἀριθμὸς πάντων τῶν ὀκτωσαδίων, ἅπερ ἐβάδισεν ὁ ταχυδρόμος κατὰ τὸ πρῶτον ἐπιδειγμα, ἢ πᾶσαι αἱ ἡμερήσιαι ἐργασίαι τῶν οἰκοδόμων κατὰ τὸ δεύτερον, διὰ δὲ τῆς διαιρέσεως συνά-

γεται, ὅποσα ὀκτωσάδια βαδίζειν χρόνῳ κατ' ἑκάστην ἡμέραν τῷ διανύσονται ἐν ἑξ ἡμέραις τὴν ὁδόν, ἢ πόσαι ἐργασίαι ἀρκέσουσι κατ' ἑκάστην εἰς σύμπληξιν τῆς οἰκίας ἐν ἡμέραις πέντε.

Σχόλιον.

Ἐπισάσεως δὲ ἄξιον, ὅτι ἐπὶ τῶν τοιούτων προβλημάτων οἱ χρόνοι ἀντιπεπόνθασιν τοῖς πράγμασιν· ὡς περ ἐνταῦθα αἱ ἡμέραι τοῖς τε ὀκτωσαδίοις, καὶ τοῖς οἰκοδόμοις. καὶ γὰρ μειβμένα τῷ χρόνῳ αὐξάνεται ὁ ἀριθμὸς τῶν αὐτῶν, καὶ ἀνάπαλιν. ταῦτ' ἀρα καὶ ῥαδίως ἀνάγεται ἢ πλαγία αὕτη μέθοδος ἐπὶ τὴν ὁρθὴν, εἴτις ἔτρωσπίως λογίζεται. ὡς ἡμέραι 6, πρὸς ἡμέρας 8, ἧτοι ὁ ὑστερος χρόνος πρὸς τὸν πρότερον, ἔτρωσ ὀκτωσάδια 24, τὰ κατὰ τὴν πρώτην ὁδοιορίαν, πρὸς ὀκτωσάδια τὰ κατὰ τὴν δευτέραν. καὶ αὐτίς ὡς ἡμέραι 5, πρὸς ἡμέρας 10, ἔτρωσ 20, οἰκοδόμοι οἱ πρότεροι δηλονότι πρὸς τοὺς ὑστέρους. εὐρεθήσονται γὰρ ὡς καὶ πρότερον οἱ αὐτοὶ ἀριθμοὶ ὁ 32, Φημί καὶ 40.

Ἐὰν δὲ δοθέντος τῷ ἀριθμῷ τῶν οἰκοδόμων, ζητηθῇ ὁ τῶν ἡμερῶν, οἷον εἰπεῖν, εἰ 20, οἰκοδόμοι ἐν ἡμέραις 10, συνέπηξαν τὴν οἰκίαν, 40, οἰκοδόμοι ἐν πόσαις τὴν ἴσην αὐτῇ συμπήξαιεν οἰκίαν; εὐρεθήσεται τὸν αὐτὸν τρόπον ὁ ἀριθμὸς τῶν ἡμερῶν διὰ πολλαπλασιασμοῦ τῷ πρώτῳ ἐπὶ τὸν δεύτερον, καὶ διαι-

ρίσεως τῆς ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν τρίτον, ἐπ' ἄθενος γὰρ τῶν τοιούτων προβλημάτων εὐρεθείη ἂν διὰ πολλαπλασιασμῶ τῆς πρώτης ἐπὶ τὸν τρίτον, ἢ διαιρέσεως ἐπὶ τὸν δεύτερον, κατὰ τὸν δεύτερον τρόπον τῆς πλαγίας μεθόδου τῶν τριῶν, περὶ ἧς τὸν λόγον ποιήσαμεθα, εἰ καὶ ἐπὶ τῶν μὴ ἀντιπεπονθότων εὐρίσκεται. ὡς ἔστιν ἰδεῖν ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἐκτεθέντος ὑποδείγματος πρώτη ἐπὶ τῆς αὐτῆς· ἐκεῖ γὰρ διὰ τὸ μὴ ἀντιπεπονθῆναι τὰ ἀεγύρια τοῖς ἀεγυρίαις συνίστατο ἡ ἀναλογία· ἐνταῦθα δὲ ἐκ ἂν ποτε συναίη τῷ ἀντιπεπονθῆναι τῆς χρόνος τοῖς πράγμασι· ἔτι γὰρ πρόσθιν ὁρθῶς τὸ ἔτω λογίζεσθαι· εἰ 10, ἡμέραι διήρκεσαν τοῖς 20, οἰκοδόμοις, τοῖς 40, πόσοι διαρκέσουσιν. ἀλλ' ὡς οἰκοδόμοι οἱ ὑπεροὶ πρὸς οἰκοδόμους τῆς προτέρας, ἔτι καὶ ἡμέραι τῶν προτέρων πρὸς τὰς ἡμέρας τῶν ὑσέρων, αἰτίνες εἰσὶν αἱ ζητούμεναι· ἦτοι ὡς 40, πρὸς 20, 10, πρὸς 5. ἔτω γὰρ πολλαπλασιαζομένης τῆς πρώτης ὡς ἐστὶν ὁ 20, ἐπὶ τὸν δεύτερον ἦτοι τὸν 10, διαιρεῖται ὁ ὑπ' αὐτῶν ἐπὶ τὸν 40 τρίτον ὄντα τῶν δοθέντων, πρῶτον δὲ τῆς τάξεως τῆς ἀναλογίας, καὶ παράγεται ὁ ζητούμενος κατὰ τὴν ὁρθήν, ὅπερ ἦν τὸ ἐξ ἀρχῆς, ἐν οἷς ἐλέγετο δεῖν πολλαπλασιάζειν τὸν πρῶτον τῶν δεδομένων ἐπὶ τὸν δεύτερον, ἢ τὸν ὑπ' αὐτῶν διαιρεῖν ἐπὶ τὸν τρίτον.

Περὶ Ἑταιρείας.

Διὰ τῆς μεθόδου τῶν τριῶν λύονται ἢ πάντα τὰ περὶ ἀπλῆς Ἑταιρείας ὀρθῆς τε καὶ πλαγίας προβαλλόμενα, ἧτις ἕδεν ἄλλο ἐστὶ, ὡς ἐπὶ τῆ παρόντος λαμβάνει), ἢ συμφωνία πλεόνων διαφόρων καταθεμένων ποσότητος, καὶ ἐμπορευσαμένων ἐπὶ τινα χρόνον, εἶτα βηλομένων διανεῖμαι τὸ ἐξ αὐτῶν κέρδος, ἢ ζημίαν ἀναλόγως ταῖς καταβληθείσαις ποσότησιν, ὥστε ἔχεν τὸ ἐξ ἀπάντων τῶν ποσοτήτων συγκείμενον πρὸς τὴν ποσότητα ἐκάστου, ὡς τὸ ὅλον κέρδος πρὸς τὸ ἀνήκουκ κέρδος ἐκάστῃ ποσότητι.

Ἐπόδειγμα ἐπὶ τῆς ἀπλῆς καὶ ὀρθῆς
Ἑταιρείας.

Δεδόθω συνεικόμενος τρεῖς ἑταιρείαν ποιησαμένους καταδέσθαι τὸν μὲν ἀργύρια 24, τὸν δὲ 30, τὸν δὲ, 48, ἢ κερδήσαντας ἀργύρια 200, ζητεῖν τὸ ἀνήκον ἐκάσῳ κέρδος.

Εἰς εὐρεσιν τέττα πολλαπλασιαστέον τὸν 200, ἥτοι τὸ δοθέν κέρδος ἐπὶ τὸν 24, τὴν ποσότητα λέγω τῆ ἐνός, τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον ἀπὸ τὸν 100, δηλονότι τὴν ὅλην ποσότητα. ὁ γὰρ ἐκ τῆς διαιρέσεως παραγόμενος τῆ ἀνήκοντος αὐτῷ κέρδους, εἶσαι παραστατικός. τῆτ' αὐτὸ ποητέον καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων. εἶσαι γὰρ,

ὡς 100:	πρὸς 24	= ἔτω	200:	πρὸς 48.
100:	30		200:	60.
100:	46		200:	92.

ἦτοι ὡς ἡ ὅλη ποσότης πρὸς τὰς ἐν μέρει ποσότητας
τὸ ὅλον κέρδος πρὸς τὰ ἐν μέρει κέρδη.

Τὸ αὐτὸ ὑπόδειγμα κατὰ τὴν πλα- γίαν μέθοδον τῆς ἐταιρείας.

Ἐὰν δὲ δοθείσης τῆς ὅλης ποσότητος, ἢ τῆ
ὅλης κέρδους, ἢ τῶν τῆς μερῶν, ζητηθῆ δὲ ἡ ἐκά-
στη ποσότης, πολλαπλασιαστέον τὸν 200, ἐπὶ τὸν 100,
τὸν δὲ ὑπ' αὐτῶν διαιρετέον δὸς εἰπῆν ἐπὶ τὸν 24,
ἐπὶ τὸν 30, ἐπὶ τὸν 46, ἐν μέρει κατὰ τὸν β. τρό-
πον τῆς πλαγίας τῶν τριῶν. ἔσαι γάρ.

ὡς 100:	πρὸς 200	= ἔτω	48:	24.
100:	200		60:	30.
100:	200		92:	46.

ἦτοι ὡς ἡ ὅλη ποσότης πρὸς τὸ ὅλον κέρδος, αἱ ἐν
μέρει ποσότητες πρὸς τὰ ἐν μέρει κέρδη.

Λήμμα.

Τὸ κινητικὸν πολλαπλασιασθήσε) ἢ ὑποπολλα-
πλασιασθήσε) τῷ λόγῳ τῆς κινήσε, ἢ τῷ λόγῳ τῆς
ταχύτητος· οἷον ἔσω κινητικὸν σῶμα τὸ α, κινήτων
δὲ τὸ β, καὶ κινείτω τῆτο ἐκεῖνο κατὰ τὴν τυχεῖσαν
ταχύτητα· διπλασιασθήτω τὸ β, ἀνάγκη ἢ τὸ κι-
νητικὸν διπλασιασθῆναι, εἰ μέλλει κινεῖν τὸ β, κατὰ

τὴν αὐτὴν ταχύτητα. κἄν δέη κινεῖν αὐτὸ ἐν διπλασίονι τῆς προτέρας ταχύτητι, δεόν τὸ αὐτὸ τετραπλασιασθῆναι· εἰ δὲ τὸ μὲν κινήτὸν διπλασιασθῆ, ἢ δὲ ταχύτης τριπλασιασθῆ, τὸ κινήτικὸν ἑξαπλασιασθῆναι χρεών, καὶ ἀπλῶς πολλαπλασιασθῆναι, ἢ ὑποπολλαπλασιασθῆναι κατὰ τὸν λόγον τῆτε κινήτῃ πρὸς τὸ κινήτὸν, καὶ τῆς ταχύτητος πρὸς τὴν ταχύτητα· ἥτοι ἔχειν λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῶ λόγου τῶν τε κινήτῶν καὶ τῶν ταχυτήτων.

Ἰσχυρίζομαι γὰρ τὸ κινήτὸν διτάλαντον, καὶ κελ. σθω αὐτ' αὐτῆ ὁ 2, ἀντὶ δὲ τῆ διπλασίως 2. 3. αὐτῆ ὁ 4, ἀντὶ δὲ τῆς ταχύτητος καθ' ἣν 4. 6. ἐκίπει τὸ α, τὸ β, ὁ 3, καὶ ἀντὶ τῆς διπλασίας ταύτης ὁ 6, τούτων κειμένων, πρόδηλον τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι, ὅτι ὁ λόγος τῶν κινήτικῶν σύγκεται ἐκ τῆ λόγου τῆ 2, πρὸς τὸν 4, καὶ τῆ 3, πρὸς τὸν 6.

Πόρισμα.

Ἐκ τῆτε συνάγεται, ὅτι ὁ λόγος τῶν κινήτικῶν ἐστὶν ὁ αὐτὸς τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ 3, ἐπὶ τὸν 2, καὶ τῆ 4, ἐπὶ τὸν 6, οἷτινες ἐνταῦθα εἰσὶν ὁ 6, καὶ 24. ἐπεὶ γὰρ ἥτοι ἔχουσι λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν πλευρῶν κατὰ τὴν ε'. τῆ ἢ. τῆ φοιχειωτῆ, ἔχουσιν ἄρα λόγον τὸν ἐκ τῆ 2, πρὸς τὸν 4, καὶ τῆ 3, πρὸς τὸν 6, συγκείμενον· ἀλλὰ καὶ ὁ τῶν κινήτικῶν λόγος ἐκ τῶν

αὐτῶν λόγων ἐστὶ συγκείμενος, κατὰ τὴν ια'. ἄρα
 τῆ ε'. τῆ αὐτῆ ὁ λόγος τῶν κινητικῶν ἐστὶν ὁ αὐτὸς
 τῷ λόγῳ τῶν γινομένων ἀριθμῶν ἐκ τῆ πολλαπλα-
 σιασμῆ τῆ 3, ἐπὶ τὸν 2, ἢ τῆ 4, ἐπὶ τὸν 6.

Περὶ Ὁρθῆς Μεθόδου τῶν 5.

Ἡ τῶν 5 Μέθοδος σύνθετός ἐστιν ἀναλογία,
 ἐφ' ἧς διδομένων πέντε ἀριθμῶν ζητῆται ὁ ἕκτος.

Υπόδειγμα.

Ἐὰν πρὸς τροφήν 20, ἀνδρῶν ἐν ἡμέραις 2,
 ἱκανοὶ ἄρτοι 80, πρὸς τροφήν 30, ἀνδρῶν ἐν ἡμέραις
 6, πόσοι ἄρτοι ἔσονται ἱκανοί;

Ἐπεὶ αἱ τροφαὶ ἔχουσι λόγον τὸν συγκείμενον
 ἐκ τῆ λόγῳ τῶν ἀνδρῶν, ἢ τῆ λόγῳ τῶν ἡμερῶν,
 ὃν ἔχουσι ἢ οἱ γινομένοι ἀριθμοὶ ἐκ τῆ πολλαπλασιασ-
 μῆ τῶν ἀριθμῶν τῶν παρασατικῶν τῶν ἀνδρῶν καὶ
 ἡμερῶν, πολλαπλασιασθήτω ὁ 20, ἐπὶ τὸν 2, καὶ ὁ
 30, ἐπὶ τὸν 6, ἢα γένωνται ὁ 40, ἢ 180. ἔσαι γάρ·
 ὡς 40: 180 = 80: $\frac{4}{1} \frac{1}{6}$ ἦτοι 360.

Περὶ Συνθέτου Ἐταιρείας.

Υπόδειγμα.

Τῇ αὐτῇ μεθόδῳ λύσι) ἢ πάντα τὰ κατὰ τὴν σύν-
 θετον Ἐταιρείαν προβαλλόμενα. οἷον συνέμποροι τρεῖς

ἐκέδησαν ἀργύρια 200, ὧν ὁ μὲν κατέδετο ἀργύρια

20. πρὸ μηνῶν 3.

ὁ δὲ 40. 2.

ὁ δὲ 24 6.

ζητεῖ δὲ ἕκασος αὐτῶν τὸ ἀνήκον αὐτῷ ἐκ τῆ ὅλης κέρδους.

Ἐπει τὰ ζητούμενα κέρδη ἔχουσι λόγον ἢ πρὸς τὰς ποσότητας, ἅς ἕκασος τῶν κατέδετο, ἢ πρὸς τὴν μῆνα, πρόδηλον ὅτι ἔχουσι λόγον τὸν συγκείμενον ἐκ τῶν λόγων τῶν αὐτῶν, καὶ ἐπομένως ἔχουσιν, ὡς οἱ ὑπ' αὐτῶν γινόμενοι ἀριθμοί· πολυπλασιασθήτω τοίνυν ἕκαση ποσότης καταλλήλως τοῖς χρόνοις, ἢ γινέσθωσαν οἱ α, β, γ, ἀριθμοί, ἢ ἕκασος τῶν τῶν εἶναι παρασατικός τῆς ἐκάστη τῶν συνεμπόρων συνδέτη ποσότητος. συ-
ναφθήτωσαν δὲ οἱ αὐτοὶ ἀριθμοί, ἢ ὁ 60. α.
80. β.
144. γ.
ἐξ αὐτῶν δ. παρασῆσει τὴν ὅλην σύνδετον 284. δ.
ποσότητα. τελευταῖον γινέσθω.

ὡς 284: πρὸς 60 = ἔτω 200: πρὸς ἄλλο τι.

284: 80 200:

284: 144 200:

Περὶ τῆς Πλαγίας τῶν 5.

Ἦ πρόδειγμα.

Εἶπερ σκαπανεῖς δέκα ἐν ἡμέραις τρισὶ διήκεσαν πρὸς σκαφὴν ὀργυιῶν εἴκοσι, πόσοι ἂν σκαπανεῖς

ἐν ἡμέραις ἕξ πρὸς σκαφὴν ἑτέρη εἰκοσιν ὀργυιῶν δια-
κείσαιεν ;

Ἐπὶ τῆ παρόντος ἢ τῶν ὁμοίων, ἐπεὶ οἱ χρόνοι
ἀντιπεπόνθασιν τοῖς σκαπανεῦσιν, ἀντισρεπτεῖον τὰς χρό-
νους, ἵνα γένηται οἱ σκαπανεῖς ἐν τῷ λόγῳ τῶν γι-
νομένων ἀριθμῶν ὑπὸ τῶν ἀριθμῶν τῶν ὀργυιῶν, ἢ
τῶν χρόνων. ἢ τὰ λοιπὰ ποιητέον ὡς πρότερον ἐπὶ
τῆς ὀρθῆς.

σκ. ὀρ. ἢ οἱ ὄροι εὐτάκτως κείμενοι.

10. 20. 6.

5. 20. 3. ἕσαι γὰρ ὡς 120: πρὸς 60 = 10: πρὸς 5.

Περὶ τῆς μεθόδου τῶν 7.

Εἶδισαι κοινότερον τοῖς ἀριθμητικοῖς μετὰ τὴν
μέθοδον τῶν πέντε ποιῆσθαι τὸν λόγον, καὶ περὶ
τῆς τῶν ἑπτὰ λεγομένης μεθόδου· δι' τῆς διδομένων
ἑπτὰ ἀριθμῶν θηρεῖται ὁ ὄγκος· ἀλλὰ παραληπτέα
αὕτη ὡς βραχύτι τῆς τῶν πέντε παραλλήλιστα, ἢ
διὰ τῆτο εὐδῆως ἐπ' αὐτὴν ἀναγομένη ἵνα δὲ σα-
φέστερα γένηται τὰ λεγόμενα, ἐκδετέον ὑπόδειγμα τι
τῶν κατ' αὐτὴν προβαλλομένων. Ἄνδρες 4, μετὰ
ἀργυρίων 160, ἐν μηνὶ 6, ἐκέρδησαν ἀργύρια 32,
ἄνδρες 7, μετὰ ἀργυρίων 210, ἐν μηνὶ 4, πόσα
κερδήσασιν ἀργύρια; σημαίνει δὲ τὸ ἄνδρες 4, μετὰ
ἀργυρίων 160, τὸ καταδεῖναι ἕκασον τῶν τεσσάρων
ἀνὰ 160, ἀργύρια· ὁμοίως ἢ ἕκασον τῶν ἑπτὰ ἀνὰ

120, ὅπερ ταῦτόν ἐστι τῷ καταθεῖναι τινὰ 640, ἢ
 1470, ἕτερον. εἶγε λαμβανόμενος ὁ 160, τετράκις
 καὶ ὁ 220, ἐπτάκις ποῖσι τὸν 640, καὶ 1470,
 ταῦτ' ἄρα λαμβανομένη ἀντιπρώτα τῷ 640. Δευ-
 τέρη δὲ τῷ 6. καὶ Τρίτη τῷ 32. ἀντι Τετάρτη 1470,
 καὶ Πέμπτη τῷ 4. πραγματευθήσεται ὡς ἡ τῶν 5. δι-
 ὅ καὶ ἔ μακρογορητέον:

Περὶ ἀριθμητικῆς Ἀναλογίας.

Ἀριθμητικὴ ἀναλογία ἐστίν, ἐν ἣ πλειόνων
 ἐκκεμένων ποσῶν δὲς ὁ εἶπειν ἀριθμῶν, ἀλλὰ τελά-
 χισον ἤτοι τριῶν, ἢ τεσσαρῶν ἢ αὐτὴ μεταξὺ αὐ-
 τῶν εὐρίσκεται διαφορά. καὶ ἐστὶ διττὴ συνεχῆς
 καὶ διεζευγμένη. συνεχῆς μὲν ὅταν ὡσι τρεῖς
 τελάχισον οἱ ἀριθμοί, διεζευγμένη δὲ ὅταν τέσ-
 σαρες. ὡς ἐπὶ τῶν α, β, γ, καὶ δ, ε, ζ, η, ἀριθμῶν.
 ἴδιον δὲ ταύτης τὸν ἐκ τῶν
 ἀκρῶν συγκείμενον ἴσον εἶ- 3 4 5. 2: 3: = 5. 6.
 ναι τῷ ἐκ τῶν μέσων ἐπὶ α β γ. δ. ε. ζ. η.
 τῆς διεζευγμένης, καὶ διπλάσιον τῷ μέσῳ ἐπὶ τῆς
 συνεχῆς.

Περὶ ἀρμονικῆς ἀναλογίας.

Ἀρμονικὴ ἀναλογία ἐστὶ καὶ ἢν αἰτῶν κεμέ-
 νων ποσῶν διαφοραὶ ἔχῃσι λόγον, ὃν ἔχει τὸ πρῶτον
 αὐτῶν πρὸς τὸ ἔσχατον, καὶ μὲν ἢ συνεχῆς ἢ ἀνα-
 λογία. ἐστὶ δὲ τοιαύτη ἡνίκα οἱ διδόμενοι ὄροι ὡσι

τρεις, ἔξει ἡ διαφορὰ τῆ πρώτης παρὰ τὸν δεύτερον
 πρὸς τὴν διαφορὰν τῆ δευτέρας παρὰ τὸν τρίτον,
 ὡς ὁ πρῶτος πρὸς τὸν τρίτον. Εἰ δὲ τέσσαρες, ὡς
 ἡ διαφορὰ τῆ πρώτης παρὰ τὸν δεύτερον, πρὸς τὴν
 διαφορὰν τῆ τρίτης παρὰ τὸν τέτατον, ἕτως ὁ πρῶ-
 τος πρὸς τὸν τέτατον. ὡς ἐπὶ τῶν η, θ, κ, λ, ζ,
 η, μ, ν. ἀριθμῶν.

15, 5, 3. 6, 8, 12, 18.

θ κ ζ η μ ν.

ΠΕΡΓ

ΑΛΓΓΕΒΡΑΣ.

Εἰς τὴν Ἀλγγεβραν.
Ἐπίγραμμα Ἡρωελεγείον.

Ἀλγγεβρα Ἐλλάδα τὴν ἀγακλειτὴν ἐκπρολιπῆσα
ἄμμιγα μύσησιν, τῆνεκα δυλοσύνης
βῆ δ' ἴμεν Ἐσπερίην τῆς Ἐλλάδος ἀνδιχα πρόωθεν,
πάντεσι θαυμασίη, πάντεσι θεσπεσίη,
ἣ δὴ νῦν Παλιναγρετος εἰς πατρώια βαίνει,
Σοῖσι πόνοις, Κοσμᾶ, δώματα ἵπταμένη.

Ἄλλο

Ἐλλὰς μισάων οἴκημα, σοφῶν τε σὺ μῆτερ
δέξαι Ἀλγγεβραν, ἣν παρέχουσι τύποι.

Ἐπίγραμμα Ἀνασασίς Μπαλανίδεσ ἀυταδέλφου
τῆ συγγραφέως Ἡρωελεγείον.

Ἐλλὰς εὐδαίμων πρὶν ζηλωτὴ ὅσα χρεῖος,
Ἐπλετο τάνβίω, σέμμα γὰρ οἱ σοφίης.
Ταύτης δεινὸς ἔα φθόνος εἴλετο πᾶν κλέος ὄκα,
οὔνεκα παντλήμων, ἠδ' ἄχαρις προσέβη.
Ἄτὰρ αὐθις γάννυται σοβαρὸν τ' ὄμα αἶρει,
Ἡδ' Ἀλγγέβρας νῦν σύγγραμμα δεξαμένη.

Ἔτερον.

Ἐλλὰς ἀθλία περίπυσέποτ' αἶρε σὸν ὄμμα,
Εὖχος γ' Ἀλγγέβρας σῶν ἀπο νῦν καμάτων.



ΑΛΓΓΕΒΡΑΣ

ΒΙΒΛΙΟΝ ΠΡΩΤΟΝ.

Όρισμός.

Η καλυμένη Αλγγεβρα, ἐπισήμη ἐστὶ περὶ τὸ ποσὸν καταγινομένη, τῶν ἀλγγεβρικῶς προβαλλομένων θεωρημένη τὴν λύσιν διὰ τῶν οἰκείων αὐτῆς ἀρχῶν.

Περὶ Συμβόλων.

Καθάπερ ἐπὶ τῆς ἀριθμητικῆς αἱ πράξεις διὰ χαρακτηριστῶν, ἕτως ἐνταῦθα διὰ σοιχείων περαίνονται ἀλλ' ἐκείνων μὲν ἡ σημασία ὠρισμένη τις ἐστὶ, ἔχ' ἕτω δὲ καὶ τῶν σοιχείων. ὁ γὰρ γ , ὅς εἶπεν μονάδων, ἢ δεκάδων, ἢ ἑκατοντάδων, ἢ ἄλλου τινὸς ὑπὸ τῆ γ , παρονομαζομένου ἀριθμοῦ ἂν γίνεταί σημαντικός· τὸ δὲ α , ἢ β , ἢ ἄλλο ὅτιον τῶν σοιχείων ἔχ' ὠριεταί, ἀλλ' ἔξεσι τῆ τυχόντος ἀριθμοῦ, καὶ ἀπλῶς παντὸς ποσῶ λαβεῖν ταῦτα κατὰ συνθήκην παραστατικά, ὡς ἐπὶ τῶν ἀναλυτικῶν πράξεων τρανώτερον δηλωθήσε). Ἐπει δὲ κοινότερον εἶδισαι, τοῖς μὲν πρώτοις τῶν σοιχείων τὰ ἐγνωσμένα, ἢ διδόμενα, τοῖς

δὲ τελευταίοις τὰ ἄδηλα, ἢ ζητούμενα παρῆσανται. κείδω ἢ ἡμῖν, διὰ τῆ α, β, γ, ἢ ἢ ἄλλῃ τινὸς τὰ διδόμενα, διὰ δὲ τῆ υ, φ, χ, τὰ ζητούμενα παρῆσανται, καί τοι πολλάκις διὰ τὸ εὐμνημόνευτον τὰ ἀρκτικὰ γράμματα τῶν ὀνομάτων εἰς δῆλωσιν τῶν ὑπ' αὐτῶν σημαινομένων πραγμάτων παραλαμβάνεται, οἷον ἀντὶ χρόνου τὸ χ, ἀντὶ διαφορᾶς τὸ δ, ἀντὶ μεγέθους τὸ μ, ἀντὶ κινήσεως τὸ κ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ὁμοίως.

Παρὰ τὰ στοιχεῖα χρώμεθα ἐπὶ ταύτης τῆς ἐπιπέδου ἢ συμβόλοις τισίν, οἷα εἰσι τοδι =, ἢ τοδι +. ὧν τὸ μὲν σημαντικὸν ἐστὶν ἰσότητος· δηλοῦν γὰρ ἴσα εἶναι, ὧν μεταξὺ εὐρίσκεται. οἷον $\alpha = \beta$. τὸ δὲ προδήκῃς. δηλοῦν γὰρ τὸ β, τῷ α προσκειῖσθαι. ὑπάρξεως ἄντις εἶποι κατὰ Διόφαντον. ὥστε εἰ τὸ α ἀντὶ τῆ 3, ὑποτεθῆ, τὸ δὲ β ἀντὶ τῆ 2, ἔσαι τὸ ὅλον $\alpha + \beta = \tau\omega 5$. τὸ δὲ — ἐλλείψεως ἢ λείψεως κατὰ Διόφαντον, ὡς $\alpha - \beta$, σημαῖνον ἐλλείπειν τὸ α, τῆ β, ὃ δὲ β τοδι τὸ σύμβολον πρόσκειται. ὅθεν κατὰ τὴν προεκτεθεισάν ὑπόθεσιν τὸ ὅλον $\alpha - \beta = \tau\eta 1$. ὧν δὲ μεταξὺ τῆτι Χ παρεμπίπτει, σύμβολον ὑπάρχον πολλαπλασιάσεως, πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιαζόμενα τὰ στοιχεῖα παρῆσανται. ἕτεροι δὲ αὐτὸ τῆτο παραστῆσαι βελλόμενοι ἢ χεῶνται τῷ συμβόλῳ τῆτω, ἀλλὰ εἰγμῆν μεταξὺ τῶν στοιχείων τιθέασιν, οἷον α. β. κοιότερον μέντοι ἢ ἄνευ τῆτων, τῆ συμβόλου λέγω καὶ τῆς εἰγμῆς, μόνῃ δὲ τῆ συμπλοκῇ τῶν στοιχείων ὁ πολλαπλασιασμὸς τῆτων σημαίνεται.

οἷον $\alpha \beta$, ἢ 2α , ἠνίκα σοιχεῖον ἐπὶ χαρακτηῖρα πολλαπλασιάζεται. ὅπως δὴ ποτῶν μέντοι γένηται, κειμένης τῆς ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως, τὸ $\alpha \times \beta$, ἢ $\alpha \cdot \beta$, ἢ $\alpha \beta =$ ἐστὶ τῶ β , εἶγε ὁ 3 , ἐπὶ τὸν 2 , πολλαπλασιαζόμενος τὸν β , ποιεῖ. τὸ δὲ $2 \times \alpha$, ἢ $2 \cdot \alpha$, ἢ $2\alpha =$ τῶ $\alpha \alpha$.

Διαιρέσεις δὲ σύμβολα δύο, Γραμμὴ ὑπερκειμένη τῷ διαιρέτῃ, ἢ ὑποκειμένη τῷ διαιρουμένῳ ἀριθμῷ. ἢ τρισμαί δύο ὡς ἄλλοις ἀρέσκει μεταξύ αὐτῶν. οἷον ἐπὶ τῷ $\frac{\alpha}{\beta}$ κατὰ τὸν πρῶτον τρόπον, ἢ $\alpha:\beta$ κατὰ τὸν δεύτερον, καὶ $(\alpha + \beta) : (\gamma - \delta)$ ἀνθ' ἑνὸς ὄρε ἐκατέρω τῶν λαμβαιόμενων. ἀνθ' ὅτι ἢ γραμμαῖς ἀπ' ἀλλήλων χωρίζονται. παρὰ ταῦτα εἰσὶ καὶ ἄλλα* σύμβολα, ὧν τὸ μὲν $>$ ἔτωσι μεταξύ τῶν $\alpha > \beta$, γραφόμενον, σημαίνει μείζον εἶναι τὸ α , τῷ β . ἀνάπαλιν δὲ οἷον $\beta < \alpha$, τὸ β , ἔλαττον εἶναι τῷ α . ταῦτ' ἄρα, ὅτε μὲν ὑπεροχῆς, ὅτε δὲ μειώσεως ἐστὶ σύμβολον. τὸ δὲ ∞ , ἀπειρίας ὑπάσχει σημαντικόν, ἀπειρον ποσὸν σημαῖνον, ἐνθα ἂν τεθῆ. οἷον τὸ $\alpha = \infty$, ὡς ἂν εἴποις τὸ α , ἴσον ὑποτίθεται ἀπειρω. ἢ τελευταῖον τὸ 0 , ὅπερ ἕδεν σημαίνει. πάντα δὲ ταῦτα ἐπεργεῖα δεῖον προσκείσθαι, οἷς παρέπεται πλὴν τῷ $+$. τῷτο γὰρ μόνον δυνάμει παντὶ σοιχεῖω, ἐν ἀρχῇ μέντοι κειμένῳ πρόσθεσι, ἢτε μόνῳ ὄντι, εἴτε ἢ ἕτερον ἔχοντι προσκείμενον. οἷα τὰ $\alpha + \beta$, $\alpha - \beta$, ἢτε ταῦτ' εἰσὶ τῆς $+$ $\alpha + \beta$, $+$ $\alpha - \beta$. ἠνίκα δὲ τῷ ἐν ἀρχῇ ὄντι σοιχεῖω τὸ τῆς λείψεως προσήκει

σύμβολον ενεργεία, χρεῶν τῆτω προσκεῖσθαι ὡς ἐπὶ
 $t\bar{\epsilon}$ — $\alpha + \beta$. Φωνοῦνται δὲ ἔτω $\alpha = \beta$, τὸ α , ἴσον ἐστὶ
 $t\bar{\omega}$ β , $\alpha + \beta$, τὸ α , μετὰ $t\bar{\epsilon}$ β . $\alpha - \beta$, τὸ α , δίχα
 $t\bar{\epsilon}$ β . $\alpha \times \beta$. ἢ $\alpha \cdot \beta$, ἢ $\gamma\bar{\nu}$ $\alpha\beta$, τὸ α , πολλαπλα-
 σιασθῆσόμενον ἐπὶ τὸ β . $\frac{\alpha}{\beta}$ ἢ $\alpha : \beta$, τὸ α , μερισθῆσό-
 μενον ἐπὶ τὸ β .

Οὐ παντάπασι μὲν τοὶ τοὺς ἀριθμητικοὺς χα-
 ρακτῆρας ἐκκλίνουσιν οἱ ἀναλυτικοί, ἀλλὰ χρεῶνται καὶ
 τέτοις πολλάκις, τοῖς σοιχείοις συντάττοντες· τριχῶς
 δὲ τῆτω ποιῶσιν. ἢ γὰρ τὸν χαρακτῆρα μετὰ τινὶ
 σοιχείῳ, ἢ σοιχείῳ τιθέασιν, παρενείροντες τέτοις καὶ
 σύμβολον, οἷον τὸ $\alpha \times 3$, τὸ $\alpha - 3$, τὸ $\alpha \times \beta$
 — $\gamma \times 2$. ἢ ἐν τοῖς ἀριστέροις μετὰ τὸ σύμβολον
 τὸν χαρακτῆρα τοῖς σοιχείοις συντάττασιν, οἷον τὸ
 $\times 3 \alpha \beta$, καὶ τὸ — 4 $\gamma\delta$, οὗς δὴ καὶ συζύγως καλῶ,
 σημαίνοντας διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς μονάδων, ποσάκις τὰ
 συνόντα αὐτοῖς σοιχεῖα λαμβάνεται. δοκεῖ δὲ συν-
 τομίας χάριν τῆτω ἐπινοηθῆναι ὑπὸ τῶν πρῶτον εὐρη-
 κόντων τὰ τοιαῦτα. ταῦτόν γὰρ ἐστὶ τὸ $3 \alpha \beta$, τῶ
 $\alpha \beta + \alpha \beta + \alpha \beta$. εἴδα δὲ ἔδειξεν χαρακτῆρ ἰσοζυ-
 γεῖ, ἢ μονὰς δυνάμει πρόσθεσιν. ἔδεν γὰρ διενήνοχε
 τὸ $\alpha \beta t\bar{\epsilon}$ $1 \alpha \beta$. ἢ τελευταῖον ὁ χαρακτῆρ τίθεται
 ἐν τοῖς δεξιοῖς ὑπεράνω τῶν σοιχείων, οἷον α^2 , α^3 ,
 ὅς ὑπὸ τινων μὲν λογάριθμος λέγεται, κοινότερον δὲ
 ἐκθετῆς, ἐξελληνίζοντων τῶν πλείστων τὸ ἐξπόμενος λα-
 τινικόν ἡμῖν δὲ καλεῖσθαι βαθμοδείκτης, ὡς $t\bar{\epsilon}$ βαθ-
 μῆ παρασατικὸς τῶν βαθμηδόν κατὰ Γεωμετρικὴν
 ἀναλογίαν χωρῆντων ἀριθμῶν, ὡς ἐν ἐκείνοις πληρέ-

ερον ἐξηθήσεται. σημαίνει δὲ ὁ ἐπὶ τῷ a , 2, ὅτι ὁ 2, δις πολλαπλασιαζόμενος, ἦτοι ἐπὶ τὴν μονάδα, καὶ ἐφ' ἑαυτὸν τῶ a^2 , ποιεῖ, τρις δὲ τὸν a^2 . ὡστε εἰ ὁ a , ἀντὶ τῷ 2, ληφθῆ, ὁ $a^2 = τῶ 4$, ὁ δὲ $a^3 = τῶ 8$, ὁ δὲ $a^4 = τῶ 16$. ταῦτ' ἄρα ἢ ἐφιστῶν προσήκει, ἵνα μή τις ἀπάτη συμβῆ. ἢ γὰρ τὴν αὐτὴν σημασίαν ἔχει ὁ αὐτὸς χαρακτήρ ἐπ' εὐθείας τῶ στοιχείῳ προσκειμένος, ἢ ὑπεράνω αὐτῆ κείμενος. ἢ γὰρ κατὰ μὲν τὸν πρῶτον τρόπον τὸ $2a = τῶ αα$, ἢ τῶ $a + a$. ὅτι τὸ a δις λαμβάνεται. κατὰ δὲ τὸν δεύτερον $2a = τῶ αα$, τὸ a^2 . σημαίνει γὰρ ὅτι τῷ a , ἐπὶ δύο τὴν μονάδα λέγω, ἢ ἑαυτὸ πολλαπλασιαζόμενα γίνεται. εἰ γὰρ ἐπὶ τῷ a , ἀντὶ τῷ 2, ὑποθεθέντος ταῦτὸν ἐστὶ τὸ $2a$, τῶ a^2 , ἴσον γὰρ ἐκάτερον τῶ 4, διὰ τὸ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν παράγειν, εἴτε συναπτομένου, εἴτε πολλαπλασιαζόμενα τῷ 2, πρὸς ἑαυτὸν, ἢ μὴν ἢ ἀντὶ τῷ 3, ἢ ἄλλῃ τινὸς τῶν ἀριθμῶν ὑποτιθεμένου τῷ a , ἔσται τὸ αὐτό. ὑποκείσθω γὰρ ἀντὶ τῷ 3, ἔσται τὸ μὲν $2a = 6$, τὸ δὲ $a^2 = τῶ 9$.

Ἰσέον πρῶτον, ὅτι ὁ βαθμοδείκτης ἀναφέρεται ἐπὶ μόνον τὸ στοιχείον ᾧ πρόσκειται ἀντ' ὅτε, εἰ ἢ ἄλλα στοιχεῖα πρόσκειται τῶ ἐφ' ὃ ὁ βαθμοδείκτης, αὐτὸ μόνον οἰκείσθαι, τῆτον μηδεμίαν ἐσχηκότα πρὸς τ' ἄλλα ἀναφορὰν, ὡς ἐπὶ τῷ $a\beta\gamma^2\delta$, ὁ 2, μόνον ἐστὶ τῷ γ , ἔχ' ἄτω δ' ἔχει καὶ σύζυγος ὡν ὁ 2, οἷον ἐπὶ τῷ $2a\beta$. ἐπ' ἀμφοτέρω γὰρ τὰ στοιχεῖα ταῦτα ὁ 2, ἐκτείνεται.

Δεύτερον, ὅτι ἂ μόνον χαρακτηῖς, ἀλλὰ καὶ σοιχειῖον ἀντι βαθμοδείκτε επίκειται, οἷον ἐπὶ τῷ α^2 , δηλοῖ δὲ τὸ ν τοςάνικς τὸ α , πολλαπλασιασθησομενον, ὡσάνικς τὸ ν , ὑποτεθῆ περιέχειν τὴν μονάδα. ἀλλὰ δὴ καὶ σοιχειῖον μετὰ χαρακτηῖρος ὡς ἐπὶ τῷ α^2 ἀντι βαθμοδείκτε παραλαμβάνεται.

Τὰ σοιχειῖα ἢ καθ' ἑαυτὰ κεῖται, ἢ ἡνίκα καὶ ἀσύμβολα λέγονται, ἢ μετὰ τῶν συμβόλων. κατὰ μὲν ἐν τὸν πρῶτον τρόπον διαίρεθῆεν ἂν εἰς ὁμοειδῆ, καὶ ἑτεροειδῆ, κατὰ δὲ τὸν δεύτερον, (εἰς ἀσύμβολα), εἰς ταυτοσύμβολα, καὶ ἑτεροσύμβολα. καὶ ὁμοειδῆ μὲν εἰσὶν, ὅσα τῷ αὐτῷ εἶδους ὑπάρχουσι. καὶ ὅσα πρὸς τῷ ὁμοειδῆ εἶναι καὶ τὸν αὐτὸν βαθμοδείκτην ἐπὶ τῷ αὐτῷ σοιχειῖου ἐπικείμενον ἔχουσι, τῶν συμβόλων καὶ τῶν ὁμοζύγων ἐχόντων ὡς ἔτυχε. ὅθεν γὰρ ἢ ταυτότης, ἢ ἢ ἑτερότης τῶν Φέρει πρὸς τὸ εἶναι τὰ σοιχειῖα ὁμοειδῆ, ἢ ἑτεροειδῆ.

Ἐτεροειδῆ δὲ εἰσὶ προηγουμένως μὲν καὶ κυρίως τὰ μὴ τῷ αὐτῷ εἶδους ὄντα, ἐπομένως δὲ τὰ μὴ τὸν αὐτὸν βαθμοδείκτην ἔχοντα, ἢ καὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι, ἢ μέντοι ἐπὶ τῷ αὐτῷ σοιχειῖ, ὅπως ποτε τῶν συμβόλων καὶ τῶν σοιχειῖων ἐχόντων. οἷον τότε $\alpha\beta\gamma$, ὁμοειδῆς τῷ $\alpha\beta\gamma$, καὶ τὸ $\alpha\beta\gamma^2$, τῷ $\alpha\beta\gamma^2$, τὰ αὐτὰ γὰρ σοιχειῖα, καὶ οἱ βαθμοδείκται ἐν ἑκατέρῳ. ὡσαύτως καὶ τὸ $2\alpha^2\beta$ ὁμοειδῆς τῷ $\alpha^2\beta$, εἰ καὶ οἱ σύζυγοι καὶ τὰ σύμβολα ἕτερα.

Τὸ δὲ $\alpha\beta\gamma$, ἑτεροειδὲς ἐστὶ τῶ $\alpha\beta$, ὅτι τὸ γ . ἔδει τῶν ἐν τῶ $\alpha\beta$ στοιχείων ὁμοειδές. ἔτι δὲ καὶ τὸ $\alpha\beta\gamma$, ἑτεροειδὲς τῶ $\alpha^2\beta\gamma$ τὸ γὰρ ἐν ταύτῃ α , ἔσχηκε βαθμοεικτὴν τὸν 2, ἐκείτι δὲ χ τὸ ἐν ἐκείνῳ, μάλιστα δὲ ἑτεροειδῆ τὰ $\alpha\beta\gamma^2$, $\alpha^2\gamma\delta$. ἄτε ἐκ τῶν αὐτῶν συνιστάμενα στοιχεία, ἄτε ἐπὶ τῆ αὐτῆ στοιχεῖ τὸν βαθμοεικτὴν ἔχοντα.

*Ἐπι διαιρεῖται τὰ στοιχεία εἰς ἀπλᾶ καὶ μικτά. καὶ ἀπλᾶ μὲν λέγεται ἢ μόνον τὰ μοναδικὰ, ἀλλὰ καὶ τὰ ὑπὸ πλειόνων μετὰ συζύγῃ, ἢ χωρὶς συζύγῃ συγκεῖμενα, μηδὲν μὲντοι μεταξὺ αὐτῶν ἔχοντα σύμβολον. οἷον ἀπλᾶν ἢ μόνον τὸ α , ἀλλὰ καὶ τὸ $\alpha\beta\gamma$, καὶ τὸ $3\alpha\beta\gamma$. μικτὰ δὲ ὅσα μεταξὺ αὐτῶν παρεμπίπτει τῆτι +, καὶ τῆτι —, τὸ σύμβολον. καὶ μὲν μεταξὺ δύο στοιχείων ἢ τὸ σύμβολον, καλεῖσθω τὸ ὄλον διμερές, εἶδὲ μεταξὺ τριῶν, τριμερές, εἶδὲ μεταξὺ τεσσάρων, τετραμερές, καὶ συλλήβδην εἰπεῖν, πολυμερές παρονομαζομένα ἐκάστου ἐκ τῆ ἀριθμῆ τῶν ἐξ ὧν σύγκειται ὄρων. τὰ δὲ παρὰ ταῦτα καλεῖσθω μονομερῆ. οἷον διμερές τότε $\alpha + \beta$, καὶ τὸ $\alpha - \beta$, καὶ τριμερές τότε $\alpha + \beta + \gamma$, καὶ τὸ $\alpha + \beta - \gamma$.

Ἰστέον ὅτι ἐπὶ τῶν στοιχείων ἑδεμίαν μεταβολὴν ποιεῖται κατὰ τὴν σημασίαν ἢ τῶν ὄρων μετάθεσις, ὅπερ ἐπὶ τῶν ἀριθμητικῶν χαρακτήρων ὀρεῶμεν γινόμενον. ἔωσαν γὰρ ὅτε 532 ἀριθμῶς, καὶ τὸ $(\alpha + \beta - \gamma) \alpha\beta + \gamma - \delta$ τριμερές. ἐπὶ μὲν

τῆ ἀριθμῷ ὁ 5, ἑκατοντάδων ἐστὶ σημαντικός, εἶδ' ἐμετατεθῆ ἔνθα ὁ 3, καὶ ἔνθα ὁ 2, καὶ γένηται ὁ 352, καὶ 325, ἐπὶ μὲν τῆ πρώτῃ τέτῳν δεκάδῃ ὁ 5, ἐπὶ δὲ τῆ δευτέρῃ μονάδῃ, σημαίνει, καὶ ἐκείτ' ἑκατοντάδῃ, ὡς περὶ ἐπὶ τῆ 532. καὶ οἱ τρεῖς ἑτοὶ ἀριθμοὶ ἄντιοι ἔσονται, ἔχ' ἕτω δὲ καὶ ἐπὶ τῶν σοιχείων συμβαίνει, εἶγε μετατεθῶσι, καὶ γὰρ τὸ προστεθεὶν τριμερὲς ὁπώσποτε γραφῆ αὐτό τε καὶ οἱ ἐν αὐτῷ ὄροι, ταυτοσήμαντοι ἔσονται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ἣν ἐξ ἀρχῆς ἐκληρώσαντο· ὅθεν τὸ $\alpha\beta + \gamma - \delta = \tau\omega$ $\gamma + \alpha\beta - \delta$, καὶ $\tau\omega \alpha\beta - \delta + \gamma$, καὶ $\tau\omega \gamma - \delta + \alpha\beta$.

Περὶ Δυνάμεων ἀλγυβεβρικῶν.

Ἄσας ἀριθμὸς ἐπὶ τὴν μονάδα πολλαπλασιασθεὶς, ἑαυτὸν παράγει, διὰ τὸ ἀμετάθετον εἶναι τὴν μονάδα καὶ ἐσηκείαν, καὶ τὸ ἐπ' αὐτὴν πολλαπλασιαζόμενον τὸ αὐτὸ μένειν· εἰάν δὲ ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῆ, παράξει ἕτερον, καὶ τῆτον δὲ πολλαπλασιάσας δώσει ἄλλον, καὶ ἄλλον, συνεχιζομένῃ τῆ πολλαπλασιασμῷ· τῆ γὰρ 2, δὸς εἶπειν, ἐπὶ μὲν τὴν μονάδα πολλαπλασιαζομένη, ὁ 2, παράγεται, ἐφ' ἑαυτὸν δὲ ὁ 4, τὸν 4, δὲ πολλαπλασιάσαντος δώσει τὸν 8, εἰάν δὲ καὶ τὸν 8, πολλαπλασιάσῃ, τὸν 16, παρέξει· εἰάν δὲ καὶ τὸν 16, τὸν 32. καὶ ἕτως ἐφεξῆς ἐπ' ἄπειρον ἄλλον, καὶ ἄλλον διὰ τῆ πολλαπλασιασμῷ, παρέξει ἀριθμόν· ὁ μὲν ἔν ἐξ ἀρχῆς ληφθεὶς ἀριθμὸς ὡς ἐνταῦθα ὁ 2, ῥίζα, ἢ πλευρὰ προσαγορεύεται,

οἱ δὲ λοιποὶ, δυνάμεις κοινῶ ὀνόματι, ἰδίως δὲ πρώτη
 ἢ, δευτέρα, ἢ, τρίτη, ἢ, τετάρτη δύναμις, ὡς ἐπὶ
 τῆ παρόντος ὁ 2, πρώτη, ὁ 4, δευτέρα δύναμις λέ-
 γεται, τῶν νεωτέρων ταῦτα διὰ τὸ εὐχερέστερον ἐπι-
 νοηκώτων· οἱ γὰρ ἀρχαιότεροι τῶν ἄλλοις ὀνόμα-
 σι ἢ χαρακτηῆσι τῆς ἐσημαῖνον, κατὰ τὰ σφίσι
 ἀρεσκόμενα λαμβάνοντες διαφόρως. τῆς τε χαρακτη-
 ρας ἢ τὰ ὀνόμακα· ἐγὼ δὲ τὰ τῶν ἄλλων ἰάσας ἀρ-
 κεδήσομαι τοῖς μὲν ὀνόμασι κατὰ Διόφαντον, τοῖς
 δὲ συμβολικοῖς χαρακτηῆσι κατὰ τῆς νεωτέρας.

Τῆς ῥίζης τοῖνον, ἢ πλευρᾶς διχῶς παρίσταται δυ-
 ναμένης, ἢ τοῦ ἀριθμητικῆς χαρακτηῆσι, ἢ τινι τῶν σοι-
 χείων. εἰ μὲν ἢ ῥίζα παρίσταται διὰ χαρακτηῆρος, οἷον
 εἰπεῖν διὰ τῆ 2, αἱ ἐξ αὐτῆς δυνάμεις ἔσονται αὐταὶ
 1° , 2° , 4° , 8° , 16° · ἢ αἱ λοιπαί· εἶδὲ διὰ
 σοιχείου, αὐταὶ, α , α^2 , α^3 , α^4 , ὡς εἰ τὸ α ,
 ληφθῆ ἄντι τῆ 2, τὸ $\alpha^2 = \tau\omega$ 4. τὸ $\alpha^3 = \tau\omega$
 8. τὸ $\alpha^4 = \tau\omega$ 16. καλῶνται δὲ ὑπὸ τῆ Διοφάν-
 τῆ ἢ μὲν πρώτη δύναμις ὡς εἴρηται, πλευρᾶ, ἢ δὲ
 δευτέρα, τετράγωνος, ἢ δὲ τρίτη, κύβος, ἢ δὲ τε-
 τάρτη δυναμοδύναμις. γίνεται γὰρ ἔ μόνον ὑπὸ τῆς
 τρίτης δυνάμεως, ἐπὶ τὴν πλευρᾶν πολλαπλασιασθείσης,
 ἀλλὰ ἢ ὑπὸ τῆς δυνάμεως ἐφ' ἑαυτήν ἢ δὲ πέμπτη,
 δυναμόκυβος. γίνεται γὰρ καὶ ἐκ τετραγώνου ἐπὶ τὸν
 ἐκ τῆς αὐτῆς πλευρᾶς κύβον πολλαπλασιασθέντος·
 ἢ δὲ ἕκτη κυβόκυβος, ὅτι γίνεται ἢ ἐκ κύβου, ἑαυ-
 τὸν πολλαπλασιάσαντος, δυνατὸν δὲ καὶ ἐπὶ τῶν λοι-
 πῶν ὀνοματοθετῶντας ἐπιθεῖναι ὀνόματα, ὅπερ

ἢ ἐπὶ τῶν λοιπῶν δυνάμεων ἀναλόγως, οἷος εὐρίσκειται ὁ 2, ἐπὶ τε τῆς δευτέρας, τρίτης ἢ τετάρτης δυνάμεως λέγω, τοῦ 4, 8, καὶ 16.

Πόρισμα.

Ἐξ ὧν ἄντις κατῖδοι σαφῶς, ὅτι ἕκαστος ἀριθμῶν ἢ ζητημένη ῥίζα δι' ἀριθμῶν παρίσταται· τις γὰρ ἂν εἴη ἀριθμὸς ῥίζα δευτέρα, ἢ τρίτη, ἢ τετάρτη, τῆ 18, ἢ τῆ 20. ἕδεις γὰρ ἂν εὐρεθῆν ἀριθμὸς, ὃς δις ἢ τρις ἢ τετραῖς πολλαπλασιασθεὶς ποιήσῃεν ἂν τὸν 18, καὶ 20. Τῆ δὲ 16, ἐστὶ ἢ δευτέρα ῥίζα ὁ 4, ἢ τετάρτη, ὁ 2. ὁ μὲν γὰρ δις, ὁ δὲ τετραῖς πολλαπλασιασθεὶς, παράγει τὸν 16.

Ταῦτ' ἄρα δύο τὰ εἶδη τῶν ῥιζῶν· αἱ μὲν γὰρ ῥηταί, κατ'Εὐκλείδην εἶπεῖν, αἱ δὲ ἄλογοι· ἢ ῥηταί μὲν αἱ δι' ἀριθμῶν παριστάμεναι, οἷα ἢ τῆ 16, τετράγωνος ῥίζα παρισταμένη διὰ τῆ 4. ἄλογοι δὲ ὅσαι ἕδαμῶς δι' ἀριθμῶν παριστάσαι πεφύκασιν, εἰ καὶ διὰ γραμμῶν ὑπὸ τῆς Γεωμετρίας παρίστανται. οἷα ἢ τῆ 18, τετράγωνος ῥίζα ἄλογος ἔσα, διὰ γραμμῆς παρίσταται, ἕκῃτι δὲ καὶ δι' ἀριθμῶν.

Παρὰ ταύτας ἢ ἕτερον εἶδος ῥίζαι τοῖς νεωτέροις ἐπινοήθησαν, ἃς ἔκ ἂν ἀμάρτοι τις κατ'ἐπινοίαν ἀποκαλῶν. ταύτας γὰρ ἕτε ἀριθμὸς, ἕτε γραμμὴ παραστῆσαι δύναται· οἷον εἰ τις ζητήσῃ τὴν τετράγωνον ῥίζαν τῆ — 8, ἀδύνατόν τι πάντως ζη-

τεῖ. ἄδεις γὰρ ἂν εὐρεθείη ἀριθμὸς, ὃς ἂν ποιήσῃε τὸν — 8. εἰ γὰρ δυνατὸν, ἔσω ὁ τυχὼν ἀριθμὸς. ἔστω πάντως, ἢ τὸ τῆς ὑπάρξεως σημαντικὸν σύμβολον ἔξει αὐτῷ προσκείμενον, ἢ τὸ τῆς λείψεως. ἐχέτω δὴ πρῶτον τὸ τῆς ὑπάρξεως, καὶ ἐπεὶ ὑπαρξίς ἐπὶ ὑπάρξειν ποιεῖ ὑπαρξίν, ὡς ἐν τῷ κατωτέρῳ κεφαλαίῳ τρανώτερον δηλωθήσετ', ὄκλον ὡς ἔκ ἂν γένοιτο ὑπ' αὐτῆ ὁ — 8, ὃ πρόσκειται τὸ τῆς λείψεως σύμβολον. ἐχέτω δεύτερον τὸ τῆς λείψεως. καὶ ἐπεὶ αὐτὴς λείψις ἐπὶ λείψιν ὑπαρξίν ποιεῖ, ἢ δ' ἔτιωσ ἂν γένοιτο ὑπ' αὐτῆ ὁ — 8. ὁποιοῦντοῦν μέντοκε εἶδους εἶεν αἱ ῥίζαι, διὰ τῆ συμβόλου τῶδε $\sqrt{\quad}$, κατὰ τὸ κοινότερον ἔδος σημαίνονται, ἐπικείμενου αὐτῷ ἔχοντος τὸν ἀριθμητικὸν χαρακτῆρα, ἀφ' ἧ ἡ ῥίζα παρυνυμεῖται. ἐνθα δὲ ἢ πρόσκειται χαρακτῆρ, ἢ τετράγωνος ἐννοεῖται ῥίζα, ὡς τὸ $\sqrt{4}$, ἢ $\sqrt[2]{4}$ τὴν τετράγωνον, ἢ τὴν δευτέραν ῥίζαν τῆ 4, σημαίνουσιν, ἢ τις ἐστὶν ὁ 2, ἀριθμὸς. τὸ δὲ $\sqrt[3]{12}$, ἢ $\sqrt[3]{12}$ τὴν τετράγωνον, ἢ δευτέραν ῥίζαν, τῆ 12, τὸ δὲ $\sqrt[4]{12}$, σημαίνει τὴν κυβικὴν ῥίζαν, ἢ τρίτην τῆ αὐτῆ 12, τὸ δὲ $\sqrt[5]{12}$, τὴν τετάρτην ῥίζαν τῆ αὐτῆ ἀριθμῶ, αἵπερ πᾶσαι ὑπάρχεσιν ἄλογοι. ἐδεμίαν γὰρ τῶτων ἔχει ὁ 12, ἐν ἀριθμοῖς.

Τὸ δὲ $\sqrt{-12}$, σημαίνει τὴν τετράγωνον ῥίζαν τῆ — 12, καὶ τὸ $\sqrt[3]{-12}$, τὴν τετάρτην ῥίζαν τῆ αὐτῆ — 12, αἵπερ ἔκ ἂν εἶεν τῆ ἀληθεία, εἰμὴ κατ' ἐπίνοιαν.

Περὶ συνάψεως ἀλγυβεβρικήης σοιχείων
σημαντικῶν ἀκεραίων ποσῶν.

Κανόνες.

Πρῶτος. Τακτέον τὰ συναφθησόμενα ὑπάλλη-
λα σιχηδόν.

Δεύτερος. Τῶν ὁμοειδῶν καὶ ταυτοσυμβόλων
τῆς συζύγης συναπτέον ἡμῖν κατὰ τὴν κοινὴν σύνα-
ψιν, ἢ τῷ γνωμένῳ ἐξ αὐτῶν τότε κοινὸν σύμβολον,
ἢ τὰ κοινὰ σοιχεῖα προαγετέον, τοὺς βαθμοδείκτας,
εἴπερ τύχωσιν ὄντες κατὰ χώραν ἑῷσι.

Τρίτος. Τῶν ὁμοειδῶν ἢ ἑτεροσυμβόλων ἀφαι-
ρετέον τοὺς συζύγους, τῆτεςί τὸν ἐλάττω ἀπὸ τοῦ
μείζονος, τῷ δὲ ἐναπολειπομένῳ τὰ κοινὰ σοιχεῖα,
ἢ τὸ σύμβολόν τῆ μείζονος τακτέον; κἀνταῦθα
τοὺς βαθμοδείκτας κατὰ χώραν ἑῷσι. εἰδὲ οἱ σύ-
ζυγοι ἴσοι ὄσι. ζῆρον προσήκει ταύτην, διὰ τὸ μηδὲν
ἐναπολείπεσθαι ἐκ τῆς τοιαύτης ἀφαιρέσεως.

Τέταρτος. Τὰ ἑτεροειδῆ ὄντα μὲν καθ' ἑαυτὰ
συνάπτε) ἀλλήλοις διὰ τῆ +, οἷον $\alpha + \beta$. συνόντα δὲ
ἄλλοις, συντάπτε) τέτοις μηδὲως μεταποιημένων τῶν
σὺν αὐτοῖς συζύγων, ἢ τῶν συμβόλων. (οἷον $\alpha + \beta$).
σικεπτέον δὲ ἕκαστον τέτων ἐπὶ τῆ ὑπ' ὄψιν ὑποδείγ-
ματος, ἐφ' ἧ ἡμῖν πρόκειται συνάψαι τὰ τριμερῆ
ταῦτα.

Ἐπίδειγμα. 1.

$$\begin{array}{r} 3 \alpha^2 \beta + 2 \gamma \delta - \epsilon \zeta \\ 2 \alpha^2 \beta - 3 \gamma \delta + \epsilon \zeta \\ \alpha \beta^2 - \gamma \delta + \delta \epsilon \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{τὰ συναφθησόμενα.} \end{array}$$

$$5 \alpha^2 \beta + \alpha \beta^2 - 2 \gamma \delta + \delta \epsilon. \quad \begin{array}{l} \text{τὸ ἐξ αὐτῶν συμ-} \\ \text{ποσόμενον.} \end{array}$$

Ἐπὶ τῆς τοιαύτης ὑποδείγματος ἀριστοτέρως ἀρξαμένοις, ἐπεὶ τὸ $3 \alpha^2 \beta$, καὶ $2 \alpha^2 \beta$, ὁμοειδῆ εἰσι, καὶ πρόσκειται δυνάμει ἑκατέρῳ τὸ +, δι' ὃ καὶ ταυτοσύμβολα ὑπάρχει, ποίησι τὸν $5 \alpha^2 \beta$, συναπτόμενα, κατὰ τὸν δεύτερον κανόνα. δι' ὃ κείται ὑπ' αὐτὰ ὁ $5 \alpha^2 \beta$. τὸ δὲ $\alpha \beta^2$, ἐπειδὴ ἕδενι τῶν κειμένων ἐστὶν ὁμοειδὲς, συνάπτεται τῷ $\alpha \beta^2$ ἐφεξῆς κατὰ τὸν τέταρτον κανόνα χωρὶς τῶν ὑπερθεῖν αὐτῷ, διὰ τῆς + συμβόλων. ἐπεὶ δὲ οἱ ἐφεξῆς τέτων ὄροι, λέγω ὁ — $\gamma \delta$, — $3 \gamma \delta$, + $2 \gamma \delta$ ὁμοειδεῖς μὲν εἰσιν, ἀλλ' ἔταυτοσύμβολοι, εἰμὴ μόνον οἱ δύο — $3 \gamma \delta$, — $\gamma \delta$, οἷτινες κατὰ τὸν δεύτερον κανόνα συναπτόμενοι εἰσιν = τῷ — $4 \gamma \delta$, ἔξῃσιν ἀντὶ τῶν τριῶν λαβεῖν τέττες τῆς δύο. ὧν συναπτομένων κατὰ τὸν τρίτον κανόνα ἐναπολείπεται ὁ — $2 \gamma \delta$, ὅς δὴ καὶ τέτακται μετὰ τὸν $\alpha \beta^2$. αὐθις τῶν — $\epsilon \zeta$, + $\epsilon \zeta$, ὁμοειδῶν ὄντων, ἀλλ' ἕτεροσυμβόλων, καὶ δυνάμει ἀντὶ συζύγου ἔχόντων τὴν μονάδα, ἔδει κατὰ τὸν αὐτὸν κανόνα ταχθῆναι ζῆρον, ἀλλ' ἐπεὶ κοινότερον εἶδισαι τῆς τοιαύτης παρορᾶν, διάτοι τῆτο ἔτέτακται. τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσαι εἴτε προσεῖη ὁ ζῆρος, εἴτε μή. τελευταῖον δὲ τόδε, ὡς ἕδενι

ὁμοειδῆς συντέτανται, ὡς ἔχει, τοῖς λοιποῖς τὴν ἰσχά-
την χώραν ἀποπληρῶν.

Ἐπόδειγμα. 2.

$$3\alpha\chi + 4\beta\chi - 2\delta\lambda.$$

$$2\alpha\chi - 3\beta\chi + 2\delta\lambda.$$

$$5\alpha\chi + \beta\chi \quad 0$$

Ἐπόδειγμα. 3.

$$5\alpha^2\beta - 3\alpha^2\gamma - 4.$$

$$-2\alpha^2\beta - \alpha^2\gamma + 3.$$

$$3\alpha^2\beta - 4\alpha^2\gamma - 1.$$

Ἐπόδειγμα. 4.

$$7\alpha^3\beta\gamma - 2\alpha^2\beta\gamma + 2\gamma\delta + \eta\theta - 10.$$

$$-4\alpha^3\beta\gamma + 7\alpha^2\beta\gamma - \gamma\delta - \eta\theta - 5$$

$$- \alpha^3\beta\gamma - \alpha^2\beta\gamma - \gamma\delta + 10\eta\theta + 20.$$

$$2\alpha^3\beta\gamma + 4\alpha^2\beta\gamma + 10\eta\theta + 5.$$

Περὶ ἀφαιρέσεως τῶν αὐτῶν.

Ἡ τῆς ἀφαιρέσεως πράξις ἐὰνδία ὑπάρχει καὶ
πρόχειρος τοῖς ἐξησκημένοις τὴν σύναψιν. γραφομέ-
νων γὰρ τῶν διδομένων κἀνταῦθα ὡς καὶ ἐπὶ τῆς συ-
νάψεως τῆ ἐλάττονος μὲν τοι ἀεὶ ὑπὸ τὸν μείζονα
μεταποιεῖν δεόν τὰ τῆ ἐλάττονος σύμβολα, τῆτέσι
τὸ + εἰς — καὶ ἀνάπαλιν. εἶτα ποιεῖν ὅσα καὶ ἐπὶ τῆς
συνάψεως, ἧτοι συνάπτειν τοὺς συζύγους τῶν ταυ-
ποσυμβόλων, καὶ ἀφαιρεῖν τὰς τῶν ἑτεροσυμβόλων.

ἢ τὸ ἐξαχθὲν ἔσαι ἢ τέτων διαφορά. διδόστω τετὶ
 τὸ τριμερές $\alpha\beta + 2\gamma\delta - \eta\theta$, ἀφαιρεθῆσομενον
 ἀπὸ μείζονος τριμεροῦς τῆ, $4\alpha\beta + 3\gamma\delta - 5\eta\theta$.
 μεταποιοιμένων τῶν συμ-
 βόλων τῆ ἐλάττονος, ἔσαι $-\alpha\beta - 2\gamma\delta + \eta\theta$.
 ἴτινος συναπτομένε τῶ μεί-
 ζονι, πρόεισιν ἢ τῆων δια-
 φορά. $3\alpha\beta + \gamma\delta - 4\eta\theta$.

Ἐπόδειγμα 2.

$$\begin{array}{r} 5\alpha\chi + \beta\chi \\ + 2\alpha\chi - 3\beta\chi + 2\gamma\delta \\ - \quad + \quad - \\ \hline 3\alpha\chi + 4\beta\chi - 2\gamma\delta \end{array}$$

Ἐπόδειγμα 3.

$$\begin{array}{r} 4\alpha^2\beta - 2\alpha\gamma - 1 \\ - \alpha^2\beta + \alpha\gamma + 3 \\ + \quad - \quad - \\ \hline 5\alpha^2\beta - 3\alpha\gamma - 4 \end{array}$$

Ἐπόδειγμα 4.

$$\begin{array}{r} 2\alpha^2\beta\gamma + 4\alpha^2\beta\gamma + 10\eta\theta + 5 \\ \alpha^2\beta\gamma - \alpha^2\beta\gamma - \gamma\delta + 3\eta\theta + 7 \\ - \quad + \quad + \quad - \quad - \\ \hline \alpha^2\beta\gamma + 5\alpha^2\beta\gamma + \gamma\delta + 7\eta\theta - 2 \end{array}$$

Ἐποσημείωσις.

Οὐ ξένον ἔδ' ἀπεικὸς ἐν μὲν τῇ ἀλγυβεβεικῇ συ-
 νάψει ἐπὶ τῶν ἑτεροσυμβόλων τῇ ἀφαιρέσει, ἐν δὲ

τῆ ἀφαιρέσει ἐπὶ τῶν ταύτοσυμβόλων τῆ συνάψει
 χεῖρα τὸ γὰρ +, ὑπάρξεως ὑπάρχον σημαντικόν, τὸ
 δε —, λείψεως, τὸ μὲν ἔξει, τὸ δε κερήσει ἀναλο-
 γεῖ. ἢ Ἰάτερον Ἰατέρη ἐστὶν ἀναιρετικόν. διὸ συνα-
 πτόμενα τὸ —, ἢ +, ποιῆ ἀφαιρέσιν, προδήκην δὲ ἀ-
 φαιρέμενον τὸ —, ἀπεργάζεται. ὑποκείδω γὰρ τις
 ὀφείλων 3, τάλαντα πορίσασθαι 5, ἕτος πάντως γε
 εἰ ἢ ἐν ὑπάρξει δοκεῖ εἶναι τῶν 5, τῶ ὄντι μὲν τοι
 διὰ τὴν ὀφειλὴν ἐν ὑπάρξει ἐστὶ τῶν δύο. ἢ γὰρ ὀφει-
 λὴ λείψις τις ἔσα, ἀναιρεῖ συναπτομένη τῆ ὑπάρξει
 τὰ 3. ἢ ἐπεὶ τὸ μὲν + 5, ὑπάρξιν, τὸ δὲ — 3, λεί-
 ψιν δηλοῖ, διὰ τοι τῆτο συνδυαζόμενα ἐν τῆ συνά-
 ψει ἀποτίκτει ἀφαιρέσιν. οἶον + 5 — 3 = + 2.

$$\begin{array}{r} \eta + 5. \\ - 3. \\ \hline + 2. \end{array}$$

Ἔσω δὲ ἕτερός τις κεντημένος τάλαντα 6, προ-
 πορίσασθαι ἑαυτῷ ἔτι τέσσαρα τάλαντα. ἕτος ἐν
 ὑπάρξει ὦν τῶν 6, ἐν λείψει ἢν τῶν 4, πρὸ τῆ κτή-
 σασθαι ταῦτα. ὅθεν ἀναιρεθείσης τῆς λείψεως διὰ
 τῆς κτήσεως, ἐν ὑπάρξει ἐστὶ τῶν δέκα. ταῦτ' ἄρα ἐν
 τῆ ἀφαιρέσει μεταποιῶν) τὰ σύμβολα τῆς λείψεως
 εἰς τὰ τῆς ὑπάρξεως, ἢ συνάπτονται οἱ σύζυγοι, οἶον
 6—4, μεταποιημένη τῆ— εἰς +, γενήσε) τὸ 6+4=
 τῶ 10, ἢ τὸ + 6 εἰς τὸ + 6.

$$\begin{array}{r} - 4 \qquad + 4. \\ \hline + 10. \end{array}$$

Ἄλλοι δὲ παραδειγματίζουσι τὰ τοιαῦτα τῇ κατὰ σκοπὸν Φορᾷ καὶ τῇ κατὰ σκοπὸν, καὶ τοῖς ὁπωσὺν ἄλλως ἀντικειμένοις, ὅσον κέρδει, ἢ ζημίᾳ, αὐξήσει, καὶ μειώσει, τῇ πρὸς τὰ ἄνω, καὶ τῇ πρὸς τὰ κάτω Φορᾷ λέγοντες ὡς εἰμὲν ἐν τέττων δοθῆ τὸ +, τῷ ἑτέρῳ δοθήσει) τὸ —, ἢ ἀνάπαλιν· εἰάν γάρ τις προθέμενος βαδίζειν πρὸς ἀνατολὰς, καὶ κατὰ σκοπὸν γενομένης τῆς βαδίσσεως, διέλθῃ δὸς εἰπεῖν τρία εἶδη, τῷ 3, χαρακτηῖ τῷ σημαντικῷ τέττων τὸ +, προσκείσει) εἶδε ἀποπλανηθεὶς βαδίσῃ κατὰ σκοπὸν πρὸς δυσμὰς τρία εἶδη, τὸ — τῷ 3, δοθήσεται· κἂν προθέμενος βαδίζειν πρὸς δυσμὰς, βαδίσῃ πρὸς ἀνατολὰς, τῷ μὲν πρὸς δυσμὰς δρόμῳ τὸ +, τῷ δὲ πρὸς ἀνατολὰς, τὸ — ἀρμόσει.

Βάσανος, Συνάψεως Ἐ Α' Φαιρέσεως.

Ἡ μὲν Σύαψις βασανίζεται δι' Α' Φαιρέσεως, ἢ δ' Α' Φαιρέσις διὰ Συνάψεως. ληφθήτω πρῶτον, εἰς βάσανον τὸ ἀνωτέρω δεύτερον ὑπόδειγμα τῆς Συνάψεως.

Ἐν τήτῳ τοίνυν εἰάν ἀπὸ τῆ συμποσομένης ἀφέλωμεν ὀπότερον βῆλει τῶν μερῶν, ἐξ ὧν αὐτὸ συνίσταται), γνωσόμεθα ὅτι ἕδεμία ἀπάτη ἐν τῇ συνάψει συμβέβηκε, εἴγε ἑναπολειφθῆ, τὸ ἕτερον.

ἦν δὲ συμποσέμενον	τὸ	5 αχ + βχ.
ἔσω ἀφαιρέμενον	τὸ	3 αχ + + βχ — 2 δλ.
		— — +

εἴπερ τὸ ἑναπολειπόμενον τὸ

2 αχ — 3 βχ + 2 δλ.
E

ἴσον ἐστὶ τῷ ἑτέρῳ τῶν μερῶν, ἀνευ ἀπάτης ἢ πρᾶξις ἐγένετο.

Ληφθήτω δεύτερον εἰς βάσανον τὸ τρίτον, ὑπόδειγμα τῆς ἀφαιρέσεως. τῆ ἐνὸς τοίνυν τῶν μερῶν ἦτοι τῆ — — — — α²β + αγ + 3. ὡς εἶχεν ἐξ ἀρχῆς, ἐχί δὲ μεταποιημένων κατὰ τὰ σύμβολα, συναπτομένῃ τῷ λειπομένῳ, 5αβ — 3αγ — 4: ἐπεὶ παράγεται τὸ ἐξ ἑ ἀφήρηται ἦτοι τὸ, — — + 4αβ — 2αγ — 1. ὑγιῆς πάντως ὑπάρχει ἡ πρᾶξις.

Περὶ Πολλαπλασιασέως.

Τῶν στοιχείων ἡ Πολλαπλασίασις γίνεται, ὡς προῶθεν εἰρηται, καὶ μόνῃ τῇ πρὸς ἄλληλα τέτων συμπλοκῇ, ἢ ἡνίκα ἐκ ἑχῆ συζύγῃς, ἢ σύμβολα, ἢ βαθμοδείκτας· εἶδῃσαι μέντοι καθ' ἣν ἔλαχον τάξιν τιθέναι τὰ στοιχεῖα. οἷον πολλαπλασιαζομένῃ τῆ α, ἐπὶ τὸ β, τὸ ἐξ αὐτῶν ἔσαι τὸ αβ, ἐχί δὲ τὸ βα. ἕδεμία ἔμπης διαφορὰ κατὰ τὴν σημασίαν παρὰ τὴν τάξιν ἀναφύεται· τὸ αὐτὸ γὰρ ἔσαι ὁπῶσποτε αὐτὴν ἀφαιρέσει. ἢ ἡνίκα δὲ ἔχῃσι συζύγῃς, ἢ σύμβολα, ἢ βαθμοδείκτας, γίνεται ἡ Πολλαπλασίασις κατὰ τὰς ὑφεξῆς κανόνας.

Κανὼν πρῶτος· περὶ τῶν ἔχόντων
συζύγους.

Παλλαπλασιασίου τῆς συζύγου πρὸς ἀλλήλας,
ἢ τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον προδιτεῖον ἐπ' εὐθείας ἀρι-
σερόθεν τῷ ἐκ τῆς συμπλοκῆς τῶν στοιχείων γενομέ-
νω· οἷον εἰπρόκειται ἡμῖν πολλαπλασιάσαι τὸ αβ,
ἐπὶ τὸ γδ, τὸ ἐξ αὐτῶν εἶναι τὸ βαβγδ.

Κανὼν δεύτερος· περὶ τῶν ἔχόντων
σύμβολα.

Ταυτοσυμβόλων μὲν ὄντων τῶν στοιχείων τὸ +,
ἑτεροσυμβόλων δὲ, τὸ —, προσκίεται τῷ ἐξ αὐ-
τῶν γινομένῳ, ἔκτε γὰρ τῆ + αβ, ἐπὶ τὸ + γδ,
ἢ ἐκ τῆ — αβ, ἐπὶ τὸ — γδ, τὸ + αβγδ, γίνεται.
εἰάνδε τῷ μὲν αβ, τὸ + ἢ προσκείμενον, τῷ δὲ γδ,
τὸ —, ἢ τῆ μπαλιν, τὸ — αβγδ, ἐξ αὐτῶν γε-
νήσεται.

Τῆ δὲ χάριν ἕτωςι τὰ σύμβολα τίθεται; ἐπὶ
μὲν τῶν ἔχόντων τὸ +, ὄφρα τὸ αἴτιον· ἐπεὶ γὰρ
σῆτο ὑπάρξεως ὄν σύμβολον, προδιήκην δηλοῖ, τὸ δὲ
προσόντινι ὁσάκις ἂν προσληφθῆ, ὃ διὰ τῆς πολλα-
πλασιασείας ἀποτελεῖται, τοσάκις ἐκείνῳ ὑπάρχεν
προσῆκε· διὰ τοι τῆτο τῷ γινομένῳ τὸ τῆς ὑπάρξεως
σύμβολον προσκείσθαι χρεών.

Ἐπὶ δὲ τῶν ἐχόντων τὸ —, ἔχ' ἔτω τὸ αἴτιον προφανές, γενήσεται δὲ γνώριμον σκεψαμένοις, ὅτι ἔδεν ἄλλο ποιῆμεν πολλαπλασιάζοντες πρὸς ἄλλα τὰ τῆς λείψεως ἔχοντα σύμβολον, ἢ τὴν λεῖψιν τοσάνις ἢ τοσάνις λαμβάνομεν ἔλλειπτικῶς· ἢ δὲ τῆς λείψεως ἔλλειψις πάντως γε προδήκην ἀποτελεῖ, καδὰ δὴ καὶ ἡ τῆς ἀποφάσεως ἀπόφασις κατάφασιν ἀπεργάζεται· διὸ τῆ — α, ἐπὶ τὸ — β, πολλαπλασιαζομένη, τὸ + αβ, ἀναφύεται.

Ὡσαύτως καὶ ἐπὶ τῶν ἑτεροσυμβόλων ἢ τῆ Κα νόμος ἀξίωσις ἔσαι καταφανής. κείδω γὰρ τὸ + α, πολλαπλασιασθῆναι ἐπὶ τὸ — β, ἢ καὶ ἀνάπαλιν· κἀνταῦθα τοῖνον ὑπότερον δῶμεν, τῆ τέσι ἢ τὴν προδήκην λαμβάνεσθαι ἔλλειπτικῶς, ἢ τὴν λεῖψιν προδειτικῶς, λεῖψις ἀναφύεται· ὁδεν καὶ τῶ ἐξ αὐτῶν αβ, τὸ — προσοικεῖμεν γράφοντες ἔτωσι — αβ.

Τῆτο τινὲς πειρῶνται δεκνῆναι καὶ διὰ τοιῶδε ὑποδείγματος· ὀφελέτωτις ὀβολὸς δύο· ἔτος πάντως γε ὑπάρχει ἐν λέψει δύο ὀβολῶν· πολλαπλασιάσας δὲ ὁ αὐτὸς τὴν λεῖψιν τρεῖς, ὃ ταῦτόν ἐσι πολλαπλασιάσαι τὸν — 2, ἐπὶ τὸν + 3, ἔχι προδήσει ἑαυτῷ τὴν ὀφειλὴν καὶ λεῖψιν, ἢ ἔσαι ὀφείλων 6; ὃ ἐσι — 6; παντὶ περὶ δῆλον.

Ὁ αὐτὸς δὲ, ἢ ἕτερος ἐὰν ἐν λέψει γένηται τριῶν ὀβολῶν δις, ὃ ἐσι πολλαπλασιάσαι τὸν + 3, ἐπὶ τὸν — 2, ἔκ' ἔσαι ἐν λέψει ἐξ ὀβολῶν, ταῦτόν

δ' εἶπεν ἐν τῷ — 6; ἴδεις οἶμαι ἀντερεῖ· πρὸς δὲ τὸ εὐμνημόνευτα εἶναι τὰ προειρημένα, συμβάλλεται τοῦτ' τὸ Δίσιχον.

Ἦ παρξεν οἷσι συμβόλῃ ἢ ταυτότης,
 Ἦ Λεῖψιν δὲ, τέτων, αὐθις, ἢ ἑτερότης.

Κανὼν τρίτος· περὶ τῶν ἐχόντων βαθμο- δείκτην.

Ἐὰν τὸ αὐτὸ σοικεῖον ἔντε τῷ πολλαπλασιάζοντι, καὶ τῷ πολλαπλασιαζομένῳ ἢ, ἔχη δὲ καὶ βαθμοδείκτην τινὰ ἐπικείμενον αὐτῷ, μὴ τιδέω δις ἐν τῷ γινομένῳ, ἀλλ' ἅπαξ μόνον, τῶν δὲ βαθμοδείκτων συναπτομένων, τὸ ἐξ αὐτῶν γινόμενον ὡς βαθμοδείκτης ἐπικείδω τέτῳ· οἷον ἔσω τὸ $\alpha^2\beta$, πολλαπλασιασθόσμενον ἐπὶ τὸ $\alpha\gamma$, τὸ ἐξ αὐτῶν ἔσαι τὸ $\alpha^3\beta\gamma$, ἐν ᾧ ἅπαξ μὲν κεῖται τὸ α , ἐπίκειται δὲ αὐτῷ ὁ β , ὁ συγκεείμενος ἔκτε τῷ γ , ὃς ἦν βαθμοδείκτης τῷ α , ἐνεργεῖα αὐτῷ ἐπικείμενος, ἢ τῆς μονάδος δυνάμει ἐν τῷ $\alpha\gamma$, προσκειμένης, ἣτις ἢ βαθμοδείκτης τῷ α , ἐν τῷ $\alpha\gamma$, α. τὸν αὐτὸν τρόπον ἔσαι $\alpha^2 \times \alpha^3 = \tau\omega \alpha^5$, ἢ $\alpha\beta \times \alpha\beta = \tau\omega \alpha^2\beta^2$, καὶ $\alpha^2\beta \times \alpha\beta = \tau\omega \alpha^3\beta^2$. ἢ ταῦτα μὲν ἴναι τὰ δίδόμενα ὡς μοιμεῖν, τὰ γὰρ πολυμεῖν ἄλλως πολλαπλασιασθήσεται.

Κανὼν τέταρτος . περὶ τῶν Πολυμερῶν.

Πρῶτον. Ταχθήτω τὸ πολλαπλασιάζον ὑπὸ τὸ πολλαπλαασησόμενον· δεύτερον· πολλαπλασιασίων ἕκαστον ὄρον τῆ πολλαπλασιαζομένης χωρὶς ἐφ' ἑκαστον τοῦ πολλαπλασιάζοντος, τηρῆντας τὰ ἐν τοῖς ἀνωτέρω ἐκτεθέντα κανόσι, κατάτε τὰ σύμβολα, ἢ τῆς συζύγης, καὶ τῆς βαθμοδείκτας· ἢ τελευτῆσιον συναπτέον τὰ γενόμενα ἐξ αὐτῶν· ἐκκείδωσαν δὲ τὰ ἐφεξῆς ὑποδείγματα εἰς ῥαυτέραν τῶν εἰρημένων κατάληψιν.

Ἐ π ὁ ὅ δ ε ι γ μ α Α'.

$$\begin{array}{r}
 \alpha + 2\beta - \gamma \quad \text{τὸ πολλαπλασιαζόμενον.} \\
 \alpha - 2\beta \quad \text{τὸ πολλαπλασιάζον.} \\
 \hline
 \alpha^2 + 2\alpha\beta - \alpha\gamma \\
 - 2\alpha\beta - 4\beta^2 + 2\beta\gamma \quad \left. \vphantom{\begin{array}{l} \alpha^2 + 2\alpha\beta - \alpha\gamma \\ - 2\alpha\beta - 4\beta^2 + 2\beta\gamma \end{array}} \right\} \text{τὰ γενόμενα.} \\
 \hline
 \alpha^2 - \alpha\gamma - 4\beta^2 + 2\beta\gamma \quad \text{τὸ συμποσούμενον} \\
 \text{ἐξ αὐτῶν.}
 \end{array}$$

Τὸ γὰρ $\alpha \times \alpha$ κατὰ τὸν τρίτον κανόνα = τῶ α^2 , ὃ δὴ ἢ τέτακται ὑπὸ τὴν γραμμὴν· τὸ δὲ $+ \alpha \times + 2\beta$, κατὰ τὸν δεύτερον = τῶ $+ 2\alpha\beta$. ὡσαύτως ἢ τὸ $+ \alpha \times - \gamma$, = τῶ $- \alpha\gamma$, ἃ ἢ ἐφεξῆς γεαφόμενα τὸ πρῶτον ἀναπληρῆσι μέρει, τὸ δὲ τῆ πολλαπλασιασμῆ τῆ πολλαπλασιαζομένου ἐπὶ τὸν πρῶτον ὄρον τῆ πολλαπλασιάζοντος ἐγένετο·

αὐθις, πολλαπλασιασθέντος τῆ αὐτῆ ἐπὶ τὸν δεύτερον ὄρον τῆ πολλαπλασιάζοντος, ἦτοι τὸν -2β , τὸ ἕτερον μέρος παρῆνται· καὶ γὰρ $\alpha \times -2\beta = -2\alpha\beta$, τὰ δὲ $+2\beta \times -2\beta = \tau\bar{\omega} - 4\beta^2$, τελευταῖον τὰ $-2\beta \times -\gamma = \tau\bar{\omega} + 2\beta\gamma$. ἅτινα σιχηρὸν τεθέντα, καὶ συναφθέντα, τὸ ἀνωτέρω συμποσόμενον πεποιήκασιν.

Γ' παράδειγμα Β'.

$$\begin{array}{r} \alpha + \epsilon \\ \alpha - \beta \\ \hline \alpha^2 + \alpha\beta \\ - \alpha\beta - \beta^2 \\ \hline \alpha^2 - \beta^2 \end{array}$$

Γ' παράδειγμα Γ'.

$$\begin{array}{r} \alpha^m + \beta\gamma^o \\ \alpha - \beta^2 \\ \hline \alpha^{m+1} + \alpha\beta\gamma^2 - \alpha^m\beta^2 - \beta^2\gamma^o \end{array}$$

Γ' παράδειγμα Δ'.

$$\begin{array}{r} 2\alpha + 3\beta - \gamma \\ 3\alpha + 2\beta + \gamma \\ \hline 6\alpha^2 + 13\alpha\beta - \alpha\gamma + 6\beta^2 + \beta\gamma - \gamma^2 \end{array}$$

Υποσημείωσις.

Όταν δὲ δύο πολυμερῶν τὸν πολλαπλασιασμόν ἢ πρόκειται ἡμῖν ἐνεργεῖα ποιῆσαι, δεῖξαι δὲ μόνον βηλόμεθα πολλαπλασιάσεως ταῦτα δεῖξαι, γραμμαῖς ἀπ' ἀλλήλων χωρίζοντες μεταξύ αὐτῶν τὸ τῆς πολλαπλασιάσεως σημεῖον τίθεμεν, ἢ εἰγμῆν, ἢ ἐδέτερον τῶν, ὡς ἔνιοι· τὸ αὐτὸ γὰρ δύναται τὸ $(\alpha + \beta) \times (\gamma - \delta)$, τῶ $(\alpha + \beta) \cdot (\gamma - \delta)$ καὶ τῶ $(\alpha + \beta) (\gamma - \delta)$.

Ὡσαύτως καὶ τὸ $(M + N) T$, σημαίνει πολλαπλασιάσεως δεῖξαι τὸ διμερῆς ἐπὶ τὸ T, μονομερῆς.

Περὶ Διαιρέσεως.

Περὶ Ἀπλῶν, ἢ Μονομερῶν.

Κανὼν πρῶτος.

Περὶ τῶν κοινωνύτων κατὰ τὰ σοιχεῖα.

Μονομερῶν ὄντων τῶν διδομένων, καὶ κοινωνύτων κατὰ τι, ἢ κατὰ τινα τῶν σοιχεῖων, ἐκκόπτεν, ἢ ἀπαλείφειν δεόν τὰ κοινὰ σοιχεῖα· τὸ δὲ ἐναπολείπόμενον, Πηλίκον ἔσαι ἐπὶ ταύτης τῆς Διαιρέσεως.

Ἐστω γὰρ διελθῆν τὸ αβ, ἐπὶ τὸ α, καὶ ἐπεὶ ἐν ἑκατέρῳ εὐρίσκεται τὸ α, ἐκκοπτομένων τῶν κοινῶν

κοιχέων, Πηλίκον ἔσαι τὸ β· ὁ λόγος σαφής τὸ
 γὰρ αβ, γίνεται ὑπὸ τῆ α, ἐπὶ τὸ β, πολλαπλασιαζο-
 μένῃ, ὡς κατὰ τῆς τῆς πολλαπλασιάσεως ὄρου,
 ἔγχε διαιρεθῆ τὸ αβ, ἐπὶ τὸ α, παρέξει πηλίκον τὸ
 β, εἰδὲ ἐπὶ τὸ β, τὸ α, τότε γὰρ α, μετρεῖ τὸ αβ,
 κατὰ τὰς ἐν τῷ β, μονάδας· ἢ τὸ β, ὡσαύτως κα-
 τὰ τὰς ἐν τῷ α, διελόντες δὲ τὸ αβγ, ἐπὶ τὸ α, ἔξο-
 μεν πηλίκον τὸ βγ, δυνατόν γὰρ τὸ βγ, λαβεῖν ἄνθ'
 ἑνὸς ὄρου, εἰ ἢ δυοῖν συνίσταται κοιχέοις, ἢ γενέ-
 σθαι ὑπ' αὐτῆ ἢ τῆ α, τὸ αβγ.

Κανὼν δεύτερος.

Περὶ τῶν ἐχόντων Συζύγους.

Προσκειμένων δὲ Συζύγων τοῖς ὄροις, διαιρετέον
 τὸν Σύζυγον τῆ διαιρεμένῃ ἐπὶ τὸν τῆ διαιρεθέντος, ἢ
 τὸ ἐξ αὐτῶν πηλίκον προσαπτέον τῷ ἐκ τῶν κοιχέων
 πηλίκῳ· οἷον διαιρεμένῃ τῆ 8αβ, ἐπὶ τὸ 4α, πηλι-
 κὸν ἔσαι 2β, ἢ γὰρ τῆ 4α, ἐπὶ τὸν 2β, πολλαπλα-
 σιαζομένῃ, παράγεται ὁ 8αβ· εἰ δὲ μείζων τύχη
 ὁ Σύζυγος τῆ διαιρεθέντος τῆ Συζύγῃ τῆ διαιρεμένῃ
 ἢ δυνατόν γενέσθαι ὁμοίως τὴν διαίρεσιν, σημαίνεσθαι
 δὲ μόνον ταύτην, γραφομένην τέττα ὑπὸ τὸν Σύζυγον
 τῆ διαιρεμένῃ, παρεμπιπτόσης Γραμμῆς πλησίον τῷ
 πηλίκῳ· οἷον διαιρεμένῃ τῆ 2αβ, ἐπὶ τὸν 3α, ἐπει-
 ἶ ἐκ ἑστὶ διελεῖν τὸν 2, ἐπὶ τὸν 3, γράφονται οἱ Σύζυ-
 γοὶ σὺν τῷ πηλίκῳ ἕτωσι 3β. τῆτ' αὐτὸ γενήσε-
 ται, κἄν οἱ διδόμενοι ὄροι ἐξ ἑτεροειδῶν σύγκεινται

σοιχείων . ἔσω διαιρέμενον τὸ $\alpha\beta$. διαιρῶν τὸ $\gamma\delta$,
 ἢ διαίρεσις σημαυθήσεται ἔτω, $\frac{\alpha\beta}{\gamma\delta}$ Ἐὰν δὲ ἢ πάντα
 τὰ σοιχεῖα τῷ διαιρῶντος πᾶσι τοῖς σοιχείοις τῷ διαι-
 ρεμένῳ ὑπάρχει ἑτεροειδῆ, ἀλλ' ἓνια, ὡς ἐπὶ τῷ $\alpha\beta$,
 καὶ $\beta\gamma$, σημαυῖμεν τὴν τῶν διαίρεσιν, γράφοντες
 $\frac{\alpha\beta}{\beta\delta}$ ἢ ὡς εἴδεται κοινότερον $\frac{\alpha}{\gamma}$, τῶν β δηλονότι ἐκ-
 κοπτομένων.

Κανὼν τρίτος.

Περὶ τῶν ἐχόντων Βαθμοδείκτας.

Ἐχόντων δὲ τῶν ὄρων καὶ Βαθμοδείκτας, ἀΦαι-
 ρετέον τὸν ἐλάττω ἀπὸ τῷ μείζονος, τὸν δὲ λεπό-
 μενον τακτέον ὑπεράνω τῷ πηλίκου . οἷον ἔσω διελεῖν
 τὸ $\alpha^3\beta$, ἐπὶ τὸ α^2 , λέγω πηλίκον εἶναι τὸ $\alpha\beta$. καὶ
 γὰρ τὸ μὲν $\alpha^3\beta = \tau\omega \alpha\alpha\alpha\beta$, τὸ δὲ $\alpha^2 = \tau\omega \alpha\alpha$,
 ὡσεὶ ἐκκοπτομένων τῶν ὁμοειδῶν, λείπεται πηλίκον τὸ
 $\alpha\beta$, ἔχον ὑπεράνω τῷ α , βαθμοδείκτην δυνάμει τὴν
 μονάδα, ἣτις ἐναπολείπεται, ἀΦαιρεμένῃ τῷ 2, ἀπὸ
 τῷ 3. Τὸν αὐτὸν τρόπον τὸ $\alpha^m\beta$, πηλίκον ἐστὶ τῷ
 $\alpha^{m-1}\beta$, διαιρεμένῃ ἐπὶ τὸ α^2 . κἀντεῦθεν δῆλον . ὅτι
 ὁ πηλίκος τό, τε διαιρῶν, καὶ τὸ διαιρέμενον τὸς αὐτὸς
 ἔχουσι Βαθμοδείκτας, προσήκει ὑπεράνω τῷ πηλίκου
 τίθεσθαι ο. ἕδεν γὰρ μετὰ τὴν ἀΦαίρεσιν ἐναπολείπε-
 ται. ἀλλ' ἐπεὶ παντὶ ὧτινι ἂν προσῆ ὡς βαθμοδείκτης,
 ἢ τῷ ζῆρε σημαντικῇ ζίφρα ἴσον ἐστὶ μονάδι, διά τού

τῆτο ἵνα μὴ μονὰς τὸ πηλίκον νομιθῆ τῇ ἐπιθείσει
 τῆ ο, δεῖ τάττειν ὑπεράνω αὐτῆ τὴν μονάδα· τῆτο
 δε διχῶς ἂν γένοιτο, ἢ διὰ στοιχεῖα ἐπικείμενον ἔχου-
 τας ζῆρον, καὶ ἰσοδυναμῆτος ὡς εἴρηται τῇ μονάδι,
 ἢ διὰ ζῆφρας σημαντικῆς τῆς μονάδος· οἷον διαιρη-
 μέν τῆ αβ, ἐπὶ τὸ α, πηλίκον ἔσαι ἦτοι τὸ α^β^ο
 ἢ τὸ β^ο. μέντοιγε συνεξακκομένης αἰ τῆς μονάδος
 ἀνθ' ἑκατέρης τῶν λαμβάιεται πηλίκον δίχα τῶν
 τὸ β, μόνον. ὁμοίως διαιρημένα τῆ α^β, ἐπὶ τὸ α^α
 πηλίκον ἔσαι τὸ β· ἵνα δὲ καὶ τὰ σύμβολα εὐφυῶς
 τοῖς ὄροις συντάττειν ἔχωμεν, σκεπτέον τὰ τέτοις
 προσκείμενα σύμβολα, καὶ τὸν ἐφεξῆς τηρητέον
 κανόνα.

Κανὼν τέταρτος.

Περὶ τῶν ἔχόντων Σύμβολα.

Ταυτοσυμβόλων μὲν ὄντων τῶν διδομένων, τῶ
 πηλίκῳ δετέον τὸ +, ἑτεροσυμβόλων δὲ, συντα-
 κτέον τὸ —·

Οἷον διαιρημένον τῆ +αβ, ἐπὶ τὸ + β, ἢ τὸ
 — αβ, ἐπὶ τὸ — β, πηλίκον ἔσαι τὸ + α. διαι-
 ρημένων δ' αὖθις τῆ +αβ, ἐπὶ τὸ — β, ἢ ἀνάπα-
 λιν τῆ — αβ, ἐπὶ τὸ + β, πηλίκον ἔσαι τὸ — α.
 ἔχει δὲ ἡ πρῶξις τὸ πισὸν ἐκ τῶν εἰρημένων περὶ Πολ-
 λαπλασιάσεως, διὸ ἀναμνησέον ἡμῶν τὸ ἐκεῖσε Δίσι-
 χον· καὶ γὰρ εἶγε, τῆ τε +αβ, ἐπὶ τὸ + β, καὶ

$t\bar{\alpha}$ — $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ — β , διαιρεμένος μὴ εἶη, πηλίκον τὸ + α , ἔσω τὸ — α . τήτου δὲ δοθέντος, ἐπὶ $t\bar{\alpha}$ πηλίκῃ ἐπὶ τὸν διαιρέτην πολλαπλασιαζομένη, ἀναφύεται ὁ διαιρεμένος, ἀνάγκη πάντως προσκειῖσθαι τῷ μὲν + $\alpha\beta$, τὸ —, τῷ δὲ — $\alpha\beta$, τὸ +, ὅπερ ἄτοπον κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, ὑπετέθη γὰρ πᾶν τὸ ἐναντίον, ἔχεν τὰς διαιρεμένας τέτρες κατὰ τὰ σύμβολα.

Τὸν αὐτὸν τρόπον, διαιρεθέντος τοῦ + $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ β , ἢ τῷ παλιν $t\bar{\alpha}$ — $\alpha\beta$, ἐπὶ τὸ + β , πηλίκον εἶσαι τὸ — α . εἰ γὰρ μὴ τῆτο, ἔσω τὸ + α , καὶ διὰ τὸν αὐτὸν λόγον προσκίσεται τῷ μὲν + $\alpha\beta$, τὸ —, τῷ δὲ — $\alpha\beta$, τὸ +, ὅπερ ὁμοίως ἄτοπον διὰ τὴν ἐξ ἀρχῆς ὑπόθεσιν, καὶ ἢ ἐναντίως πρόσκεινται τοῖς διαιρεμένοις τέτοις τὰ σύμβολα.

Περὶ Διαρέσεως Πολυμερῶν.

Κανὼν πρῶτος.

Κεῖσθω πρῶτον τὸ διαίρην, ἐπ' εὐθείας δὲ τέτρες ἐφεξῆς τὸ διαιρέμενον, γραμμαῖς τισιν ἀπ' ἐκένου διακελλόμενον, δεύτερον σκεπτόεν ἐν τίνι τῶν ὄρων $t\bar{\alpha}$ διαιρεμένη εὐρίσκειται ὁ πρῶτος ὄρος $t\bar{\alpha}$ διαίρητος, ὃς εἰς ἐξ ὧν συνέσηκεν ὁ $t\bar{\alpha}$ διαιρεμένος ὄρος. εἶτα διαίρετόν αὐτὸν κατὰ τὰ προσεχῶς εἰρημένα, τὸ δὲ πηλίκον σημειωτέον χωρὶς πρὸς τὰ δεξιά. τελευταῖον

πολλαπλασιαζομένη ὁλοκλήρη τῆ διαίρεντος ἐπὶ τὸ πηλίκον, ἢ τῆ Γενομένη ἀπὸ τῆ διαίρεμένη ἀφαιρεμένη, εἶγε μετὰ τὴν ἀφαιρέσιν ἔδεν ἑναπολειφθῆ, πέρασ ὅρθον ἔχει τὰ τῆς διαίρέσεως.

Τ' π ὀ δ ε ι γ μ α Α'.

Διαίρεῖν	^{οἶον ἔσω} Διαίρετέμενον.	Πηλίκον
A + H	AX + HX	X

Ἐπεὶ γὰρ ὁ πρῶτος ὅρος τῆ διαίρεντος εὐρίσκειται ἐν τῷ πρώτῳ τῆ διαίρεμένη, συνισῶν τῆτον μετὰ τῆ X, διαίρέσεως γενομένης, ἐξαχθήσεται πηλίκον τὸ X. τῆ κοινῆ γὰρ ἐκκοπτομένη σοιχείου, τὸ X ἑναπολείπεται. ἐπεὶ δὲ τοῦτο πολλαπλασιάζον τὸ διαίρεν ποιῆ τὸ AX + HX, ὅπερ ἀφαιρέμενον ἀπὸ τῆ διαίρεμένη ἔδεν ἑναπολείπει, ἐφησυχάζειν ἢ ἡμᾶς δεόν. τὸ γὰρ ζητέμενον πηλίκον ἐστὶ τὸ X. εἶδε μετὰ τὴν ἀφαιρέσιν ἑναπολειφθῶσι τινὲς τῶν ὄρων ἐν τῷ διαίρεμένῳ, τὰ αὐτὰ γινέσθω ἢ ἐπὶ τῆτων, ἄχρησ ἢ ἔδεν ἑναπολειφθῆ· ἔσω γὰρ ἢ ἑτέρον Τ' πὸδεγμ α εἰς τρανωτέραν τῶν λεγομένων κατάληψιν.

Τ' π ὀ δ ε ι γ μ α Β'.

$\alpha^2 - \gamma^2$	$(\alpha^4 + \gamma^2 \kappa^2 - \alpha^2 \gamma^2 - \alpha^2 \kappa^2)$	$\alpha^2 - \kappa^2$.
Διαίρεῖν.	Διαίρετέμενον.	Πηλίκον.

Ἐν τέτοις τοίνυν ἐπεὶ ὁ πρῶτος ὅρος τῆ διαιρέντος εὐρίσκειται ἐν τῷ πρώτῳ ὅρῳ τῆ διαιρεμένου - γενομένης τῆς διαιρέσεως ὡς συναμμένῳ ἐξ ἐκείνου ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιαζομένῳ — .

Κατὰ τῆς προεκτεθέντος κανόνας εὐρηταίηλικον τὸ a^2 , διὸ καὶ γέγραπται ἐφεξῆς. ἐπεὶ δὲ πολλαπλασιασθέντος ἐπ' αὐτὸ τῆ διαιρέντος, καὶ τῆ Γενομένην $a^2 - a^2\gamma^2$, ἀπὸ τῆ διαιρεμένου ἀφαιρεθέντος, ἐναπολείφθη τὸ $+ \gamma^2\kappa^2 - a^2\kappa^2$, χρὴ καὶ τῆτο διελθῆν ἐπὶ τὸ $a^2 - \gamma^2$. καὶ ἐπεὶ ὁ πρῶτος αὐθις τῆ διαιρέντος ὅρος κοινῶναι τῷ $a^2\kappa^2$, ὡς εἰς ἐξ ὧν αὐτὸ συνέστηκε. γενομένης διαιρέσεως ηλικον παρήχθη τὸ $- \kappa^2$. ἐπὶ τῆτο πολλαπλασιασθέντος τῆ διαιρέντος καὶ τῆ Γενομένην $- a^2\kappa^2 + \gamma^2\kappa^2$, ἀπὸ τῆ ἤδη ἐναπολείφθέντος ἀφαιρεθέντος, ἐπεὶ ἔδεν ἐναπολείφθη, εἴληφε πέρας ἡ διαίρεσις, καὶ τὸ ὅλον ηλικον εὐρηταίη τὸ $a^2\kappa^2$.

Ἦ π ὀ δ ε ι γ μ α Γ.

$$a - \beta \mid a^2 - \beta^2 \mid a + \beta.$$

Ἦ π ὀ δ ε ι γ μ α Δ.

$$2a + \beta^2, \text{ Διαίρετης}$$

$$2a^{m+1} + a^m\beta^2 + 8a\beta\gamma^2 + 4\beta^3\gamma^2$$

$$a^m + 4\beta\gamma^2. \text{ Ηλικον.}$$

Τ' ποδειγμα Ε'.

$$\begin{aligned}
 & 2\alpha - \beta + \gamma \text{ Διαιρέτης} \\
 & 2\alpha^2 + 3\alpha\beta - \alpha\gamma - 2\beta^2 + 3\beta\gamma - \gamma^2 \\
 & \alpha + 2\beta - \gamma. \text{ πηλίκον.}
 \end{aligned}$$

Βάσανος Πολλαπλασιάσεως και
Διαιρέσεως.

Ἡ μὲν Πολλαπλασίασις βασανίζεται διὰ Διαιρέσεως, ἡ δὲ Διαιρέσις διὰ Πολλαπλασιάσεως· καὶ γὰρ εἴαν ἐπὶ μὲν τῆς Πολλαπλασιάσεως, ὁ Γενόμενος ὑπὸ τῶν δοθέντων ὄρων ἀλλήλοις πολλαπλασιασθέντων διαιρεθεὶς ἐπὶ τῷ αὐτῷ, δῶ τὸν ἕτερον, ἐπὶ δὲ τῆς Διαιρέσεως, πολλαπλασιασθὲν τὸ Διαιρῆν ἐπὶ τὸ Πηλίκον, παράσχη τὸ διαρέμενον, μηδεμίαν ἀπάτη συμβῆναι ἐφ' ἑκατέραν τῶν Πράξεων παρίησι.

ΒΙΒΛΙΟΝ Β'.

Περὶ Κλασμάτων.

Κλάσμα ἐστὶ μέρος, ἢ μέρος Μονάδος διαιρετόν· οὗλον παρισώσης· ἢ εἰς κατάληψιν ληπτέον, ὡς εἰ καὶ καθ' ἑαυτὴν ἀμερῆς ἐστὶν ἡ Μονὰς ὑπάρχουσα ἀρχὴ πάντων τῶν ἀριθμῶν, ἡ μὲντοι τοῖς αἰσθητοῖς ἐφαρμόσσεται, καθ' ἣν ἕκαστον τῶν ὄντων ἐντι λέγεται, καὶ ὅλον, ἐφ' ὅσον μετέχει ποσότητος, καὶ διαιρετόν διὰ τῆτο ἐστὶ εἰς ἀεὶ διαιρετά· διαιρεῖσθαι

κατὰ τῆτο η τὴν Μονάδα Φαμέν· ἔτωσι γὰρ λαμβανομένη ἔδεν ἄλλο σημαίνει ἡ Μονὰς, ἢ τὸ ἐν η τὸ ὅλον. ὅπερ διαιρεῖσθαι πέφυκεν· ἀλλὰ κἄν τὰ, εἰς ἃ διαιρεῖται τὸ διαιρετὸν, Μέρη κοινότερον κατονομάζεται· ἰδιοτρόπως μέντοι τὰ μέρη τῶν μονάδων ἐξ ὧν οἱ ἀριθμοὶ Λεπτά, η Κλάσματα λέγονται. ὡς εἴτις τὸ α. δὸς εἰπεῖν νόμισμα πενταπλῆν τυχὸν ὑπέχον τῆ β. νομίσματος εἰς τὰ ἴσα τῶ β, διέλη. ἢ παρὰ τοῖς Γεωμετρικοῖς τὴν δεκάποδα εἰς δέκα πόδας, η παρ' ἄλλοις τὴν ἡμέραν εἰς ὥρας, η πᾶς ὥρας εἰς ἑξήκοντὰ τὰ ἴσα τῶ 6, η οἱ πόδες τῆς δεκάποδος, η αἱ ὥραι τῆς ἡμέρας, η ταύτης τὰ ἑξήκοντὰ, Μέρη ὑπάρχουσιν ἕκαστα ἑνάτων, Κλάσματα μέντοι ἰδίως ἐπὶ τέτων η τῶν ὁμοίων κοινῶ ὀνόμασι προσαγορεύεται· η ὡς ἔτε Μονάδας, οἷα εἰσὶ τὰ **Θ**λα αὐτῶν, ἔτε Ἀκεραῖες, ἀλλὰ Κεκλασμένες παρεῖσθαι Ἀριθμὸς, ἢ δι' ἀπλῶν εἴτην μοναδικῶν κυφῶν, ἀλλὰ διὰ δύο ἕκαστον παρεμπιπτόσης Γραμμῆς μεταξὺ τέτων παρίσταται· οἷον τὸ $\frac{\alpha}{\beta \zeta}$ Κλάσμα διὰ τῆ 2. η 5, ἐξ ὧν ὁ μὲν 5. ὁ ὑπὸ τὴν Γραμμὴν κείμενος ἀριθμὸς Παρανομῶν λέγεται. η τῆ ὅλα α, εἰς πέντε διηρημένῃ ἐστὶ σημαντικὸς ὁδὲ 2, ὁ ὑπεράνω τῆς Γραμμῆς, ὁ ὑπ' αὐτῆ Παρανομύμενος, η δύο πέμπτα. ἢ δύο τῶν πέντε λεγόμενος Ἀριθμητῆς ἦκασε. η γὰρ παρίησι τὸν ἀριθμὸν τῶν ληφθέντων μερῶν τῆ α. ἐκ τῶν πέντε, εἰς ἃ η διήρηται, τετέσι δύο πέμπτα.

Ἄλλ' ἐπεὶ ἐνδέχεται καὶ ἐλάττω τῆ
 α, μερῶν λαβεῖν, καὶ ἰσάριθμα τέτοις, $\frac{2 \beta.}{5 \alpha.} < 1$
 καὶ πλείω αὐτῶν ὡς ἐπὶ τῶν βα, γδ, εζ,
 καθορᾶται κλασμάτων, τρεῖς διαφοραὶ $\frac{5 \gamma}{5 \delta.} = 1$
 τῶν κλασμάτων ἀναφαίνονται, τὰ μὲν γδ
 ἐλάττω τῆ ὅλου, ὅτε δὴ καὶ ὁ ἀριθμητῆς $\frac{10 \epsilon.}{5 \zeta.} > 1$
 ἐλάττων τῆ παρωνυμῆντος, ὡς ἐπὶ τῆ αβ,
 τὰ δὲ ἴσα τῷ ὅλῳ, καὶ ὁ ἀριθμητῆς τῷ παρωνυμῆντι,
 οἷον τὸ γδ, τὰ δὲ μείζω τῆ ὅλε, καὶ ὁ ἀριθμητῆς μεί-
 ζων τῆ παρωνυμῆντος οἷον τὸ ε ζ. ἀνδ'
 ὅτι καὶ ἀριθμὸς πολλάκις, ὑπ' αὐτὸν κειμέ- $\eta \delta$
 νης μονάδος ὅλα τινὸς σημαντικῆς, Κλάσμα
 λογίζεται, ὡς τὸ η δ, ἔτωσι γεραφόμενον. μόνα
 ἔμπης γε τὰ ἔχοντα τὸν παρωνυμῆντα μέζονα τῆ
 ἀριθμητῆ κυρίως εἰσὶτε, καὶ λέγονται κλάσματα,
 τὰ δὲ παρὰ ταῦτα καταχερησιώτερον ἂν ἔηθετεν
 κλάσματα, μείζω τῶν οἰκείων ὅλων ἰπάεχοντα.

Πόρισμα.

Ὅπως ποτε μέντοι γε ἔχει ταῦτα, πρόδηλον
 γίνεται ἐκ τῶν εἰρημένων τὸν αὐτὸν λόγον ἔχειν τὸ
 κλάσμα πρὸς τὸ οἰκεῖον ὅλον, ὅν καὶ ὁ ἀριθμητῆς αὐ-
 τῆ πρὸς τὸν παρωνυμῆντα. ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν παρωνυ-
 μῶν παρήσσει τὸ ὅλον, ὁ δὲ ἀριθμητῆς τὸ κλάσμα, εἶσαι
 θέηθεν, ὡς τὸ κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον, ὁ ἀριθμη-
 τῆς πρὸς τὸν παρωνυμῆντα.

Περὶ Διαίρεσεως Κλασμάτων.

Διαιρεῖται τὰ κλάσματα εἰς ὁμοειδῆ, καὶ εἰς ἑτεροειδῆ. ἐπιδιαιρεῖται δὲ τὰ αὐτὰ εἰς τὰ παρωνύμια, καὶ μὴ τοιαῦτα· εἰσι δὲ παρωνύμια, ὅσα τῆς αὐτῆς τυγχάνει παρωνυμίας, ἅτε δὴ ὑπὸ τῆ αὐτῆ παρωνυμύμενα ἀριθμοῖ, οἷα τὰ βα, γδ. ὡςπερ $\frac{2^x}{3^y}$ $\frac{2^7}{3^8}$ καὶ ἑτέρας, τὰ ἰφ ἑτέρου, καὶ ἑτέρας παρωνυμύμενα οἷα τὰ κλ, μν. ἐνταῦθα ὁ λόγος περὶ τῶν ὁμοειδῶν. αἰ γὰρ παραβάλλεται τὰ ὁμοειδῆ, ἅπερ εἰσιν, ἢ τῷ ἐνὸς καὶ τῷ αὐτῷ ὄλε, ἢ τῶν ὁμοειδῶν ὄλων μέρη.

Θεώρημα πρῶτον.

Τὰ κλάσματα, ὧν οἱ ἀριθμηταὶ τὸν αὐτὸν ἔχουσι λόγον πρὸς τῆς παρωνυμύμεντας, ἴσα ἀλλήλοις εἰσι. ἔδὲ ὁ ἀριθμητὴς πρὸς τὸν παρωνυμύμεντα μείζονα λόγον ἔχει, ἐκείνο μείζον ἐστὶ, ἔδὲ ἐλάττονα, ἐλάττον.

Ἔςωσαν ὁμοειδῆ κλάσματα τὰ αβ, γδ, καὶ ἐχέτω ὡς ὁ 2, πρὸς τὸν $\frac{2^m}{3^n}$ $\frac{2^7}{3^8}$ 4, ὁ 3, πρὸς τὸν 6. καὶ ἐπέε ὡς ὁ 2, ἀριθμητὴς πρὸς τὸν 4, παρωνυμύμεντα, ἔτω τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον ἔσαι, καὶ ὡς τὸ αβ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον, ἔτω καὶ ὁ 3, πρὸς τὸν 6. ὡς δὲ ὁ 3, πρὸς τὸν 6, τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον. ἄρα ὡς τὸ αβ, κλάσ-

μα πρὸς τὸ ὅλον, ἕτως ἢ τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ αὐτὸ ὅλον, ἢ ἐπομένως ἴσα ἀλλήλοις εἰσι τὰ αβ, γδ, κατὰ τὴν ζ'. τῆ ε'. τῆ σοιχειωτῆ.

Ἐχέτω δὲ ὁ 8, ἀριθμητῆς τῆ εη, κλάσματος, πρὸς τὸν 16, παρωνυμῶν-
 τα μείζονα λόγον, ἢ ὁ 2, ἀριθμητῆς $\tau\epsilon\eta$ $\tau\alpha$
 τῆ γδ, κλάσματος πρὸς τὸν 6, τὸν παρωνυμῶντα αὐτό· λέγω τὸ εη μείζον εἶναι τῆ γδ. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ὡς 8, πρὸς τὸν 16, τὸ εη κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον κατὰ τὸ πρὸςτεθέν πόρισμα, ἔξει πάντως γε τὸ εη, πρὸς τὸ ὅλον μείζονα λόγον, ἢ ὁ 2, πρὸς τὸν 6. ὡς δὲ ὁ 2, πρὸς τὸν 6, τὸ γδ, κλάσμα πρὸς τὸ ὅλον. ἄρα τὸ εη, πρὸς τὸ ὅλον μείζονα λόγον ἔχει, ἢ τὸ γδ, πρὸς τὸ αὐτὸ ὅλον, ἢ ἐπομένως μείζον ἐστὶ, κατὰ τὴν ὀγδόην τῆ πέμπτη τῆ σοιχειωτῆ ἐξ ὧν συιάγεται ἢ τὰ λοιπά. εἰ γὰρ τὸ γδ, μὴ εἴη ἕλαττον τῆ εη, ἢ ἴσον ἔσαι, ἢ μείζον αὐτῆ. εἰμὲν μείζον, ἢ ὁ 2, πρὸς τὸν 6, μείζονα λόγον ἔξει, ἢ ὁ 8, πρὸς τὸν 16. εἰδὲ ἴσον, τὸν αὐτόν· ἐνάτερον δὲ ἄτοπον, ὑπόκειται γὰρ ἔχεν ἐλάττονα· ἄρα τὸ γδ, ἕλαττον τῆ εη. ὁ, ε, δ.

Θεώρημα δεύτερον.

Τὰ κλάσματα ἄπερ ὑπὸ τῆ αὐτῆ παρωνυμῶνται ἀριθμῶ, ἔχουσι λόγον, ὃν οἱ ἀριθμηταὶ τῶν αὐτῶν.

Ἐσωσαν κλάσματα τὰ ζκ, ηλ, κζ
 ἐπει κατὰ τὸ ἐξηθέν πόρισμα ἐσιν, ὡς τὸ $\frac{7^5}{\tau\kappa}$ ἢ $\frac{\tau\lambda}{\tau\lambda}$
 ζκ πρὸς τὸ ὅλον, ὁ 7 πρὸς τὸν 8, ἐσι δ'
 5. εἰσὶν ἄρα τρεῖς μεγέθη, τὸ ζκ, κλάσμα, τὸ ὅλον,
 τὸ ηλ, κλάσμα, κζ, ἄλλα αὐτοῖς ἴσα τῷ πλήθει, οἱ 7,
 8, 5, σὺν δύο λαμβανόμενα κζ ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ,
 ἄρα κζ δι' ἴσων ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ἔσονται. κατὰ τὴν
 κβ. τβ ε'. τθ σοιχ. καὶ ἐπομένως ὡς ὁ 7, ἀριθμη-
 τῆς πρὸς τὸν 5, τὸ ζκ, πρὸς τὸ ηλ. ὁ, ε', δ. —

Πρόβλημα πρῶτον.

Τὸ δοθέν κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγαγεῖν.

Δοθήτω τὸ αβ, κλάσμα, ὃ δεῖ εἰς ἐλαχίστους ὄρους
 ἀγαγεῖν, εἴτεν ἕτερον κλάσμα εὑρεῖν ἴσον τῷ δοθέν-
 τι ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόν-
 των αὐτοῖς· εὑρεθήτωσαν οἱ ἐλάχιστοι
 ἀριθμοὶ τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἐχόν- $\frac{\tau\tau\beta}{\tau\delta}$ $\frac{\tau\gamma}{\tau\delta}$
 των τοῖς αβ, κατὰ τὴν λ'. τθ ἐβδόμῃ τθ σοιχειω-
 τῆ, κζ ἔσωσαν οἱ γδ, ἐξ ὧν συσαθήτω τὸ γδ κλάσ-
 μα· λέγω ἴσον εἶναι τῆτο τῷ αβ, ἐν ἐλαχίστοις ἀριθ-
 μοῖς· ἐπει γὰρ κατὰ τὴν κατασκευὴν ἐσιν ὡς ὁ γ,
 πρὸς τὸν δ. ὁ α, πρὸς τὸν β, τὸ γδ, κλάσμα ἴσον ὑπέ-
 ραχαι τῷ αβ, κλάσματι, κατὰ τὸ πρῶτον Θεώρημα, ἐσι
 δὲ κζ ἐν ἐλαχίστοις ἀριθμοῖς τοῖς γδ, εἴγε τοῖστοι εὑ-
 ρηται, κατὰ τὴν ἐρηθεῖσαν πρότασιν, ἄρα γέγονε τὸ
 ἐπιταχθέν.

Πόρισμα.

Ἐκτέτε δῆλον, ὅτι εἶγε ὁ ἀριθμητῆς ἢ ὁ πα-
 ραυμῶν τῆ δοθέντος κλάσματος ἐλάχισοι εἰσι τῶν
 τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς, ἢκ ἂν ἀχθεῖη τὸ
 κλάσμα εἰς ἐλάχισας ὄρας. τίνες δὲ οἱ τοῖῆτοι, συνά-
 γεται ἐκ τῆς λέ τῆ ἐβδόμῃ, ἢ ἀπλῶς εἰπεῖν πάν-
 τες οἱ πρῶτοι πρὸς ἀλλήλους ἀριθμοὶ, ἢ ἐλάχισοι
 εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖς κατὰ τῆ
 εἰκοσὴν τρίτην τῆ αὐτῆ.

Ἄλλως.

Δοθήτω αὐθις τὸ εη, κλάσμα, ὅπερ, $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$
 ἵνα εἰς ἐλάχισους ὄρας ἀχθεῖ, εὐρεθήτω τὸ
 μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν εη. εὐρίσκειται δὲ, εἰάν διε-
 λοῖτες τὸν μείζονα, οἷος ἐπὶ τῆ παρόντος κεῖται ὁ η, ἐπὶ
 τὸν ἐλάττονα ε, ἢ μηδένα λόγον τῆ πηλίκῃ ποιούμενοι,
 συνεχίσωμεν τὴν διαίρεσιν ἄχρις ἢ μηδὲν ἐναπολειφθῆ,
 κατὰ τὴν γ' τῆ ζ'. τῆτέσι τὸν
 μὲν διαιρέτην διαιρῶντες ἐπὶ $\frac{1}{2} \frac{1}{3} \frac{1}{4}$ ὁ μείζων
 τὸ ἐναπολειφθὲν διὰ τῆς α'. 130 ὁ ἐλαττων
 διαιρέσεως, τῆτο δὲ ἐπὶ τὸ 20 τὸ α' λειπόμενον.
 ἐναπολειφθὲν διὰ τῆς δευ- 10 τὸ β'.
 τέρας, καὶ τῆτο ἐπὶ τὸ 0 τὸ γ'.
 ἐναπολειφθὲν διὰ τῆς τρί- ὁ 10 ἄρα τὸ κοινὸν ἢ
 τῆς, ἢ ἔτιωσ ἐφεξῆς τὸ μέγιστον μέτρον.
 γὰρ ἐσχάτως ἐναπολειφθὲν τὸ κοινὸν ἢ μέγιστον αὐ-
 τῶν εἶσαι μέτρον.

Δειξίς. Ε'πέπερ τὸ ἐσχάτως ἐναπολειφθὲν ὁ 10, ὡς ἐπὶ τῆς ἡμετέρας καθορᾶται πράξεως, μετρεῖ τὸ διὰ τῆς πρώτης διαιρέσεως ἐναπολειφθὲν τὸν 20, ἄτος δὲ, εἰ καὶ ἔ μετρεῖ ὅλον τὸν ε, ἐπεὶ μετρεῖ τὸν δι' ἀφαιρέσεως τῷ 10, ἀπὸ τῷ αὐτῷ ε, λειπόμενον ἦτοι τὸν 120. καὶ ὁ 10, ἄρα μετρήσει τὸν 120, μετρεῖ δὲ καὶ ἑαυτὸν ὁ 10, ἄρα μετρήσει καὶ ὅλον τὸν ἐκ τῷ 120, καὶ 10, συγκείμενον λέγω τὸν ε. αὐθις ἐπεὶ ὁ 10, μετρεῖ τὸν ε, ὁ δὲ ε, μετρεῖ τὸν δι' ἀφαιρέσεως τῷ 20. ἀπὸ τῷ η, μείζονος λειπόμενον, οἷος ἐνταῦθα ὁ 260, καὶ ὁ 10, ἄρα μετρήσει αὐτὸν, μετρεῖ δὲ καὶ τὸν 20, μετρήσει τοίνυν καὶ ὅλον τὸν η, τὸν συγκείμενον ἐκ τῷ 260, καὶ 20. ταῦτ' ἄρα ὁ 10 τὸ ἐσχάτως ἐναπολειφθὲν, κοινὸν ἔσται μέτρον τῶν ε, η, δοθέντων ἀριθμῶν. λέγω δὲ ὅτι καὶ μέγιστον. εἰ γὰρ μὴ, ἔσω ἕτερός τις ἀριθμὸς μείζων τῷ 10, δὸς εἶπεῖν ὁ 12, μέγιστον κοινὸν μέτρον τῶν ἀριθμῶν καὶ ἐπεὶ ὁ 12, κοινὸν μέτρον ὑπετέθη τῶν ε, η, φανερὸν ἐκ τῶν εἰρημμένων, ὅτι μετρεῖ τῆς ε, η, ἀριθμῶν, μετρήσει καὶ τὰ λειπόμενα ἐπὶ τῆς διαιρέσεως ἐκατέρω τῶν. ταῦτα δὲ ὁ 20, ἐστὶ καὶ ὁ 10, ὁ 12, ἄρα μείζων μετρήσει τὸν ἐλάττονα 10, ὅπερ ἀδύνατον.

Τῷ μεγίστῳ τοίνυν καὶ κοινῷ μέτρῳ εὐρεθέντος, καὶ χαλεπὸν τὸ δοθεὶν κλάσμα εἰς ἐλαχίστους ὄρους ἀγαγεῖν. ἐπὶ τῷ προεκτεθέντος γὰρ ὑποδείγματος διασημῆναι τῷ τε ε, καὶ η, ἐπὶ τὸν 10, καὶ ἐκ τῶν παρασημομένων πηλίκων τῷ 13, καὶ 28. συνισαμένῳ τῷ $\frac{1}{13}$ κλάσματος, ἔξομεν τῷτο ἴσον τῷ εη, ἐν ἐλαχί

σοις ὄροις· ὅτι γὰρ οἱ κλ, ἐλάχιστοι εἰσι τῶν τὸν αὐτὸν λόγον ἔχόντων αὐτοῖ, συναχθεῖη ἂν ἐκ τῆς λέ, τῆ ἐβδόμῃ τῆ σοιχ: ὅτι δὲ ἢ ἴσα. ἐκ τῆς κζ, τῆ αὐτῆ· ἢ γὰρ ὁ 10, τὸν μὲν κ, πολλαπλασιάσας ποιήσει τὸν ε, τὸν δὲ λ, τὸν η. ἢ ἐπομένως τὰ κλ, εη, κλάσματα ἴσα εἰσονται, ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα.

Πρόβλημα δεύτερον.

Τὰ δοθέντα κλάσματα παρωνύμια ποιῆσαι.

Ἔσωσαν τὰ αβ, γδ. ἵνα γῶν ταῦτα παρωνύμια ποιήσωμεν, πολλαπλασιασέον τὰς ὄρας ἑκατέρου ἐπὶ τὸν παρωνυμένοντα $\frac{a}{b} \quad \frac{\gamma}{\delta}$
 τὸ ἕτερον ἐναλλάξ, καὶ τὰ γινόμενα $\frac{a\gamma}{b\delta} \quad \frac{\alpha\beta}{\eta\theta}$
 κλάσματα παρωνύμια εἶσαι, ἢ ἴσα τοῖς δοθεῖσι ἑκάτερον ἑκατέρῳ τῆ γὰρ α, καὶ β, ἐπὶ τὸν δ, πολλαπλασιαζομένων, ἀναφύονται οἱ εζ, ὁμοίως τῶν γδ, ἐπὶ τὸν β, πολλαπλασιαζομένων, γίνοντ) οἱ ηθ. ἢ εἰσὶν ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ οἱ αβ, τοῖς εζ, καὶ οἱ γδ τοῖς ηθ. κατὰ τὴν δεκάτην ἐβδόμην τῆ ἐβδόμῃ τῆ σοιχ: εἶσαι ἄρα ἢ τὸ μὲν εζ, κλάσμα ἴσον τῷ αβ, τὸ δὲ ηθ, τῷ γδ. ὅτι δὲ ἢ παρωνύμια τὰ γινόμενα, φανερόν, ὁ γὰρ ζ καὶ θ, ὁ αὐτὸς εἰν ἀριθμὸς γενόμενος ὑπὸ τῶν βδ, ἀριθμῶν.

Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ χρῆσέον, κἂν ὡσι πλείονα τῶν δύο. ἔσωσαν γὰρ τὰ αβ, γδ, εζ. γενέσθωσαν πρῶ-

τον παρωνύμια τὰ αβ, γδ, μεταποιήμενα εἰς τὰ ηθ,
 κλ. ἔσιν ἄρα ὡς τὸ αβ. πρὸς τὸ
 ηθ, τὸ γδ, πρὸς τὸ κλ, εἴτα γι-
 νέσθω τὸ εζ, παρωνύμιον ἐκατέ-
 ρω τῶν ηθ, κλ, καὶ συσαθήσον-
 ται τὰ μν, οπ, στ, καὶ ἔσαι τὸ
 εζ = τῶ στ, τὸ κο = κλ = γδ, τὸ μν = ηθ
 = αβ. ὁμοίως ἔαν ᾧσι ὅσαδηποτῆν κλάσματα, διὰ
 τὸ εὐχερέστερον πολλαπλασιασθέντες μὲν παρωνυμῶν-
 τας ἀπάντων πρὸς ἀλλήλους καὶ τὸν ἐξ αὐτῶν γι-
 νόμενον κοινὸν παρωνυμῶντα ληπτέον, τῆς δὲ ἀριθ-
 μητὰς ἐπὶ τῆς παρωνυμῶντας, πλὴν τῆ ἰδίου ἐκά-
 σου κλάσματος, καὶ τῆς γινομένου τακτέον ἀριθ-
 μητὰς ἕκαστον ἐν τῷ καταλλήλῳ τόπῳ. ὅπερ συνοπι-
 κώτερον ἔσαι, εἴπερ διὰ στοιχείων ἢ πρᾶξις γένηται.
 οἷον τὰ $\frac{a}{\beta}$ $\frac{\gamma}{\delta}$ $\frac{\epsilon}{\zeta}$ $\frac{\eta}{\theta}$ $\frac{\kappa}{\lambda}$ κλάσματα μεταποιη-
 θήσονται ἐπὶ κοινῷ παρωνυμῶντι εἰς τὰ ἐφεξῆς.

αδζελ, γβζεη, ηβδελ, ηβδεζ, κβζεε,

βδζελ.

Πρόβλημα τρίτον.

Τὸ δοθέν κλάσμα, εἰς ἕτερον κλάσμα ἴσον
 τῷ δοθέντι μεταποιῆσαι, ἔχον παρωνυμῶντα τὸν δο-
 θέντα ἀριθμὸν.

Ἐξω κλάσμα τὸ αβ, ὃ δεῖ μεταποιῆσαι εἰς ἕτερον κλάσμα ἐπὶ παρωνυμοῦντι τῷ γ.
 εὐρεθῆτω διὰ τῆς δεκάτης ἐνάτης τῆ $\frac{2}{3}\beta$ $\frac{2}{12}\gamma$
 ἑβδόμου τοῦ σοιχειωτοῦ τέταρτος $\frac{2}{24}$
 ἀνάλογος τῶν β, α, γ, καὶ ἔσω ὁ δ, συνισῶν μετὰ
 τοῦ γ, τὸ δγ, κλάσμα, ὃ δὴ Φημι ἴσον εἶναι τῷ
 αβ. ἐπεὶ γὰρ ἐστὶν ἐκ τῆς κατασκευῆς ὡς ὁ 3, πρὸς
 τὸν 2, ὁ 12, πρὸς τὸν 8, ἔσαι καὶ ἀνάπαλιν ὡς ὁ 8,
 πρὸς τὸν 12, ὁ 2, πρὸς τὸν 3, καὶ ἐπομένως ἴσα τὰ
 αβ, γδ, κλάσματα κατὰ τὸ πρῶτον θεώρημα.

Ἐὰν δὲ ἐπὶ τῆς εὐρέσεως τῆ τετάρτου ἀναλό-
 γου ὁ πρῶτος τῶν ὄρων ἔ κατα
 μετρεῖ τὸν ἐκ τῆ δευτέρου, καὶ $\frac{2}{3}\beta$ $\frac{2}{12}\gamma$ $+\frac{2}{12}\delta$
 τρίτου γινόμενον. οἷος ἐνταῦθα $\frac{2}{32}$
 ὁ 32, ὃν ἔ καταμετρεῖ ὁ 5, τὸ πηλίκον μετὰ τῆ
 προσκειμένη αὐτῷ κλάσματος ὁ 6, δηλ. μετὰ τῆ $\frac{2}{3}$,
 ληφθῆτω ἀριθμητῆς ἐπὶ παρωνυμοῦντι τῷ 8, καὶ τὸ
 γδ + ζη, κλάσμα, ὃ ἐστὶν ἐξ ὄγδοα μετὰ δύο πέμπ-
 των τῆ ὄγδοου, ἴσον ἔσαι τῷ αβ. τὸ γὰρ ζη, κλάσμα
 ὑπάρχει κλάσματος, περὶ ὧν κατωτέρω ἐρηθήσεται.

Χρησις καὶ λυσιτέλεια τῆ προβλήματος.

Χρώμεθα δὲ τῷ προβλήματι τῆτω εἰς εὐρεσιν
 τῶν μερῶν ὅλας τινός, κατὰ τὴν καδ' ἡμᾶς τέττε δι-
 αίρεσιν, ὅπερ ἄλλως παρ' ἄλλοις διήρηται· οἷον ἡ
 αὐτὴ ῥάβδος διαιρεῖσθω μὲν καδ' ἡμᾶς εἰς μέρη 20,

κατ' ἄλλους δὲ εἰς 8, καὶ δεδούωσαν ἐκ τέτων ἑπτὰ
 διὰ τῆ αβ, κλάσματος, ἢ ζητείω πόσοις εἰκοσοῖς
 τοῖς καδ' ἡμᾶς ταῦτα ἰσοδυναμεῖ. ἀχθήτω κατὰ
 τὸ προεκτεθέν πρόβλημα τὸ αβ, εἰς
 τὸ γδ + εζ, δι' οὗ γινώσκομεν εἶναι $\frac{7}{8}$
 τὰ ἑπτὰ ὄγδοα ἴσα εἰκοσοῖς δέκα καὶ $\frac{1}{2}$
 ἑπτὰ μετὰ ἡμίσεως.

Πρόβλημα τέταρτον.

Τὸ δοθὲν ὅλον, ἢ ὅλα εἰς κλάσμα μεταποιῆ-
 σαι ἐπὶ τῇ δοθείσῃ παρωνυμῖα.

Ἐστω ὅλον ὁ α, ἀριθμὸς, ὁ δὲ παρωνυμῶν ὁ β,
 πολλαπλασιασθήτω ὁ α ἐπὶ τὸν β, ὁ δὲ ὑπ' αὐτῶν γι-
 νόμενος γ, κείω ἐπὶ παρωνυμῶντι τῷ δ ἴσω τῷ γ,
 ἢ τὸ γδ, κλάσμα ἴσον εἶναι τῷ α. ἐπεὶ 10α
 κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ περὶ πολλα- 15β
 πλασιάσεως εἰς ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν β, 150γ
 ὁ α, πρὸς τὴν μονάδα, ὡς δὲ ὁ γ 15δ
 πρὸς τὸν δ, ἦταν τὸν β, ἴσοι γάρ, τὸ
 γδ, κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἔχουσιν ἄρα ὅ, τε α,
 ἢ τὸ γδ, κλάσμα τὸν αὐτὸν λόγον πρὸς τὴν μονάδα,
 ἢ ἐπομένως ἴσα εἰσὶ κατὰ τὴν ἐβδόμην τῆ πέμπτης.
 εἰ δὲ τῷ ὅλῳ ὑποτεθῆ μονάς, μεταποιηθήσεται εἰς
 τὸ καταχρηστικῶς λεγόμενον κλάσμα.

Λυσιτελεῖ δὲ τὸ πρόβλημα εἰς ἀνάλυσιν τῶν μειζόνων μίτρων καὶ νομισμάτων εἰς τὰ ἐλάττω, φέρε εἰπεῖν τῶν ὀκτωσαδίων εἰς βήματα καὶ πόδας, τῶν ἡμερῶν εἰς ὥρας, τῶν μοιρῶν εἰς ἑξηκαστὰ πρῶτα, καὶ τέτων εἰς δευτέρα, καὶ τῶν δευτέρων εἰς τρίτα, τῶν χρυσίνων εἰς δραχμάς, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως.

Πρόβλημα πέμπτον.

Τῶν καταχερσικώτερον λεγομένων κλασμάτων τὸ δοθὲν εἰς ὅλον ἢ ὅλα ἀγαγεῖν.

Ἐστω τοῦτον τὸ αβ. διαιεθῆτω ὁ α, ἐπὶ τὸν β, καὶ τὸ πηλίκον ὁ δ, εἶσαι = τῷ αβ. τὸ αβ κλάσμα ἔχει πρὸς τὸ ὅλον, ἢ τὴν μονάδα, ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β, κατὰ τὸ πρῶτον πόρισμα, ἀλλὰ καὶ τὸ πηλίκον ὁ δ, ἔχει πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ διαιεθ-
 $\frac{1}{2} \frac{2}{3} \delta 3.$
 μεν α, πρὸς τὴν διαιεθῆτην β, ἄρα τὸ αβ, κλάσμα, καὶ τὸ πηλίκον ἴσα εἰσι κατὰ τὴν δ'. τῆ ε', ἡνίκα
 $\frac{1}{2} \frac{1}{3}$
 δὲ γενομένης τῆς διαιρέσεως τὸ πη-
 $\epsilon 3 + \frac{1}{2}$
 λίκον παρὰ γοῖτο ὅλον μετὰ κλάσμα-
 τος ὡς ἐπὶ τῆ γδ, δηλον ὡς ἐκ αὐ μεταποιηθεῖη εἰς ὅλον μόνον, ἀλλ' εἰς ὅλον μετὰ κλάσματος οἷον ἐν-
 ταῦθα ὁ ε, μετὰ τῆ ζη.

Ὡς περὶ διὰ τῆ ἀνωτέρω προβλ. τὰ μείζω εἰς ἐλάττω ἀναλύειν ἔχομεν, ἢ τω διὰ τῶν τὰ ἐλάττω ἐπὶ τὰ μείζω ἀνάγειν ἔχομεν οἷον τὰ ἐξήκ. εἰς ὄρας, καὶ ταύτας εἰς ἡμέρας. τοὺς πόδας εἰς βήματα, καὶ ταῦτα εἰς ὀκτωσάδια· τὰς δραχμὰς εἰς χρυσίνους.

Περὶ συνάψεως κλασμάτων.

Τὰ δοθέντα κλάσματα συνάψαι.

Εἰ μὲν ὡς παρανόμια, οἷα τὰ αβ, γδ, συναφθήτωσαν οἱ τέτων ἀριθμηταὶ καὶ τῶ ἐξ αὐτῶν, ἢτοι τῶ 5 ὑποκείδω $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ ὁ ταῦτα παρανομιῶν 6, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν συνισάμενον κλάσμα ἔσαι τὸ $\frac{5}{12}$ ὑπὸ τῶν αβ, γδ, συμποσούμενον.

Εἶδὲ μὴ εἶη τοιαῦτα, ὡς τὰ ηθ, κλ, γενέδωσαν πρῶτον παρανόμια, εἶτα συναφθήτωσαν τὰ ἐκ τῆς μεταποιήσεως παραχθέντα ὡς ἀνωτέρω.

$$\frac{7}{8} \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{8} \quad \frac{4}{5}$$

$$\frac{7}{8} \quad \frac{4}{5}$$

Δειξίς. Ἐπεὶ τὸ αβ, κλάσμα ἔχει πρὸς τὸ ὅλον, ἢ τὴν μονάδα, ὡς ὁ α, πρὸς τὸν β, ἔχει δὲ πρὸς αὐτὴν καὶ τὸ γδ κλάσμα, ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, τὰ αβ, γδ, κλάσματα ἔξησι πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ α, καὶ γ ὁμῶς ἢτοι ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὁ αὐτὸς γὰρ ἐστὶ = τῶ β,

$$\frac{5}{6} \quad \frac{3}{4}$$

ε, δ. ὡς δὲ ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ἔχει καὶ τὸ εζ, κλάσμα
πρὸς τὴν μονάδα, ἄρα τὸ εζ, κλάσμα ἴσον ἐστὶ τοῖς αβ,
γδ, κλάσμασι, τὸν αὐτὸν λόγον ἔχον τούτοις πρὸς
τὴν μονάδα.

Τὸν αὐτὸν τρόπον, καὶ πλείω τῶν δύο συναφθῆ-
σονται, γενόμενα παρωνύμια, εἴγε μὴ τοιαῦτα τύ-
χη ὄντα.

Ἀριθμὸν ἀκέραιον καὶ κλάσμα συνάψαι.

Δοθέντος δὲ ἀριθμοῦ ἀκεραίου καὶ κλάσματος,
οἷον τῆ δ, καὶ βγ, ταχθήτω ὑπὸ τὸν ἀριθμὸν μο-
νάς, καὶ τῶν δε, βγ, κλασμάτων παρωνυμίων γενο-
μένων, συναπτεῖον ὡς πρότερον τὰ ἐξ αὐτῶν παρω-
νύμια.

Περὶ Ἀφαιρέσεως.

Τὸ δοθὲν κλάσμα ἀπὸ κλάσματος μείζονος
ἀφελεῖν.

Κάνταῦθα πρόχειρος ἡ ἀφαιρέσις, εἴγε ὥσι
παρωνύμια τὰ κλάσματα. ἀφαιρετέον γὰρ ἀπὸ τῆ
ἀριθμητῆ τῆ μείζονος τὸν ἀριθμητὴν τῆ ἐλάττονος.
τῷ δὲ λειπομένῳ ὑποτακτέον τὸν αὐτὸν παρωνυμῆν-
τα, καὶ τὸ συσθέν κλάσμα εἶσαι ἢ τῆτων διαφορά.
Εἶδὲ μὴ, ἀνακτέον πρῶτον εἰς τὰ παρωνύμια, εἶτα ἀ-
φαιρετέον. οἷον ἔσω ἀφελεῖν ἀπὸ τοῦ αβ, μείζονος

τὸ ηθ, ἔλαττον· ἀναχθήτωσαν πρῶτον εἰς παρὰ
 νύμια τὰ γδ, εδ, ἀ-
 Φαιρεθέντες δὲ τῷ ε, ἀ-
 πὸ τῷ γ, συσαθήτω
 ὑπὸ τῷ λειπομένῳ ζ,

$$\begin{array}{r} \frac{\frac{2}{\beta}}{\frac{2}{\alpha}} \quad \frac{2}{\gamma} \\ \hline 20\gamma \quad 18\epsilon \quad \frac{2}{\delta} \\ \hline 24\delta \quad \frac{2}{\epsilon} \end{array}$$

τὸ ζη, κλάσμα ἐπὶ παρὰνυμῶντι τῷ η. λέγω τὸ ζδ,
 κλάσμα εἶναι τὴν ζητημένην διαφορὰν. ταῦτο δ' ἐστὶν
 εἶπειν τὰ εδ, ζη, ἴσα εἶναι τῷ γδ.

Δειξίς. Ἐπεὶ τὸ εδ, κλάσμα ἔχει πρὸς τὴν μο-
 νάδα ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν δ, ἦτοι πρὸς τὸν η, ὁ αὐτὸς
 γὰρ τῷ δ, ἔχει δὲ καὶ τὸ ζη, κλάσμα πρὸς τὴν μο-
 νάδα ὡς ὁ ζ πρὸς τὸν η. ἔξουσιν ἄρα καὶ τὰ εδ, ζη,
 κλάσματα ὁμοῦ πρὸς τὴν μονάδα ὡς οἱ ε, ζ, ὁμοῦ πρὸς
 τὸν η, ἢ τὸν ἴσον αὐτῷ τὸν δ. ἀλλ' ὡς οἱ ε, ζ, πρὸς
 τὸν η, ἔτω ὁ γ, ὁ ἴσος αὐτοῖς πρὸς τὸν δ, καὶ ὡς ὁ γ,
 πρὸς τὸν δ, τὸ γδ κλάσμα πρὸς τὴν μονάδα, ἄρα τό τε
 γδ, καὶ τὰ εδ, ζη, τὸν αὐτὸν ἔξουσι πρὸς τὴν μονάδα,
 καὶ ἐπομένως κατὰ τὴν ζ. τῷ ε', τῷ στοιχειωτῷ ἴσον
 εἶναι τὸ γδ τοῖς εδ, ζη, κλάσμασι.

Κὰν ὦσι πλείω τὰ ἀφαιρεθησόμενα κλάσματα,
 συναπτέον πρῶτον ταῦτα, εἶτα ἀφαιρετέον τὸ ἐξ
 αὐτῶν συμποσάμενον, εἰ ἔλαττον ἢ, ἀπὸ τῷ μεί-
 ζονος.

Κειμένον δὲ ἀριθμῶ ἀκεραῖν, ἀφ' ἧς πρόκειται ἡ-
 μῖν κλάσμα ἀφελεῖν μονάδος ἔλαττον, οἷον ἀπὸ τῷ η,

εὐ αβ, κλάσμα, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ αὐτῆ ἀριθμῶ
 μονάς, ἢ συζαθήτω κλάσμα τὸ γδ,
 παρωνύμιον τῷ αβ. ὁμοίως ἀφαιρε- η 12, $\frac{2}{3}\beta$
 θήτω ἀπὸ τῆ γδ, τὸ δοθὲν, ἢ ὁ λ, λ 11 $\frac{2}{3}\delta$
 ἀριθμὸς μετὰ τῆ λαπομένον εζ, κλάσ- λ 11 $\frac{1}{2}\epsilon$
 ματος ἔσαι ἢ ζητημένη διαφορά.

Ἐὰν δὲ τὸ κλάσμα ἢ μείζον
 μονάδος ὡς τὸ κλ, ἀναλυθήτω ὁ ἀριθ- η 12 $\frac{1}{2}\lambda$
 μὸς εἰς κλάσμα ὡς ὁ η, εἰς τὸ μν, ἀφ' $\frac{4}{4}\mu$ $\frac{1}{4}\sigma$
 ῥ ἀφαιρεθήσεται τὸ κλ, κλάσμα
 κατὰ τὰ προσεχῶς εἰρημένα, καὶ ἔσαι τὸ στ, ἢ τῶ-
 των διαφορά.

Περὶ Πολλαπλασιάσεως.

Κλάσμα ἐπὶ Κλάσμα Πολλαπλασιάσαι.

Ἐςωσαν κλάσματα τὰ αβ, γδ, ἃ δεῖ πολλα-
 πλασιάσαι πρὸς ἀλλήλα. Πολλαπλασιασθήτωσαν πρὸς
 ἀλλήλους οἵ τε ἀριθμηταί, καὶ οἱ παρωνυμῆντες αὐ-
 τά. ἢ τῆ μὲν ἐκ τῶν ἀριθμητῶν κειμένον ἀριθμητῆ,
 τῆ δὲ ἐκ τῶν παρωνυμῆντων χῶσαν λαχόντος παρωνυ-
 μῆντος, συνεχάτω τὸ εζ, κλάσμα.
 λέγω τοῦτο εἶναι τὸ ὑπ' αὐτῶν Γινό- $\frac{2}{3}\beta$ $\frac{2}{3}\delta$ $\frac{2}{3}\epsilon$
 μενον. πολλαπλασιασάτω ὁ γ, τὸν β. καὶ ποιείτω
 τὸν η.

Δειξίς. Ἐπει ἐστὶν ὡς τὸ ὅλον εἶταν ἡ μονὰς πρὸς τὸ
 αβ, κλάσμα ὁ β, πρὸς τὸν α,
 ὁ δὲ γ, πολλαπλασιάσας τὸς βα, $\frac{\beta}{\alpha} \times \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha}$
 πεποίηκε τὸς ηε, ἔχει ὁ η, πρὸς
 τὸν ε. ὡς ὁ β, πρὸς τὸν α, καὶ ἐπομένως ὡς ἡ μονὰς
 πρὸς τὸ αβ. συσαθήτω δὴ ἀπὸ τῶ η, καὶ ζ, τὸ ηζ,
 κλάσμα, ὅπερ ἴσον ἔσαι τῷ γδ, ὁ γὰρ β, τὸς γδ,
 πολλαπλασιάσας πεποίηκε τὸς ηζ, ταῦτ' ἄρα εἴη ἄν.
 ὡς τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔτω καὶ τὸ γδ, πρὸς τὸ αὐτὸ
 εζ, ἀλλὰ τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει ὡς ὁ η, πρὸς τὸν ε,
 ὡς κατωτέρω ἐξηθήσεται, ἄρα τὸ γδ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει
 ὡς ὁ η, πρὸς τὸν ε, δίδεικται δὲ ἔχεν τὸν η, πρὸς τὸν
 ε, ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸν αβ, ἄρα ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ
 αβ, τὸ γδ, πρὸς τὸ εζ. ἢ γῶν ὡς ἡ μονὰς πρὸς
 τὸ πολλαπλασιάσαν, τὸ πολλαπλασιασθέν πρὸς τὸ
 γενόμενον· ὅτι δὲ τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει ὡς ὁ η,
 πρὸς τὸν ε, ῥᾶδιον συναγαγεῖν. ἐπει γὰρ ἐστὶν ὡς τὸ
 εζ, πρὸς τὴν μονάδα, ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὡς δὲ ἡ μονὰς
 πρὸς τὸ ηζ, ὁ ζ, πρὸς τὸν η, καὶ δι' ἴσον ἄρα ὡς τὸ ζη,
 πρὸς τὸ εζ, ὁ η, πρὸς τὸν ε.

Ἀκέραιον Ἀριθμὸν ἐπὶ Κλάσμα πολλαπλασιάσαι.

Μεταποιηθήτω ὁ ἀριθμὸς, οἷον
 εἰπεῖν ὁ α, εἰς κλάσμα ὑποτιθεμένης $\frac{1}{\alpha} \times \frac{\gamma}{\beta} = \frac{\gamma}{\alpha\beta}$
 αὐτῷ μονάδος, ὅπερ πολλαπλασια-
 σθήτω ἐπὶ τὸ δοθέν κλάσμα, φέξ εἰπεῖν τὸ γδ, καὶ
 τὸ ὑπ' αὐτῶν ἔσαι τὸ εζ.

Εάν δὲ τῷ ἀριθμῷ κῆ κλάσμα προσκείμενον ἢ
 οἷον τῷ αὐτῷ α, τὸ γδ, ἵνα ὁ ἀριθμὸς σὺν τῷ
 κλάσματι, ἐφ' ἕτερον κλάσμα πολλαπλασιασθῆ, με-
 ταποιηθέντος ὡς ἀνωτέρω τῷ ἀριθμῷ εἰς κλάσμα,
 διχῶς ἐνδέχεται γενέσθαι τὴν
 πολλαπλασίαν. ἢ γὰρ συναπ- $\frac{1^a}{1^b}$ $\frac{2^y}{3^d}$ $\frac{3^h}{3^y}$
 τέον τὰ αβ, γδ, κλάσματα εἰς $\frac{1^a}{3^d}$ λ $\frac{1^h}{3^y}$
 τὸ κλ, ὅπερ πολλαπλασιαστέον ἐπὶ ηδ, κῆ γενήσεται
 τὸ μν. |

Ἡ πολλαπλασιαστέον τὰ αβ
 γδ, χωρὶς ἐπὶ τὸ ηδ, τὰ δὲ γι- $\frac{1^h}{3^d}$ $\frac{1^h}{3^y}$
 νόμιστα εἰς παρωνύμια μεταποιο-
 θέντα συναπτέον, κῆ γενήσε- $\frac{1^h}{3^d} \cdot \frac{1^h}{3^y} = \frac{1^h}{3^d}$ μν.
 ται κλάσμα ὅπερ εἰς ἐλαχι-
 στες ἀγόμενον ὄρθος, ἴσον ἔσαι τῷ μν.

Περὶ Διαίρεσεως.

Κλάσμα κλάσματι Διελεῖν,

Ἐςω κλάσμα τὸ αβ, διαμετρησόμενον τῷ γδ,
 κλάσματι πολλαπλασιασθήτωσαν οἱ τέτων ἀριθμη-
 ται ἐναλλάξ ἐπὶ τῆς παρωνυμίας, τῆσιν ὁ α, ἐπὶ
 τὸν δ, κῆ γενέσθω ὁ ε, ὁμοίως ὁ β, ἐπὶ τὸν γ, κῆ ποιεί-
 στω τὸν ζ, ἐξ ὧν συσταθήτω τὸ εζ, κλάσμα, ὃ λέγω
 πηλίκον εἶναι τῷ αβ, διαμετρήντος ἐπὶ τὸ γδ, ἔσαι
 δὲ ἡμῖν τῷτο γνώριμον,
 δεχθέντος ἔχειν τὸν $\frac{1^a}{2^b}$ $\frac{2^y}{3^d}$ $\frac{1^h}{3^d}$ $\frac{2^h}{3^y}$
 διαμετρίμενον ἦτοι τὸ
 αβ, κλάσμα ἐπὶ τὸ πηλίκον εζ, ὡς τὸν διαμέτρητην πρὸς

τὴν μονάδα, κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ περὶ διαιρέσεως τῶν ἀριθμῶν.

Παλλαπλασιασθήτω γὰρ ἔτι ὁ α, ἐπὶ τὸν γ, ἢ ποιείτω τὸν η. Δείξιν. ἐπεὶ ὁ γ, πολλαπλασιάσας τὰς αβ, τὰς ηζ, πεποίηκεν,
 ἐστὶ τὸ αβ, κλάσμα $\frac{4}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{2}{8}$
 ἴσον τῷ ηζ, ὡσεὶ ἐκότερον τῶν τὸν αὐτὸν ἔχει λόγον πρὸς τὸ εζ, κλάσμα, κατὰ τὴν ἐβδόμην τῆ πέμπτη τῆ σιχλωτῆ. ὡς δὲ ἔχει τὸ ηζ, πρὸς τὸ εζ, ἔχει ἢ ὁ η, πρὸς τὸν ε, κατὰ τὸ δεύτερον θεώρημα, ἄρα ἢ ὡς τὸ αβ, πρὸς τὸ εζ, ὁ η, πρὸς τὸν ε, ἀλλὰ ὁ α, πολλαπλασιάσας τὰς γδ, τὰς ηε, πεποίηκεν, ἔστιν ἄρα ὡς ὁ γ, πρὸς τὸν δ, ὁ η, πρὸς τὸν ε, ὡς δὲ ὁ γ, πρὸς τὸν δ, τὸ γδ κλάσμα, πρὸς τὴν μονάδα. ἄρα ὡς ὁ η, πρὸς τὸν ε, εἴτην τὸ αβ κλάσμα, πρὸς τὸ εζ, τὸ γδ κλάσμα, πρὸς τὴν μονάδα, τῆτ' ἐστὶν ὡς ὁ διαιρέτης πρὸς τὴν μονάδα, ὁ διαιρέμενος πρὸς τὸ εζ, τὸ $\frac{1}{2}$ εζ, ἄρα ἐστὶ τὸ ζητούμενον πηλίκον.

Ἀκέραιον κλάσματι διελεῖν.

Ἐστω ἀκέραιος ἀριθμὸς ὁ α, διαιρεθῆσόμενος τῷ γδ, κλάσματι. $\frac{4}{8}$ $\frac{7}{8}$ $\frac{1}{8}$
 μεταποιηθείτω ὁ α, εἰς τὸ αβ, κλάσμα, εἶτα διαιρεθήτω κατὰ τὰ εἰρημένα ὡς ὀφείας. ἔσαι πηλίκον τὸ εζ.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων ἔχομεν ἡ τὸν λόγον ἀποδέναι τοῖς ἐρωτώσι, διατι οἱ πλείστοι τῶν ἀριθμητικῶν ἐπὶ τῆς τῶν κλασμάτων διαίρεσεως, ἀντιστρέφοντες τὰς ὄψεις τῆ διαιρέτη, ἡ πολλαπλασιάζοντες ἐκάτερον ἐφ' ἐκάτερον τῶν τῆ διαιεθμένων ἐπ' εὐθείας, ἐγκρατεῖς γίνονται τῆ πληκῆ, ἢ ὅτι ἐπεὶ ὁ ε, γέγονεν ὑπὸ τῆ α, ἐπὶ τὸν δ, ὁ δὲ ζ, ὑπὸ τῆ β, ἐπὶ τὸν γ, οἱ αὐτοὶ δ' ἂν γέ-

$$\frac{1}{\beta} \quad \frac{\gamma}{\delta} \quad \frac{\delta}{\gamma} \quad \frac{1}{\alpha} \quad \frac{\alpha}{\zeta}$$
 νοιντο ἀριθμοὶ κἂν ἀντιστραφῶ-
 σιν οἱ ὄροι, ἡ τὰς αβ, πολλαπλασιάσωσι, διάτοι τῆ-
 το ενθα τὸ γ, τιθέασι τὸ δ, ενθα δὲ τὸ δ, τὸ γ,
 εἶτα πολλαπλασιάσαντες τὰ αβ, κλάσματα παρά-
 γωσι τὸ εζ, πληκῆον.

Πόρισμα.

Ἐπι γινώσκομεν ἐκ τούτων πῶς ἄντις εὐχερέσε-
 ρον διέλοι τὸν διαιρέτην γδ, ἐπὶ τὸν διαιεθέντα
 αβ. ἀρκεῖ γὰρ ἀντιστρέψαι τὰς ὄψεις τῆ εζ, ἡ ἔξει
 πληκῆον τὸ ζε, τὸ αὐτὸ γὰρ ἂν
 γένοιτο κἂν ἀντιστραφῶσιν οἱ ὄροι

$$\frac{\alpha}{\beta} \quad \frac{\gamma}{\delta} \quad \frac{\delta}{\gamma} \quad \frac{1}{\alpha} \quad \frac{\alpha}{\zeta}$$
 τῆ αβ, κατὰ τὸ προεκτεθέν
 πόρισμα ἡ πολλαπλασιασῶσιν
 ἐπὶ τὰς γδ.

$$\frac{\gamma}{\delta} \quad \frac{\beta}{\alpha} \quad \frac{\epsilon}{\zeta}$$

Υ΄ ΠΩΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Ἐπιτάσεως δὲ ἄξιον, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πολλαπλασιάσεως τῶν κλασμάτων, εἶγε ἐκάτερον τῶν πολλαπλασιαζομένων ἔλαττον ἢ τῆς μονάδος, τὸ ὑπ' αὐτῶν ἐκατέρω τῶν ἔλαττον ἐσιν. ἐπὶ δὲ τῆς διαιρέσεως τὸ πηλίκον μείζον τῆ διαιρεμένης εὐρίσκεται, ὡς ἂν ὁ διαιρέτης ἐλάττων ὑποτεθῆ τῆς μονάδος ἔφ' οἷς ὅη καὶ ξενιοδείη ἀντις τῶν μὴ ἀκριβῶς ἐξησημένων τὴν Ἀριθμητικὴν ἐπισήμην, ἀφορῶν εἰς τὰς Ἀκέραιες τῶν ἀριθμῶν ἔφ' ὧν τότε ἐκ τῆ πολλαπλασιασμῶ παραγόμενον μείζον ἐκατέρω τῶν πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομένων ἀριθμῶν ἐστὶ. καὶ τὸ ἐκ τῆς διαιρέσεως πηλίκον, ἀεὶ ἔλαττον τῆ διαιρεμένης. σὺναντίον μὲντοι ἐπὶ τῶν κλασμάτων συμβαίνει, ὡς ἐκ τῶν ἐξῆς ὑποδειγμάτων τρανωθήσεται.

Ἔστω κλάσμα τὸ αβ, ὅπερ πολλαπλασιάσαν τὸ γδ, ποιείτω τὸ εζ, λέγω ὅτι, ἐπεὶ ἐκάτερον τῶν αβ, γδ, ἔλαττον ἐστὶ $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{4}{5}$ μονάδος, ἔσαι τὸ εζ, ἔλαττον ἐκατέρω τῶν. Εἰ γὰρ ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸ πολλαπλασιάσον, ὅτως ἔχει καὶ τὸ πολλαπλασιαζόμενον πρὸς τὸ ὑπ' αὐτῶν γινόμενον, ἔσαι ὡς ἡ μονὰς πρὸς τὸ αβ, τὸ γδ, πρὸς τὸ εζ, ἔλαττον δὲ ὑπόκειται τὸ αβ, τῆς μονάδος, ἔλαττον ἄρα ὑπάρχει καὶ τὸ εζ, τῆ γδ. τὸ αὐτὸ δειχθήσεται καὶ τὸ γδ, ὑποθῶμεν πολλαπλασιάσον, τὸ δὲ αβ, πολλαπλασιαζόμενον εἰ γὰρ τὸ γδ, ἔλατ-

τὸν ἢ μονάδος ἢ τὸ εζ, ἔλαττον ἔσαι τῷ αβ. ἰὰν δὲ τῶν
 πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιαζομένων κλασμάτων τὸ μὲν
 ἢ μείζον τῆς μονάδος, τὸ δὲ ἔλαττον, τὸ ὑπ' αὐτῶν
 γινόμενον ἔσαι τῷ μὲν μείζονος, ἔλαττον, τῷ δὲ ἐλάτ-
 τονος, μείζον.

Ἐστὼ ἔτι τὸ αβ, διαιρέμενον τῷ γδ, ἐλάττονι
 μονάδος· λέγω τὸ πηλίκον εζ,
 μείζον εἶναι τῷ διαιρεμένῳ αβ, $\frac{1^*}{1^*} \frac{2^*}{2^*} \frac{3^*}{3^*}$
 ἐπεὶ γὰρ κατὰ τα εισημένα ἐν
 τῷ περὶ διαιρέσεως ἀριθμητικῆς, κατὰ τὸ ἐναλλάξ,
 ὡς ἔχει ἡ μονὰς πρὸς τὸν διαιρέτην, ἔστω τὸ πηλί-
 κον πρὸς τὸ, διαιρέμενον, μείζον δὲ ὑπετέθη ἡ μο-
 νὰς τῷ διαιρέτῃ, μείζον ἄρα ἢ τὸ πηλίκον τῷ διαι-
 ρεμένῳ.

Περὶ κλασμάτων δευτέρων, τρίτων, καὶ τῶν ἐφεξῆς.

Κλάσμα δεύτερον, εἶπεν κλάσμα κλάσματος,
 ὡς ἄλλοι λέγουσιν, ἐστὶ μόριον, ἢ μόρια, μέρος, ἢ μερῶν
 τῆς μονάδος, ταῦτ' οὖν εἰπεῖν
 ὅλα τινός οἷον τῷ αβ, τὸ γδ, ἢ $\frac{1^*}{2^*} \frac{2^*}{3^*} \frac{3^*}{4^*} \frac{4^*}{5^*}$
 τῷ εζ, τὸ ηθ. τῆς γὰρ μονάδος
 δίχα διαιρεθείσης τὸ αβ, κλάσμα δύοσον ἐστὶ ταύ-
 τῆς, τέττε δὲ ὡς ὅλα ληφθέντος ἢ ὑποδιαιρεθέντος
 δίχα τὸ γδ, κλάσμα δύοσον ἐστὶ τῷ πρώτῃ δύοσον.
 τέτραχά δὲ ταύτης διαιρεθείσης, τὸ μὲν εζ, κλάσμα

τρία τέταρτα εἰσι τῆς μονάδος, τῆτων δὲ ὡς ὄλα ληφ-
 θέντων, ἢ εἰς τρία ὑποδιαίρεθέντων, τὸ ηθ, κλάσμα
 μορίων ὑπάρχει παρασατικὸν τῶν μερῶν τῆς μονάδος,
 ἦτοι δύο τρίτων τῶν τριῶν τετάρτων ὡς περ γὰρ τὸ
 ὅλον διαίρεόμενον ἀποτελεῖ τὸ ἀπλῶς λεγόμενον κλάσ-
 μα, ἔτω τὰ μίση τῆ ὄλα, εἴτην τὸ ἀπλῶς κλάσ-
 μα διαίρεθῆν, τὸ δεύτερον παρῆξει κλάσμα, ἢ τῆτο
 τὸ τρίτον, ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἀναλόγως. Εἰ τοίνυν
 ἅπαντα ἀναχθῆεν ἂν εἰς τὰ ἀπλῶς κλάσματα, πρό-
 δηλον ὅτι ὁμοίως τοῖς ἀπλοῖς πραγματευθήσουσι).
 κατὰ τε σύναψιν ἢ ἀφαίρεσιν, πολλαπλασιάζετε.
 καὶ διαίρεσιν, διὸ ἕδὲ χρῆ περὶ τῆτων μακρογορεῖν
 ἕτηιον δὲ πῶς ἂν κλάσμα κλάσματος ἐπὶ τὸ ἀπλῶν
 ἀναχθῆι κλάσμα.

**Κλάσμα δεύτερον, εἴτην κλάσμα κλάσ-
 ματος εἰς ἀπλῶς κλάσμα ἀναγαγεῖν.**

Ἔσω κλάσμα τὸ ηθ, κλάσματος τῆ εζ, εἰς τὸ
 ἀπλῶς κλάσμα ἀναχθῆσόμενον. τῆτο δὲ ἕδὲν ἄλλο
 εἶναι, ἢ ζητεῖν πηλίκον μέρος ἐστὶ τῆ ὄλα τὰ δύο τρίτα
 τῶν τριῶν τετάρτων τῆ ὄλα. πολλαπλασιασθήτωσαν
 πρὸς ἀλλήλας οἷτε εη, ἀριθμηται, ἢ ζθ, παρωνυμῆν-
 τες, ἢ αὐσαθήτω τὰ κλ, κλάσ-
 μα, ὃ λέγω τὸν αὐτὸν ἔχεν λό-
 γου πρὸς τὴν μονάδα τῶ ηε. ἢ
 ἐπομένως τὰ ηε, κλ, κλάσματα
 ἴσα εἶναι. Δεῖξίς Γενέωθω ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ, ὁ θ,
 πρὸς τὸν μ. καὶ ἐπει ὑπόκει) τῆ ηθ, ἢ ἢ τῆ ηε,

κλάσματος ὅλον τὸ εζ, ἐστὶ τὸ ηε, κλάσμα πρὸς το
οἰκείον ὅλον εἶτην τὴν μονάδα τὸ εζ, ὡς ὁ η, ἀριθμη-
τῆς πρὸς τὸν θ, παρωνυμῶνται· ἀλλὰ κ, τὸ εζ,
κλάσμα ἔχει πρὸς τὴν μονάδα ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ,
ἢ ὡς ἐκ τῆς κατασκευῆς ὡς ὁ θ, πρὸς τὸν μ, διίσα
ἄρα ὡς τὸ ηε, πρὸς τὴν μονάδα ὁ η, πρὸς τὸν μ.
αὐθις ἐπεὶ ἐκ τῆς κατασκευῆς ὡς ὁ ε, πρὸς τὸν ζ,
ἄρα ὁ θ, πρὸς τὸν μ, ἔσαι κατὰ τὴν δεκάτην ἐνά-
την τῆ ἐβδόμη τῆ σοικειωτῆ. ὁ ὑπὸ τῶν εμ = τῷ
ὑπὸ τῶν ζθ, ἀλλὰ κ, ὁ ε, πολλαπλασιάσας τὸν η,
πεποίηκε τὸν κ, τὸν δε μ, πεποίηκε τὸν λ, ἔσιν ἄρα
κατὰ τὴν δεκάτην ἐβδόμην τῆ ἐβδόμη τῆ σοιχ:
ὡς ὁ η, πρὸς τὸν μ, ὁ κ, πρὸς τὸν λ. δέδεικται δὲ ὡς
ὁ η, πρὸς τὸν μ, ἔχειν κ, τὸ ηε κλάσμα, πρὸς τὴν μο-
νάδα, ἄρα ὡς ὁ κ, πρὸς τὸν λ, τὸ ηε, πρὸς τὴν
μονάδα· ὡς δὲ ὁ κ, πρὸς τὸν λ, τὸ κλ, πρὸς τὴν
μονάδα· ἄρα τὰ ηε, κλ, κλάσματα, τὸν αὐτὸν ἔ-
χουσι λόγον πρὸς τὴν μονάδα, καὶ κατὰ τὴν θ.
τῆ ε. τῆ σοικειωτῆ εἰσὶν ἴσα.

Ἐσω τὸ εζ, τρίτον κλάσμα, εἶτην κλάσμα
κλασμάτων ἀναχθήτω τὸ γδ κλάσμα, εἰς τὸ ἀπλῆν
κλάσμα ηθ, κ, μενεῖ τὸ εζ κλάσμα, τῆ ηθ κλάσ-
ματος, ὅπερ, ὡς ἀνωτέρω ἐλέ-
γεται, ἀναχθεῖν ἂν εἰς τὸ ἀπλῆν
κλάσμα κλ, καὶ συνελόντα φά-
ναι, τῶν τοιούτων πολλαπλασιά-
ζαν δὲ τῆς τε ἀριθμητῆς κ, παρωνυμῶντας, ἵνα εἰς
ἕτερον κλάσμα ἀνάγῃτο.

$$\frac{\eta}{\theta} \cdot \frac{\epsilon}{\zeta} = \frac{\eta\epsilon}{\theta\zeta}$$

$$\frac{\epsilon\mu}{\zeta\theta} \cdot \frac{\eta}{\theta} = \frac{\epsilon\mu\eta}{\zeta\theta^2}$$

Περὶ Κλασμάτων Δεκαδικῶν.

Δεκαδικὰ κλάσματα καλεῖσιν οἱ νεώτεροι τὰ ὑπὸ δεκαδικῶν ἀριθμῶν παρωνυμῆμενα, οἷος Φασὶ τὸν δέκα, τὸν ἑκατὸν, τὸν χίλια, καὶ τὰς ἄλλας, ὅσοι κατὰ τὸν τῆ δεκαπλασίῃ λόγον προΐασιν ἐν γεωμετρικῇ ἀναλογίᾳ· ἢ γὰρ εἴαν ἡ μονὰς διαιεσθῆ εἰς δέκα μέρη, ἕκασον δὲ τῶν ὑποδιαιεσθῆ εἰς δέκα, ἢ πάλιν τῶν ἕκασον εἰς δέκα, ἢ ἕτως ἐφεξῆς, τῶν μὲν κατὰ τὴν πρώτην τομὴν ἕκασον δέκατον μέρος ἐστὶ τῆς μονάδος, τῶν δὲ κατὰ τὴν δευτέραν, ἑκατοσὸν, τῶν δὲ κατὰ τὴν τρίτην, χιλιοσὸν οἷον $\frac{1}{10}$, $\frac{1}{100}$, $\frac{1}{1000}$, ταῦτα τοῖνυν ἢ τὰ τοιαῦτα, ἢ μόνον Δεκαδικὰ λέγεται κλάσματα κοινῷ ὀνόματι, ἀλλὰ ἢ ἰδίως τετύχηκε προσηγορίας· τὰ μὲν δέκατα πρῶτα λεγόμενα, τὰ δὲ ἑκατοσὰ, δεύτερα, ἢ τὰ χιλιοσὰ, τρίτα, τὰ δὲ λοιπὰ κατὰ τὴν ἀνάλογον αὐτοῖς προσηγορίαν καλεῖμενα.

Περὶ Ἀναλύσεως τῶν.

Τὸν δοθέντα ἀριθμὸν εἰς κλάσματα δεκαδικὰ ἀναλύσαι.

Πολλαπλασιασθῆτω ὁ οἷον ὁ 5, ἀναλύομεν.
 δοθεὶς ἀριθμὸς ἐπὶ τὸν ἀριθμὸν ὑφ' ἧ παρωνυμῆται τὸ κλάσμα εἰς ὃ ἢ ἀνάλυσις μέλλει ἔσεσθαι, ἢ τὸ ὑπ' αὐτῶν ἔσαι κλάσμα δεκαδικόν.

Εἰς α'.	$\frac{5}{10} = 5 \cdot \frac{1}{10}$
εἰς β'.	$= 5 \cdot \frac{1}{100}$
εἰς γ'.	$= 5 \cdot \frac{1}{1000}$

Τὶ τὸ κινήσαν.

Τὸ δὲ κινήσαν τῆς νεωτέρας ἐπινοῆσαι ταῦτα ἐστίν, ἢ περὶ τὰς πράξεις τῶν κλάσμάτων δυσχέρεια, καὶ ἢ περὶ αὐτὰς ἐπίπονος πραγματεία, ἀίπερ μόνοις τοῖς πεπειραμένοις τῶν γνῶσαι· ἵνα γὰρ ταῦτας ἐκκλίνωσι, καὶ τὰ κλάσματα κατὰ τῆς ἀκεραίας ἀριθμῆς ἔχωσι λογίζεσθαι, ἔδοξε τοῖς ταῦτα πρώτως ἐπινοηκόσιν, εἴτε Μυλλέρος ὁ Ρεγγιομοντάνος ἐστὶ περὶ τὸ αὐξὸν, εἴτος ἀπὸ τῆς τῆς Θεοῦ Λόγου Σαρκώσεως, εἴτε Σίμων ὁ Στευῖνιος περὶ τὸ ἀχπέ, ἀμφότερα γὰρ λέγεται, μὴ πραγματεῦεσθαι ταῦτα κατὰ τὰ κοινὰ κλάσματα· ἀλλ' εἴαν τὸν παρωνυμῆντα, καὶ δι' ἐνὸς καὶ μόνου ἀριθμοῦ, λέγω ἴδ' ἀριθμητῆ τὸ κλάσμα παρὶ τῶν τῶν γραμμῶν Ἰσαριθμοῦ τοῖς ἐν τῷ παρωνυμῆντι ζήσοις· κἀντεῦθεν τὸ τῆς, ὃ ἐστὶ τρεῖς δέκατα ἄνωσι γράφεται 3', τὸ τέταρτον ἄνωσι 4'', ἕξης δὲ μονάδος προσ: ὀλοκλήρη, ἢ ἀριθμῆς, ζήρος ὑπεράνω τῶν τίθεται οἷον 4°, μονάδες τέσσαρες· 4', πρῶτα τέσσαρα, 4'', δευτέρα, 4''', τρίτα, 4''''', τέταρτα, 4''''''', πέμπτα, 4''''''''', ἕκτα. τῶν κειμένων ἑαδία εἶσαι ἢ περὶ αὐτὰ ἀνάλυσις· κείδω γὰρ ὃ 3° + 5' + 7'' εἰς δευτέρα ἀναλυθησόμενος, γραφῆτωσαν ἐφεξῆς αἱ συνῆσαι αὐτὸν κύφαι, προσκειμένων καὶ τῶν τῆς ἐσχάτης γραμμῶν· καὶ εἶσαι ὃ 357'' = τῷ 3° + 5' + 7'', αἱ γὰρ 3, μονάδες = 300'', τὰ 5', πρῶτα = 50'', ἅπαντα συναπτόμενα τοῖς 7'', ποιῶσι τὸν 357''· ὥστε ἵνα γένηται ἀνάλυσις τῶν μονάδων εἰς

πρώτα, καὶ προσάπ-
ταν τῇ κύφρα ζῆρον
ἕνα, ἢ γραμμὴν. εἰς
δεύτερα δὲ, δύο, εἰς
τρίτα, τρεῖς, εἰς τέ-
ταρτα, τέσσαρας.

$$\begin{aligned} \text{οἶον εἰς } \alpha. & 3^\circ = 30', \\ & \beta'. 3^\circ = 300'', \\ & \gamma'. 3^\circ = 3000''', \\ & \delta'. 3^\circ = 30000''''', \end{aligned}$$

Ὡσαύτως καὶ
κλασμάτων εἰς ἄλλα
ἀναλυομένων, ἐν μὲν
τοῖς ἐφεξῆς κειμένοις

$$\begin{aligned} \alpha. \text{ εἰς } \beta'. & 5' = 50'', \\ \beta'. \text{ εἰς } \gamma'. & 5'' = 50''', \\ & 4'' = 40'''. \end{aligned}$$

τιθέναι ζῆρον, ἢ τὰς εἰς ὃ ἡ ἀνάλυσις προσηκῶσας
γραμμὰς ἐν δὲ τοῖς ἐν διαλείψει, 2, ζήρας, ἐν
τοῖς δύο, τρεῖς, σὺν ταῖς ἀναλογώσασιν γραμμαῖς.

Σύναψις τέτων κατὰ τὴς νεωτέρας.

Δοθήτωσαν
τὰ $3^\circ 4' 2''$, ἀνα-
λυθήτωσαν καὶ ἀναλυθέντα
 $4^\circ 2'$, πρῶτον
εἰς τὰ ἐσχάτως
κείμενα δεκαδι-
κὰ κλάσματα
εἶτα συναφθῆ-
τωσαν κατὰ τὴς
ἀπαραίτης ἀριθμῶς.

Ἰπόδ. α'.

$$\begin{array}{r} 342 \text{ } \Lambda \text{ } 5^\circ \text{ } 7' \text{ } 4''' \\ 420 \text{ } \Lambda \text{ } 6 \text{ } 7 \text{ } 4'' \\ \hline 762'' \end{array}$$

Ἰπόδ. β'.

$$\begin{array}{r} 5704 \\ 6740 \\ \hline 12444'''. \end{array}$$

Ἀφαίρεσις.

Δοθήτωσαν τὸ 6789'''

καὶ τὸ 49'', ἀναλυθήτω πρῶτον

ὁ 49, εἰς τὰ ὁμοία, εἶτα ὡς

ἐλάττων ἀφαιρέσθω ἀπὸ τῆ

μείζονος κατὰ τὴν κοινὴν ἀφαίρεσιν ὡς ὁρᾶς.

Ἰπὸδ. α'.

6789'''

490'''

6299'''

Ἰπὸδ. β'.

6°. 3'. 4''' ∆ 6304'''

3'. 2''' ∆ 320'''

5984'''

Πολλαπλασίασις.

Ἐβωσαν τ^ςε, καὶ τ^ςεε, πολλαπλασιασθήσονται, ἔτι δὲ τ^ςεε, ἢ τ^ςεεε, πρόδηλον ἐστίν, ὡς ἐάν τις πολλαπλασιάσῃ ταῦτα κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον τῆς τῶν κλάσμάτων πολλαπλασιάσεως, ἔξει τὸ τ^ςεεε, ἢ τὸ τ^ςεεεεε, ἐξ ἧ συνάγεται ἕναρκεῖν τῆς ἀριθμητὰς μόνον ἐπὶ τῶν τοιούτων πολλαπλασιάζειν, ἢ τῶ ἐξ αὐτῶν ὑποτάττειν παρωνυμῆντα, τὸν ἐκ μονάδος ἢ τῶν ζήρων τῶν προσκειμένων τοῖς παρωνυμῆσι τὰ κλάσματα συγκείμενον ὃ δὴ ἢ ἐπὶ τῶν μὴ ἐχόντων ζήρους, ἀλλ' ἀντὶ τῶν γραμμῶν, γενήσεται καὶ τῶ τοῖς συναπτομένων τῶν Γραμμῶν. οἷον 4''' · 4'', 16'''' (6'. 3'' 18''' (24'. 3'' 72'''.

Διαιρέσεις.

Διαιρεθῆτω ἕκαστος χαρακτήρ τῶν δεδομένων κλασμάτων ἐφ' ἕκαστον, καὶ τὰ ἐκ τῆς διαιρέσεως παραγόμενα, ἔσται πηλικά, ἀφαιρεμένων μίντοι γε καὶ τῶν γραμμῶν τῶ διαιρέτε ἀπὸ τῶν τῶ διαιρημένων, καὶ τῶν λειπομένων ἐπιτιθεμένων αὐτοῖς, ὡς ἐπὶ τῶ ὑποκειμένῃ ὑποδείγματος.

$$8'''' : 2' 4''' \quad (16'''' : 4''' \quad (34'' : 2' 17''.$$

ἢ πρᾶξις τῶ 8: 2, κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον.

Διαιρέμενον

Διαιρεν

τῶ ὀσσο

τῶ :

$\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$, εἰς

ἐλαχίστης ὀρθῆς ἀχθέν.

Υποσημείωσις πρώτη.

Καὶ ταῦτα μὲν οἱ πατέρες τῶτων, καὶ οἱ παρεκωλυθηκότεροι αὐτοῖς, οἱ δὲ ἐκείνων μεταγενέστεροι, καὶ τὴν ἐκ τῶν γραμμῶν δυσχέρειαν καὶ σύγχυσιν ἀποποιήμενοι, τὰς ζήρας ἀντεστήγαγον, ἐάσαντες τὸ χαρακτηρισθῆναι τὰ τοιαῦτα κλάσματα διὰ τῶν γραμμῶν· καὶ τὰς μὲν ἀπεραιῖς τῶν ἀριθμῶν, εἰ τύχῃσι προσκειμένοι τοῖς κλάσμασι, ὑποδιασολῇ διασέλλασσι. τὰ δὲ κλάσματα, ἀπ' ἀλλήλων τῆ προδήκη τῶν ζήρων, ἕς τῶν χαρακτήρων προτάττωσι. καὶ γὰρ τὰ πρῶτα, ἔτι δὲ καὶ τὰ δεύτερα, ἔ πάντα, ἀλλὰ τὰ ἐκ δύο κυφρῶν συνιστάμενα γράφοντες, τοῖς τρί-

τοις, ἢ τοῖς ἐφεξῆς τέτοις τῆς ἀνήκοντας ζήσεως
 ἐκάστοις προσγράψασι. βέβηλονται γὰρ ἔτσι σημαίνει
 τῆς ἀριθμητικῆς τῶν κλάσμάτων διὰ τῶν ἐν αὐτοῖς
 κυφῶν ἐκ πόσων ζήσεων πρὸς τῆ μονάδι συνίστανται
 οἱ παρωνυμῶντες τὰ κλάσματα, ὃ δὴ κατὰ τῆς ἀρ-
 χαιοτέρας ἐσήμαινον αἱ γραμμαὶ οἷον κεμένων τῶ
 3, ἀριθμῶ, ἢ 6', πρώτων, ἔτσι ταῦτα γράφουσι.
 3, 6. ὃ γὰρ 6, δεκάτων ἂν σημαντικός, ἢ δι' αὐτὸ
 τῆτον τὸν 10, ἔχων παρωνυμῶντα, ἔχοντα ζήσον ἕνα
 πρὸς τῆ μονάδι· δύναται διὰ μιᾶς κύφρας ἐξ ἧς ἢ
 σημαίνεται, τῆτον παριστᾶν· εἶδὲ ἦν μόνον ὃ 6', δε-
 κάτων σημαντικός, εἶδὲ πρὸ τῆτε γραφῆναι ζήσον με-
 τὰ ὑποδιαστολῆς, ἐφεξῆς δὲ τὸν 6, ἀνευ ζήσεως, ἕνα ἢ
 τὸ ὅλον 0, 6' ἔτσι εἰάν ὡσι ὃ 3, ἀριθμὸς ἢ 12-
 ἐκατοςὰ, γράφουσι ἂν ἔτσι 3, 12', ἢ ἀπόντος τῆ
 3, ὡδὲ πως 0, 12, ἐκ δύο γὰρ κυφῶν ὃ 12, συνι-
 σάμενος δύναται ἂν παριστᾶν τῆς ζήσεως πρὸς τῆ μο-
 νάδι τῶ παρωνυμῶντος αὐτὸν, τῆτεσι τῶ 100, καὶ
 παρέχειν ἡμῖν εἶδέναι, ὅτι σημαίνει ἐκατοςὰ δώδεκα,
 ὃν τρόπον ἢ ὃ 6, πρότερον ἐσήμαινεν ἐξ δέκατα.

Ὄντων δὲ τῶ 3 ἢ ἄλλοτε, ὃν βέβηλ, τῶν ἀ-
 ριθμῶν, ἢ 12 χιλιοσῶν, προσκείτω ζήσεως τῶ 12.
 κατὰ τὰ δεξιὰ, ἢ γραφῆτω ὡδὲ 3, 012' ἀπόντος
 δὲ τῆ 3, ὡδὲ 0, 012. ἔτσι γὰρ διὰ τῶν ἐν αὐτῶ
 κυφῶν τριῶν ἑσῶν παρασίσει ἂν τὸν παρωνυμῶντα
 αὐτὸν 1000, τρεῖς ζήσεως ἔχοντα πρὸς τῆ μονάδι.
 Ὡσαύτως ὃ 6, ἢ 4''', τέταρτα, εἶταν μυριοσὰ
 τέσσαρα γράφῆσονται 6, 0004.

Τῆτον τὸν τρόπον εἰώθασιν οἱ μετ' ἐκείνης ἐγχαράττεν τὰ δεκαδικὰ κλάσματα, ὑποδιασέλλοντες τὰς ἀκεραίας, καὶ τισὶ μὲν προτιθέντες ζήσης τὰς ἀνήκοντας ἐκάσοις, τισὶ δὲ ἕδαμῶς.

Ἐποσημείωσις δευτέρα.

Ἐπιτάσεως δὲ ἀξίον πρῶτον, ὅτι ἐὰν τοῖς δεκαδικοῖς κλάσμασι ζῆροι ὀσοιδηποτῶν ἐν τῷ τέλει προσεθῶσι, ἕτερα κλάσματα γενήσονται ἴσα τοῖς ἐξ ἀρχῆς. τῷ γὰρ 2, 12, ὅς εἰπεῖν προσεθιμένοις ἐνός ζήσης γίνεται ὁ 2, 120, δύο δὲ, ὁ 2, 1200, ὧν ἐκάτερος τῷ 2, 12, ἰσοδυναμεῖ. ἐπεὶ γὰρ ἐν τοῖς τοιούτοις κλάσμασι προσήκει τὸν παρωνυμῶντα ἔχειν πρὸς τῇ μονάδι ζήσης Ἰσαρίθμης ταῖς κύφραις τῆ ἀριθμητῆ, φανερόν, ὅτι προσκειμένοις τῷ 12, ζήσης ἐνός, καὶ τῷ παρωνυμῶντι αὐτὸν, ἦτοι πῶ 100, εἰς ζήσης, προσεπινοηθήσεται προσκειμένος ἢ ἀντὶ τῆ 100, ἕξ παρωνυμῶντα τὸν 1000. εἶδὲ δύο τῷ ἀριθμητῇ προσεθῶσι ζῆροι, ἢ τῷ παρωνυμῶντι ὡσαύτως δύο, καὶ πλείους θατέρω, ἢ θατέρω πλείους προσκείσονται. ὅπερ ταῦτόν ἂν εἴη τῷ πολλαπλασιασθῆσαι ἀμφοτέρους ἐπὶ τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, τὸν 10, ὅς εἰπεῖν, ἢ 100, ἢ ἕτερόν τινα τῶν δεκαδικῶν, ἢ γίνεσθαι ἕτερα κλάσματα ἴσα τοῖς ἐξ ἀρχῆς ὡς ἐν τῷ αὐτῷ λόγῳ ὄντα κατὰ τὴν 12. τῆ ζ. τῆ σοικειωτῆ.

Ἑποσημείωσις ἑβίτη.

Δεύτερον. Ἐν τοῖς δεκαδικοῖς κλάσμασιν, ἡ μετὰ τὴν ὑποδιασολὴν πρώτη κύφρα πρώτων εἶτην δεκάτων δυνάμει ἐστὶ σημαντικὴ, εἰ καὶ ἐνεργεῖα ἀπασαὶ αἱ συνισῶσαι αὐτὰ κύφραι, ἐνὸς καὶ τῆ αὐτῆ δοκῆσι βαδμῶ· ἡ δευτέρα, ἑκατοσῶν, ἡ τρίτη, χιλιοσῶν, ἡ τετάρτη, μυρισῶν, καὶ ἐφεξῆς ἀναλόγως. ὡς ἐπὶ τῆ 0, 435, κλάσματος τὸ λεγόμενον γίνεται προφανές· ὅπερ ταῦτ' ἐστὶ τῶ $\frac{435}{1000}$, τῆτο δὲ ἴσον τῶ $\frac{4}{1000} + \frac{3}{1000} + \frac{5}{1000}$, τὸ γὰρ ἐξ αὐτῶν συμποσῶμενον ἐκεῖνο εὕρισκε). εἴτις ἔν τὰ δύο ἐκ τέτων τῶν κλασμάτων εἰς ἐλαχίστας ἀγάγῃ ὄρας, ὄψεται τὸ μὲν πρῶτον ἀγόμενον εἰς τὸ $\frac{1}{10}$, τὸ δὲ δεύτερον εἰς τὸ $\frac{1}{100}$, καὶ ἐπομένως εἴσεται τὸν μὲν 4, σημαίνεν δέκατα, τέσσαρα, τὸν δὲ 3, ἑκατοσὰ τετρα, ὁ δὲ 5, χιλιοσῶν ἐναπολειφθήσεται σημαντικός. τῆτ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ παντὸς ἄλλο ἀριθμῶ πρόχειρον ἐστὶν ἰδεῖν.

Πόρισμα.

Ἐκ τῆτε δῆλον τῶν τοιούτων κλασμάτων τὰς κύφρας δεξιόθεν ἀρχομένης χωρεῖν ἐπὶ τὸ μείζον, ὡς καὶ αἱ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, κατὰ τὸν τῆ ὑποδεκαπλασίε λόγον, τῆς δὲ ἑκάστον τέτων παρωνυμῆντας, ἀντιτρόφως ἐκείναις ἀρριερόθεν προϊόντας προβαίνειν κατὰ τὸν αὐτὸν τῆ ὑποδεκαπλασίε λόγον, ὡς ἐπὶ τῶν δε τῶν

$$\frac{1}{10} \quad \frac{1}{100} \quad \frac{1}{1000}$$

κλασμάτων, ἐν οἷς τὸ χιλιοσόν, ὑποδεκαπλάσιον τῆ
 ἑκατοσῆ, τὸ δὲ ἑκατοσόν τῆ δεκάτῃ· ὁ δὲ 10,
 ὑποδεκαπλάσιος τῆ 100, καὶ ἕτος τῆ 1000.

Τὸ δοθέν κλάσμα εἰς δεκαδικὸν μεταποιῆσαι
 ἴσον τῷ δοθέντι.

Δεδόσω κλάσμα τὸ αβ, εἰς δεκαδικὸν μετα-
 ποιηθησόμενον, προσκείσω τῷ α, ἀριθμη-
 τῇ ζῆρος, καὶ ὁ γινόμενος 10, διαιρεθῆτω $\frac{10}{\beta}$
 ἐπὶ τὸν 8, παρωνυμῖντα, καὶ τὸ πηλίκον 1, ἔσαι ἡ πρώ-
 τη κύφρα τῆ ζητημένη κλάσματος· τῷ δὲ ἑναπο-
 λειφθέντι 2, προσκείσω ζῆρος, καὶ ὁ γινόμενος 20,
 διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν 8, καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν πηλίκον ὁ
 2, δευτέρα κύφρα ἔσαι τῆ κλάσματος· προσκειμένη
 δὲ ζῆρου τῷ ἑναπολειφθέντι 4, καὶ συνισαμένη τῆ
 40, διαιρεθῆτω καὶ οὗτος ἐπὶ τὸν 8, καὶ ἐπεὶ παρῆται
 πηλίκον ὁ 5, ἔσαι ἡ τρίτη κύφρα· τῆτ' αὐτὸ γινέ-
 σω ἄχρις ὃ ἑναπολείπεται τι· εἰδὲ μηδὲν ἑναπολειφ-
 θῆν, ὡς ἐπὶ τῆ παρόντος ἐπὶ τῆς διαιρέσεως τῆ 40,
 ἐπὶ τὸν 8, αἱ εὔρεθεῖσαι κύφραι συστήσῃσι τὸ κλάσ-
 μα, ὅσον τὸ 125, καὶ τὸ 0, 125, κατὰ τὰ προσηρημένα
 ὑποσ: πρώτη, ἴσον ἔσαι τῷ $\frac{1}{8}$. ἡ πρᾶξις αὐτόθεν
 ἔξει τὸ πιεσόν. τὸ γὰρ $0, 125 = \tau\omega \frac{1}{8}$, αὐ-
 τὸ δὲ $= \tau\omega \frac{1}{8}$, ὅπερ πρόδηλον ἔσαι, εἰ γένωνται πα-
 ρωνύμια.

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{1}{8}$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

$$\frac{1}{8} = 0,125$$

παρων ἴσον
 ἑκατοκασμ.

Ἐὰν δὲ συνεχιζομένης τῆς διαιρέσεως ἀεὶ ἐναπολείπηται τι, ἔδεποτ' ἂν τὸ δοθεὲν κλάσμα εἰς δεκαδικὸν ἀχθῆι. πλὴν ὅτι ὅσω συνεχιζοῖτ' ἂν ἡ διαίρεσις, τοσούτω ἐγγύτερον ἂν εἴη τῷ δοθέντι τὸ εὐρισκόμενον δεκαδικὸν κλάσμα· οἷον δοθέντος τῆ $\frac{2}{3}$, εὐρεται τὸ 0, 6666. συνεχιζομένης δὲ τῆς διαιρέσεως, ἕτερον εὐρεθήσεται μᾶλλον προσεγγίζον τῷ δοθέντι κλάσματι.

Ἄλλως. Σύναψις.

Ἐπεὶ περ αἱ τῶν δεκαδικῶν κλασμάτων κύφραι δεξιόθεν ἀρχόμεναι χωρῆσι πρὸς τὰ ἀριστερά, ὡς καὶ αἱ τῶν ἀκεραίων ἀριθμῶν, συνάπτοντο ἂν παραπλησίως ἐπεινοῖς, γεαφομένων δηλονότι τῶν μὲν ἀκεραίων ὑπὸ τῆς ἀκεραίας, τῶν δεκάτων ὑπὸ τὰ δέκατα, τῶν ἑκατοσῶν ὑπὸ τὰ ἑκατοσά. ἤνικα δὲ τὸ ὑπὸ τῶν δεκάτων συμποσέμενον ὑπερέχει τῆς θ , δυσὶ κύφραις συνισάμενον, τὴν μὲν δευτέραν τῶν συναπτέων τοῖς δεκάτοις, τὴν δὲ λοιπὴν τρηπέων συναφθεσομένην τοῖς ἀκεραίοις.

Ἀφαίρεσις.

Διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ἀφαιρεθεῖεν ἂν τὰ δεκαδικὰ κλάσματα κατὰ τῆς ἀκεραίας ἀριθμῆς, γεαφομένων τῶν κυφρῶν αὐτῶν καταλλήλως, ὡς ἐπὶ τῶν ὑπὸ ὄψιν καθορεῖται ὑποδειγμάτων.

Ἰπόδειγμα συνάψεως.

Ἀφαιρέσεως.

3,872,	τρίτα.
0,4	πρώτα.
0,05	δεύτερα.
<hr/>	
4,322.	

3,072	τρίτα.
1,58	δεύτερα
<hr/>	
1,492.	

Πολλαπλασιάσις.

Καὶ Πολλαπλασιασθεῖεν δ' ἂν, καὶ διαιρεθεῖεν τὰ αὐτὰ κατὰ τὰ αὐτὰ· πλὴν ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς πολλαπλασιάσεως ἵνα τὸ παραγόμενον γνωσθῆ, δεῖν ἐκκόπτειν δεξιόθεν ἀπὸ τῆς γενομένου ἰσαριθμῆς κύφρας ταῖς κύφραις ἀμφοτέρων τῶν πολλαπλασιαζομένων κλασμάτων· ἐπὶ δὲ τῆς διαιρέσεως ἀπὸ τῆς πηλίκου κύφρας ἰσαριθμῆς ταῖς, αἷς ὑπερέχει τὸν διαιρέτην ὁ διαιρέμενος, ἵνα γνῶμεν τὸ ζητούμενον πηλίκον οἶον.

Ἐξω πολλαπλασιασθήσμενα τὰ 3, 42, ἢ 2, 31, δεκαδικὰ κλάσματα, ἢ ἐπεὶ γενομένης τῆς πράξεως κατὰ τὸν κοινὸν τρόπον τῆς πολλαπλασιάσεως, παρήκται ὁ α, 79002, ἀριθμὸς, ἵνα γνωσθῆ τὸ ὡς ἀληθῶς παραγόμενον, ἐκκοπήτωσαν ἀπ' αὐτῆς κύφραι τέσσαρες, ὅσας ἔσχηκεν ἄμφω τὰ κλάσματα, ἢ τὸ 7,9002, ἔσαι τὸ ζητούμενον δι' ἀκεραῖς ἀριθμῆς τῆς 7, καὶ 9002, κλάσματος. δεΐξις. Τῶν προεκτεθέντων κλασμάτων τὸ μὲν 2, 31, ἰσοδυναμεῖ τῷ 2 τῆς 31, τὸ δὲ 3,42, τῷ 3, τῆς 342· εἰαν ἂν οἱ προ-

σπειμενοι αὐτοῖς ἀκέραιοι ἀριθμοὶ εἰς τὰ ἴδια κλάσματα ἀχθῶσι, παρωνύμια γενήσεται. ἢ συναπτόμενα τοῖς ἐξ ἀρχῆς κλάσμασιν, ἀχθήσονται τὸ μὲν εἰς τὸδε τὸ κλάσμα $\frac{1}{10}$, τὸ δὲ, εἰς τὸδε $\frac{1}{100}$. ταῦτα ὡς τὰ ἀπλῶς κλάσματα πολλαπλασιασθέντα πρὸς ἄλληλα, παρέξβσι κλάσμα ἢ ἀριθμητῆς ἔσαι ὁ ὑπὸ τῶν ἀριθμητῶν τῶν αὐτῶν κλασμάτων γινόμενος. παρωνυμῶν δὲ ὁ ὑπὸ τῶν παρωνυμῶν τὸ αὐτὸ δὲ γενήσεται καὶ τὸς ἀριθμητῆς, ἢ τὸς παρωνυμῶντας ταῦτα κατὰ τὸς ἀκεραίας ἀριθμὸς πολλαπλασιάσωμεν· διάτοι τῆτο ἐν ἀρχῇ εἰρηται ὅτι τὰ δεκαδικὰ κλάσματα πολλαπλασιασθέντα ἂν κατ' ὄν τρόπον συνάπτονται καὶ ἀφαιρῶνται ἀπ' ἀλλήλων· ἰσαριθμοὺς δὲ ζήεις κύφρας ταῖς κύφραις τῶν κλασμάτων δεόν ἐκκόπτειν, ἐπεὶ ὁ παρωνυμῶν τὸ ὑπὸ τῶν κλασμάτων γινόμενον, τοσέτες πρὸς τῆ μονάδι ἔχει ζήεις, ὅσας ἄμφω τὰ πολλαπλασιαζόμενα κλάσματα. ἵνα τοίνυν πρὸς τῷ 7, ἀριθμῷ ἢ τὸ προσκειμενον αὐτῷ κλάσμα γνωσθῆ, ἢ ἢ τὸ ὅλον 7,9002, ἐκκόπτειν ἢ τὰς κύφρας χερή· ἐπεὶ γὰρ ἅπαν δεκαδικὸν κλάσμα συνίσταται κύφραις ἰσαριθμοῖς τοῖς ἐν τῷ παρωνυμῶντι αὐτὸ ζήεις, ὁ δὲ παρωνυμῶν τοῖς τῶν κλασμάτων, ὑφ' ὧν τὸ αὐτὸ κλάσμα παρήκται, εἰκότως ἄρα, ἵνα τὸ ἐμφωλευον τῷ α, κλάσμα γνωσθῆ, ἐκκόπτονται ἀπ' αὐτῆ κύφραι ἰσαριθμοὶ ταῖς κύφραις τῶν κλασμάτων.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δὴλον ὅτι ἅν ἀκέραιος ἀριθμὸς ἢ κλάσμα πρὸς ἄλληλα πολλαπλασιασῶσι κατὰ τὸν κοινὸν τῆς πολλαπλασιάσεως τρόπον, ἐκκοπτεῖσθαι δεῖ ἐκ τῆς γενομένου ὑπ' αὐτῶν κύφρας ἰσαριθμῶς ταῖς τῆς κλάσματος· οἷον τῆ 2,01, ἢ τῆ 12, πολλαπλασιασθέντων, παρῆνται ὁ 2412, ἐκκοπτεῖον ἔν δύο κύφρας, ἵνα ἦ τὸ ζητούμενον 24, 12.

Διαίρεσις.

Ἐς τὸ διαιρεθῆσόμενον τὸ 2,76, ἐπὶ τὸ 1,2 γενομένης τῆς διαίρεσεως ὡς εἴρηται, παρῆνται πηλίκον ὁ 23, ἢ ἐπεὶ ὁ διαιρέτης πλεονεκτεῖται ὑπὸ τῆς διαιρεμένης μιᾷ κύφρα, ἐκκοπήτω μία, ἵνα ἦ τὸ ζητούμενον πηλίκον 2, 3. ὁ λόγος τῆς πράξεως τὸ πικρὸν ἔχει ἐκ τῆς πολλαπλασιάσεως. ἐπεὶ γὰρ ἐπὶ πάσης ὑγιῶς ἐχέσεως διαίρεσεως, τῆ πηλίκῃ ἐπὶ τὸν διαιρέτην πολλαπλασιαζομένου, παράγεται ὁ διαιρέμενος, ἡνταῦθα τε τῆ 2, 3, ἐπὶ τὸ 1, 2, πολλαπλασιαζομένου ὁ 2, 76, παράγεται, πρόδηλον ὅτι ὁ 2, 3, τὸ πηλίκον ἐσίν.

Τ' π' ὄδειγμα Β'.

Ἰσαριθμῶν δὲ ἐσῶν τῶν κυφρῶν τῆς διαίρεσεως ταῖς τῆς διαιρεμένου, ἕδεμῶς χρεῖα ἐκκοπῆς.

οἷον διαιρημένον τῷ 11, 20, ἐπὶ τὸν 032, πηλίκον ἔσαι ὁ 35, ὅς ἐπὶ τὸν διαιρέτην πολλαπλασιαζόμενος ἀποδώσει σοι τὸν διαιρέμενον.

Ἐξόδειγμα Γ'.

Πλείονων δὲ ἡσῶν ἐν τῷ διαιρέτῃ κυφρῶν σημαντικῶν δεκαδικῶν, ἢ ἐν τῷ διαιρεθῆσομένῳ, προσκείδωσαν τῷ ἐν τοῖς δεξιοῖς ζῆρος, ἢ ζῆροι, ἄχρις ἢ τὸ πλῆθος τῶν κυφρῶν τῷ διαιρεθῆσομένῳ ὑπερβῆ τῷ πλῆθους τῶν τῷ διαιρέτῃ, ἢ ἰσάριθμον γένηται, εἶτα γινέσθω ὡς ἢ ἀνωτέρω ἢ διαίρεσις τῷ γὰρ 11, 2, διαιρεθῆσομένου ἐπὶ τὸν 0, 32, προσκείδω τῷ 2, ζῆρος, ἵνα γένηται τὸ 11, 20, εἶτα διαιρέθῃτω, ἢ παρέξει πηλίκον τὸν 35, ὃν ἢ ἐπὶ τῷ δευτέρῳ ὑποδείγματος ἢ δὲ τοιαύτη προδήκη ὑδὸλως λυμαίνεται τὴν ἰσότητα τῷ κλάσματος, κατὰ τὴν δευτέραν ὑποσημείωσιν.

Ἐὰν δὲ μετὰ τὴν διαίρεσιν ἐναπολείφθῃ τι, προσκείδω τῷ ζῆρος, ἢ συνεχῶς ἐκτελείδω διαίρεσις καὶ τῶν τοῖς οἷον διαιρεθέντος τῷ 1, 17, ἐπὶ τὸν 05, παρῆκ) πηλίκον ὁ 23, ἐναπολείφθῃ δὲ ὁ 2, ὃν προσκειμένον ζῆρος ἀνεφύη ὁ 20, τῶν διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 5, ἐπεὶ ἢ δὲν ἐναπολείφθῃ, προσετέθη τὸ πηλίκον ὁ 4, τῷ 23, καὶ ἐγένετο τὸ ὅλον πηλίκον 234. ὁ προσκειόμενος μέντοι ζῆρος τῷ πηλίκῳ συνενοείδω καὶ τῷ διαιρημένῳ προσκειόμενος, ἵνα ἢ τῷ ὄντι διαιρέμενος ὁ 1, 170, ἐπὶ τὸν 0,5, κἀντεῦθεν ὁ διαιρέμενος ἢ μὴ ἄλλ-

λὰ δυσι δεκαδικαῖς κύφραις ὑπερέξει τῷ διαιρέτῃ, καὶ ἐπομένως ἐκκόπτειν ἀπὸ τῷ πηλίκῃ προσήκει, ἵνα γένηται 2, 34, καὶ μετὰ τὴν δευτέραν διαίρεσιν ἐναπολειφθῆτι, προσκείδω καὶ τῷ ζῆρος, καὶ διαιρεθῆτω τὸ γινόμενον. ἀλλὰ πάντες οἱ προσκείμενοι ζῆροι συνεοείδωσαν, ὡσανεὶ εἶεν προσκείμενοι τῷ διαιρεμένῳ, οἷον διαιρεθέντος τῷ 3, 2, ἐπὶ τὸν 0, 25, παρῆκται πρῶτον πηλίκον, 1, ἐναπελείφθη δὲ ὁ 7, τῷ προσλαβόντος ζῆρον καὶ διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 25, παρῆκται ὁ 2, δεύτερον πηλίκον. ἐναπολειφθέντος δὲ τῷ 20, καὶ ζῆρον προσλαβόντος, καὶ διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 25, εὐρηται τρίτον πηλίκον ὁ 8, ἐπεὶ δὲ ἔδεν ἐναπελείφθη, ἔσται τὸ ὅλον πηλίκον 128, ἀλλ' ἐπεὶ δύο ζῆροι συνεοῶνται τῷ διαιρεμένῳ προσκείμενοι, δυνάμει γὰρ ὁ 3, 200 δῆρηται ἐπὶ τὸν 0, 25, μιᾷ ὑπερέχων κύφρα τῷ διαιρέτῃ, μία καὶ ἀπὸ τῷ πηλίκῃ ἐκόπη κύφρα, καὶ ἐγένετο τὸ 12, 8, πηλίκον.

Πόρισμα.

Ἐπεὶ ἀπὸ τῷ πηλίκῃ ὡς προείρηται, προσήκει ἐκκόπτειν κύφρας ἰσαριθμῶς τῇ ὑπεροχῇ, ἢ ὑπερέχει ὁ διαιρεόμενος τῷ διαιρέτῃ, γινώσκομεν, ὅτι, εἰ κλάσμα δεκαδικὸν διαιρεθῆ ἐπὶ ἀνέραιον ἀριθμὸν, μηδὲν ἔχοντα δεκαδικὸν κλάσμα αὐτῷ προσκείμενον, ἐφείλομεν ἀπὸ τῷ πηλίκῃ ἐκκόπτειν κύφρας ἰσαριθμῶς ταῖς τῷ διαιρεμένῳ κλάσματος.

ΒΙΒΛΙΟΝ Γ'.

Περὶ ἀλγεβρικής Ἀναλύσεως.

Πολλὰς μὲν καὶ ἄλλαις ἢ ἀλγεβρα κέχρηται ταῖς μεθόδοις, εἰς ἐπίλυσιν τῶν ἐπ' αὐτῆς αἰνιγματωδῶς προβαλλομένων, ἀλλ' ἔνγε κυριώτερα τῶν ἄλλων καὶ γενικωτέρα ἐστὶν ἡ ἀνάλυσις, μέθοδος ἔσα ἀκριβοῦς καὶ ἐπισημονικὴ τῆ λύειν τὰ αἰνιγματώδη προβλήματα· διαιρεῖται δὲ ταῦτα κατὰ πρῶτην τομὴν εἰς ἀπλᾶ καὶ σύνθετα, ἐτέρω δὲ λόγῳ ἐπιδιαιρεῖται εἰς ὠρισμένα καὶ ἀόριστα, περὶ ὧν ἐν μέρει ἐξεῖμεν ἐν τοῖς ἐξῆς· τῶν δὲ ἕκαστον, ἥτοι λύσιμον ὑπάρχει, ἢ ἄλυτον, ἄλυτον μὲν οἷον εἰς ζητήσεων, ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὅς ἂν εἴη τρίτον μέρος τῆ 6, ὁ αὐτὸς δὲ καὶ τέταρτον μέρος τῆ 12, ὅπερ ἀδύνατον τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι· ἔδει γὰρ ἂν εὐρεθεῖν τοιοῦτος ἀριθμὸς τρεῖς μὲν τὸν 6, τετράκις δὲ τὸν 12, καταμετρῶν· τὸ ἀδύνατον μέντοι γε τῆ προβλήματος, ἢ καὶ αὐτὸ ἐστὶ γινώσιμον· ἢ διὰ τῆς πράξεως ἀνακαλύπτεται, συμβαίνει δὲ τῆτο ὀπηνίκα εἰς προφανὲς ἀτοπον κατανήσωμεν, φερεῖ εἰπεῖν συνάγοντες τὸ ὅλον ἴσον εἶναι τῷ οἰκείῳ μέρει, ἢ τὸν $3 = τῷ - 4$, ὅσα δ' αὐθις δεκτικὰ πέφυκε λύσεως, ἐν τέτοις διὰ τῆς πράξεως ἀνακίπτει ζητέμενον, καὶ τὸ λανθάνον πρότερον, ἀριθμὸν ἐσύσειρον γίνεται· οἷον εἰς ζητοῖα ἀριθμὸν, ὅς προσλαβὼν ἑαυτῆ ἑβδομα μέρη τρία, συμπληρώσει τὸν 60. εὐρεθήσεται ὁ 42, διὰ τῶν ἀναλυτικῶν πράξεων. δι

ῶν λύονται ἢ τὰ λοιπὰ τῶν προβλημάτων ὅσα τυγ-
χάνει λύσιμα.

Πρώτη Πεῖξις ἀναλυτικὴ, ἥς ἔργον
ἡ ἔρευνα καὶ γνῶσις τῶν τῆ προβ-
βλήματος ὑποθέσεων.

Ἐπὶ παντὸς προβλήματος, ἐπεὶ τὰ μὲν εἰσι
πρόδηλα καὶ σαφῆ, ὅσα δηλαδὴ ὑπὸ τῆ προτεινον-
τος τὸ πρόβλημα δίδονται· τὰ δὲ ἄδηλα ἢ ἀσαφῆ,
ἃ δὴ ἢ ζητεῖται· ἢ πρόκειται τῷ μέλλοντι τὴν
λύσιν τῆ προβλήματος ἐπαγαγεῖν, διὰ τῶν σα-
φῶν ἀνακαλύψαι τὰ λανθάνοντα ἢ ἄδηλα· τῆτο
δ' ἔκ' ἂν γένοιτο, εἰμήτις σχέσις εἶη καὶ κοινωνία
τέτων κἀκείνων πρὸς ἄλληλα, δεόν πρὸ πάντων τὰς
μεταξὺ αὐτῶν σχέσεις σκοπεῖν· τέτων γὰρ ἐγνωσ-
μένων, ἢ αἱ ἐμπεριεχόμεναι ταύταις ἰσώσεις γνω-
οῦνται, αἶ ταῖς σχέσεσιν ἔσαι ἰσάριθμοι· ἢ
τὸ τυχὸν πρόβλημα εὐχερῶς λυθήσεται· ἀνάγκη
μέντοι ὑπό τε τῆ προτεινοντος, ὑπό τε τῆ τὴν λύ-
σιν ἐπάγοντος, τὰς σχέσεις προϋποτίθεσθαι· ἀνθ' ὅτε
ἢ ὑποθέσεις τῆ προβλήματος ἤκασαν· οἷον ἐπὶ τῆ
προεκτεθέντος ὑποδείγματος, δέδοται μὲν ὁ 60,
ζητεῖται δὲ ἕτερος ἀριθμὸς, ὃς προσλαβὼν τετὰ ἑαυ-
τῆ μέρη ἑξῆδομα ἴσος γενήσεται τῷ 60, τῆτο δὴ,
τὸ προσλαβῆν τὰ τοιάδε μέρη, ἢ ἐξισωθῆναι τῷ 60,
ὑπόθεσις. εἰάν δὲ δοθῆ ὅ,τε 10, ἢ ὁ δύο ἀριθμὸς,
ἢ ζητηθῶσιν ἕτεροι δύο ἀριθμοί, ὧν τὸ μὲν, ἐξ αὐ-

τῶν συμποσέμενον ἐσὶν ὁ 10, ἀριθμὸς, ἡ δὲ διαφο-
ρα τῶν αὐτῶν ὁ 2, δύο εἰσὶν ἐνταῦθα αἱ ὑποθέσεις,
καθ' αἷς, καὶ τὰς Ἰσώσεις εὐρήσομεν.

Πρᾶξις δευτέρα, δι' ἧς κατὰ συνθήκην
προσοικεῖνται τὰ σοιχεῖα, τοῖς κειμέ-
νοις ἐν τῷ προβλήματι προδή-
λοις τε, ἢ ἀδήλοις.

Τῇ ἐρευνῇ τῶν ὑποθέσεων ἔπεται ἡ τῶν σοι-
χείων προσοικείωσις τοῖς κειμένοις ἐπὶ τῷ προβλήμα-
τος προδήλοις τε καὶ ἀδήλοις. ἀλλὰ τοῖς μὲν προδή-
λοις προσοικεῖται τὰ ἀρκτικά, οἷον τὸ α, β, γ,
τοῖς δὲ ἀδήλοις τὰ ἔχματα τῶν σοχείων φ, χ, ψ.
ὅτι εὐχερέστερον διὰ τῶν σοχείων, ἢ διὰ τῶν ἀριθ-
μητικῶν χαρακτηῖων αἱ πράξεις περαίνονται· καὶ γρά-
φειν δὲ προσήκει ταῦτα

	15 = α,
ἐν μέρει. ἵνα ὑπ' ἄψιν τε ἦ,	56 = β,
καὶ μὴ ἑαδίως διεκπίπτη	ὁ εἷς τῶν ζητ. = χ.
τῆς μνήμης. ὡς ἐπὶ τῷδε	ὁ ἕτερος. = φ.

τῷ προβλήματος, εὐρεῖν δύο ἀριθμῶς, ὥστε τὸ μὲν
ἐξ αὐτῶν εἶναι ἴσον τῷ 15, τὸ δὲ ὑπ' αὐτῶν =
τῷ 56, προσοικεῖται τῷ μὲν 15, τὸ α, τῷ δὲ 56,
τὸ β, ὡς προδήλοις· τῷ ἐνὶ τῶν ἀδήλων καὶ ζητημί-
νων ἀριθμῶν τὸ χ, τῷ ἑτέρῳ τὸ φ.

Ε' δ' ὅτε μὲν τοι ἐξ αὐτῶν τῶν τῆ προβλήμα-
 τος ὑποθέσεων καταμανθάνομεν, ὡς ἔτι τοι διαφό-
 ρων ὄντων τῶν κειμένων ἐν τῷ προβλήματι, εἴτε τῶν
 προδήλων, εἴτε τῶν ἀδήλων, ἐκ ἐπάναγκης διάφορα
 ἔτι σοιχεῖα τέτοις προσοικεῖν. ἄλλοι γὰρ ἐχόντων
 ἐλαττόνων σοιχείων εἰς ἐνδείξιν πλείονων τῶν ἐν τῷ
 προβλήματι κειμένων, περιττὸν ἐστὶ διαφορῶς χρῆσθαι
 σοιχείοις, ἄλλως τε ἔτι ἑσπεύσαν χωρηγόντων ἡμῖν
 τὴν λύσιν τῆ προβλήματος. συμβαίνει δὲ τῆτο τρι-
 χῶς. Πρῶτον. εἰ ὡς ἐντινι τῶν προβλημάτων δύο
 τινὰ ἀδήλα, δοθῆ δὲ τρίτον τρίτον διπλάσιον.
 καὶ τῷ διπλασίῳ προσωκείωται τὸ χ, εἰδὲ μία ἀνάγκη
 τῷ ὑποδιπλασίῳ προσοικεῖσθαι τὸ φ, ἄλλοι γὰρ
 ἔχει εἰς ἐνδείξιν τέττε τὸ $\frac{x}{2}$. εἰδὲ τὸ χ, προσωκείω-
 ται τῷ ὑποδιπλασίῳ, τὸ 2χ, ἐνδείξεται τὸ διπλάσιον.
 Δεύτερον, ἐγνωσμένης τῆς διαφορᾶς δύο ἀδήλων, τῷ
 δὲ μείζονι τέττω προσωκείωται τὸ χ, ἔξῃσι τῷ ἐλάτ-
 τονι προσοικεῖσθαι τὸ χ—δ, εἰδὲ τῆμπαλιν τῷ ἐλάτ-
 τονι, τὸ χ, τῷ μείζονι πάντως τὸ χ+δ. Φα-
 νερὸν γὰρ ὅτι δύο ἐκκειμένων ἀνίσων, ἔτι τῆς τέ-
 των διαφορᾶς τὸ μὲν μείζον γίνεσθαι ἴσον τῷ ἐλάτ-
 τονι, προσκειμένης τέττω τῆς διαφορᾶς, τὸ δὲ ἐλατ-
 τον ἴσον τῷ μείζονι, ἀφαιρεμένης ἀπὸ τῆ μείζονος
 τῆς αὐτῆς διαφορᾶς. οἷον συμβαίνει ἐπὶ τῆ 6, ἔτι
 4. ὡν ἡ διαφορὰ 2. ὅ 4=6—2, ὅ 6=4+2.

Τρίτον. Πρὸς τῇ διαφορᾷ δὲ γνωθέντος καὶ
 εἰς συμποσυσμένον ἐκ δύο ἀνίσων, ᾧ προσοικειωτέον
 τὸ σ, κατὰ τὰ ἐν ἀρχῇ εἰρημένα, ἐπεὶ ὡς ἐν τοῖς
 εἰσέπειτα δεχθήσεται, τὸ μείζον τῶν εἶναι ἴσον τῷ
 ἡμίσει τῆς συμποσυσμένου προσκειμένης αὐτῷ τῆς ἡ
 ἡμιαφορᾶς $\frac{\sigma+\delta}{2}$, τὸ δὲ ἔλαττον τῷ αὐτῷ ἡμίσει ἀφαι
 ρημένης τῆς ἡμιαφορᾶς = $\frac{\sigma-\delta}{2}$, εἰσόμεθα ἐκτέ
 τε, ὅτι τῶν ἀνίσων τῶν, καὶ μόνον τῆς συμποσυσμέ
 νου γνωθέντος, ἔξοσι τὴν ποιικιλίαν τῶν σοιχείων δια
 διδράσκουσιν, ἢ διάφορα σοιχεῖα τέτοις προσοικειώ
 σαι, ἀπόχρη γὰρ τῇ ἡμιαφορᾷ καίτοι ἀδήλω ἔση,
 προσοικεῖν φερέ ἐπεὶ τὸ χ, καὶ τῆ μὲν μείζονος ἐν
 δεικτικὸν εἶναι τὸ $\frac{\sigma+\chi}{2}$, τῆ δ' αὖ ἔλάττονος τὸ $\frac{\sigma-\chi}{2}$.

Υποδείγματα τῶν Προεκτεθειτῶν ἀναλυτικῶν Πράξεων.

Υπόδειγμα. Α΄.

Ἄνδρες τρεῖς ὀβολῶν ἑκατοντάδας ἔλαβον ὀκτώ
 ἔχοντες ἴσας ταύτας νεύματα ἐν σφίσι μοῖραις
 τῆς πρώτης πλείον δύο πενηκοντάδας ἔσχε
 Δεύτερος. ὁ τρίτος δ' ὄσα ἄμφω ἔλαβον ἔτοι,
 εἶπε, ἕκαστος, τῶν ὀβολῶν, ὅποσιν λάχε μοῖραν.

Ἐν τῷ τῶ προβλήματι δύο εἰσι πρόδηλα, αἱ
 ἐκτὸς ἑκατοντάδες, καὶ αἱ δύο πενηκοντάδες, ἴσον

δ' ἐπεὶν ὁ 800, καὶ 100, τρεῖς δὲ ἄδηλα, ἦτοι ἡ ἑκάστη μοῖρα τῶν τριῶν ἀνδρῶν· προσοικειωθήτω τοίνυν τὰ κατάλληλα σοιχεῖα τέτοις, ἀμέλειτοι $800 = \alpha$, $100 = \beta$. τῆς δὲ μοῖρας τῆ πρώτης ληφθήτω ἐμφαντικὸν τὸ χ , καὶ ἐπομένως ἔσαι τῆς μὲν τῆ δευτέρου τὸ $\chi + \beta$, τῆ δὲ τρίτης τὸ $\chi + \chi + \beta$, ἢ τὸ $2\chi + \beta$, συντομίας χάριν.

Τ' πόδειγμα Β'.

Εἶπε Πάτερ, σὺ πόσης, παῖς ἐνδὲ πόσης ἐνιαυτῶς ἔπλησεν βιοτῆς; τριάκοντα ἐγὼ πλέον ἔσχον τῆ μὲ παιδός· ἀλλ' ἡμῶτέροις ἐτέεσι ἡμισυ τέτων προῦθις, τῶν κείνης δὲ τέταρτον, ὀκτὼ εὐρήσεις δεκάδας πάντως ἐνιαυτῶν.

Ἐπὶ τῆδε τῆ προβλήματος προσοικειώσαντας τῷ 80, τὸ α , ἐπεὶ ὁ 30, διαφορὰ ἐστὶ τῆς ἡλικίας τῆ πατρὸς πρὸς τὴν τῆ παιδός, προσφικνωτέον κατὰ τὰ εἰρημένα ἢ τὸ β , ἀλλὰ τὸ δ . τῆ δὲ ἡλικίας τῆ πατρὸς τὸ χ , ἢ τεθέντος ἔσαι ἀντὶ τῆς ἡλικίας τῆ παιδός τὸ $\chi - \delta$. καὶ τίττε ἀντὶ τῆ ἡμίσεος τῆς πατρικῆς τὸ $\frac{\chi}{2}$, καὶ ἀντὶ τῆ τέταρτης τῆς ἡλικίας τῆ παιδός τὸ $\frac{\chi - \delta}{2}$.

Τ' πόδειγμα Γ'.

Παιμένα τις προβάτων τῆς ποιμνῆς ἤρετο πληθύν, καὶ ὅς, δός μοι ἔφη προθύμως τόσα, ὅσα κε βέτω.

ἡμισυ δὲ πρόσθεσ τῶν τέταρτον δ' ἔτι καὶ ἓν.
ἢ ἴσομαι βόσκων ὅσας τὲς πάντας ἑκατόν.

Κάνταῦθα ληφθέντος τῆ α, ἀντὶ τῆ 100, τῆ
χ, ἀντὶ τῆς πληθύος τῶν προβάτων, ἔσαι ἀντὶ τῆ ἡμί-
σεως ταύτης τὸ $\frac{x}{2}$, ἀντὶ δὲ τῆ τετάρτης τὸ $\frac{x}{4}$.

Ἐπὶ τῶν τῶν τριῶν ὑποδειγμάτων γυμνάσο-
μεν τὸν λόγον, καὶ κατὰ τὰς λοιπὰς πράξεις τῆς
ἀναλύσεως.

Πρᾶξις Γ'. καθ' ἣν αἱ ἰσώσεις εὐρί- σκονται.

Ἐγνωσμένων τῶν τῆ προβλήματος ὑποθέσεων,
καὶ τοῖς ἐν αὐτῷ κεμένοις προσηροσμένων καταλλή-
λως τῶν σοιχείων, θεατέον ἔχομένως τὰς ἐμπειρι-
χομένας ταῖς ὑποθέσεων ἰσώσεις, ἵνα διὰ τῆς εὐρέ-
σεως τῶν, τίνα τε τῶν ἴσα εἰσὶ διορίσαι γινώμεν,
καὶ τῆ παρενθήκη τῶδε = τῆ συμβόλῃ παραστήσωμεν.

Ἐπίκουρος μέντοι ἐστὶ λαν ἢ τῆς ἰσώσεως εὐρε-
σις καὶ ἔ παντός· ἐν ταύτῃ γὰρ ὡς ἐντινὶ λυδίᾳ λή-
θω τὸ ὄξυ τῆς διανοίας διαλάμπει τῆ ἀναλύοντος·
πρὸς δὲ καὶ πολλῆς δεῖται γυμνασίας καὶ ἐξασκήσεως.
διὸ ἐπαναληπτέον τὰ προεκτεθέντα ὑποδείγματα εἰς
εὐρεσιν τῶν ἐν αὐτοῖς ἰσώσεων.

Ἐπὶ τῆ πρώτῃ τοίνυν ληφθέντος τῆ χ , ἑμφαντικῆ τῆς μοίρας τῆ πρώτῃ, συνήκται ἐπομένως τὸ $\chi + \beta$ εἶναι τῆς τῆ δευτέρας, ἢ τὸ $2\chi + \beta$, τῆς τῆ τρίτῃ· κατὰ δὲ τὴν ἐν τῷ προβλήματι ὑπόθεσιν αἱ τῶν τριῶν μοῖραι ὑπετέθησαν ἴσαι τοῖς 800, ὀβολοῖς εἶτὲν τῷ α , τοιαύτετις ἄρα ἴσως ἐν τέτοις περιέχεται $\chi + \chi + \beta + 2\chi + \beta = \alpha$, εἶτὲν $4\chi + 2\beta = \alpha$.

Ἐπὶ τῆ δευτέρῃ, ἐπεὶ τὸ χ , εἴληπται ἀντὶ τῆς ἡλικίας τῆ πατρὸς, ἢ τὸ $\frac{\chi}{2}$, εἴληπται ἀντὶ τοῦ ἡμίσεως ταύτης· ἀντὶ δὲ τῆς τῆ παιδὸς, τὸ $\chi - \delta$, ἢ ἀντὶ τῆ $\frac{1}{4}$, τὸ $\frac{\chi - \delta}{4}$. ὑποτεθέντος δὲ ἐν αὐτῷ τὴν τῆ πατρὸς ἡλικίαν προσλαβῆσαν τὸ ἑαυτῆς ἡμισυ, ἢ τὸ τέταρτον τῆς τῆ υἱῆ, συμπληρῆν τὸν 80, ὧν προσήμεσαι τὸ α , τοιαύτη ἴσως συσασθήσεται·

$$\chi + \frac{\chi}{2} + \frac{\chi - \delta}{4} = \alpha.$$

Τελευταῖον ἐπὶ τῆ τρίτῃ ἐπειδὴ ὑπετέθη ὅτι διπλασιασθεῖσα ἢ ποίμνη, προσλαβῆσα δὲ τότε ἑαυτῆς ἡμισυ ἢ τὸ $\frac{1}{4}$, ἢ ἐν, συμπληρώσῃ τὸν 100, ἀντὶ τέτῃ δὲ κείται τὸ α , ἔσαι $2\chi + \frac{\chi}{2} + \frac{\chi}{4} + 1 = \alpha$.

Πόρισμα.

Ἐκ τῆτων ὄλλον ὅτι ἐνὸς ὄντος τῆ σοιχείῃ τῆ προταξομοτομένη τοῖς ἐν τῷ προβλήματι ἀδίλοις

μία ἢ ἡ ἰσως εὐρεθήσεται ὡς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω.
 ἐπει τοῖς ἐν ἑκάσῳ τέτῳ ἀδύλοις προσήμεσαι
 τὸ χ, μία ἰσως καὶ ἑκάσον εὐρηται· πληρέτερον
 δὲ τῆτο γνωδῆσεται ἐν τοῖς ἐξῆς, ἐνθα πλειόνων
 ὄντων τῶν σοιχείων, ἢ διαφόρων, πλείους ἢ αἱ ἰσώ-
 σεις ἔσονται· ἀλλὰ πρὶν ἀψαοδαί τῆς τετάρτης Πρά-
 ξειω, προεκθετέα τὰ ἐφεξῆς ἀξιώματα, καί τινα λημ-
 μάτια εἰς ἐμπέδωσιν ταύτης συμβάλλοντα.

Α' ξίωμα.

Ἐὰν ἴσοις ἴσα, ἢ τὸ αὐτὸ προσεθῆ, τὰ ὅλα
 ἐσὶν ἴσα. οἷον ἴση ὄντος τῆ $\alpha + \beta = \gamma + \epsilon$, εἴτις
 ἑκατέρῳ τέτῳ προθεῖη τὸ η. ἔσαι τὸ $\alpha + \beta + \eta =$
 $\tau\omega \gamma + \epsilon + \eta$.

Α' ξίωμα.

Ἐὰν ἐκ τῶν ἴσων ἴσα, ἢ τὸ αὐτὸ ἀφαιρεθῆ, τὰ
 ἔγκαταλειπόμενα ἐσὶν ἴσα· οἷον ἀπὸ τῶν $\alpha + \beta = \gamma \epsilon$,
 $\tau\epsilon \eta$ ἀφαιρεθέντος, ἔσαι τὸ $\alpha + \beta - \eta = \tau\omega$
 $\gamma - \epsilon - \eta$.

Λήμμα πρῶτον.

Ἡ μετάθεσις τῶν ὄρων μετὰ τῆ ἀντικειμένου
 συμβόλου ἀπὸ θάτερον τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως ἐπὶ
 θάτερον, ἐδόλως λυμαινεται τὴν ἰσότητα. Φέρε' εἰπεῖν

ἐπὶ ταύτης τῆς ἰσώσεως $\alpha + \beta = \gamma - \epsilon$. ἔξει μεταθεῖναι τὸ ϵ , μετὰ τῶ $\alpha + \beta + \epsilon = \tau\omega \gamma$. ὁμοίως μεταθεῖναι τὸ β , καὶ τὸ $\alpha + \epsilon$ εἶναι $= \tau\omega \gamma + \beta$.

Δείξις. ὁ μετατιθέμενος ὄρος, ἢ τὸ τοῦ πλεονασμοῦ σύμβολον ἔχει αὐτῷ προσκείμενον, ἢ τὸ τῆς ἐλλείψεως· εἰμὲν εἴη τὸ πρῶτον, ἔδεν ἕτερον ποιῆι ἢ τοιαύτη μετάθεσις, ἢ ἀφ' ἑκατέρου τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως, τὴν τῶ μετατιθέμενον ὄρου ἀφαιρέσιν· ἐπὶ γὰρ τῆς ἰσώσεως ταύτης $\alpha + \beta = \gamma$, εἰν τὸ β , μετατεθῆι εἰς τὸ ἕτερον μέρος τῆς ἰσώσεως μετὰ τῶ —, εἶναι ἀφαιρεθῆν ἑκατέρωθεν· καὶ ὅτι μὲν ἀπὸ τῶ α , προδήλον, ὅτι δὲ καὶ ἀπὸ τῶ γ , φανερόν. τὸ γὰρ προθεῖναι τὸ β , μετὰ τῶ τῆς ἐλλείψεως συμβόλου τῶ γ , ἀφελῆν εἶν ἐκεῖνο ἀπὸ τούτου· ἀλλὰ τῆς γινομένης τὰ τῆς ἰσώσεως μέρη διαμένει ἴσα κατὰ τὸ ὑπερον ἀξίωμα. ἄρα ἢ μετάθεσις τῶν ὄρων καὶ τὰ ἐξῆς· σαφέστερον δὲ τῆτο γενήσεται διὰ τῶν κυφῶν· εἰ γὰρ ὁ $6 + 4 = \tau\omega 10$, καὶ ὁ $6 = \tau\omega 10 - 4$. Εἶδὲ τὸ δεύτερον, προδήκην ἐφ' ἑκατέρω τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως ἀπεργάζεται ἢ τῶ ὄρος μετάθεσις. ἔσω γὰρ αὕτη, $\alpha = \gamma - \beta$. ἐναλλοτομένου τοίνυν τοῦ πρὸς τῶ β , συμβόλου καὶ τῶ $+ \beta$, εἰς τὸ πρῶτον μέρος τῆς ἰσώσεως μετατιθέμενον, προδήκην τῶ τε α , καὶ τῶ γ , συμβήσεται, τῶ μὲν α , ἐνεργεία, τῶ δὲ γ , δύναμις, εἴγε ἢ τῆς ἐλλείψεως ἀφαιρέσις προδήκην ἐργάζεται, καὶ κατὰ τὸ πρότερον ἀξίωμα ἴσα τὰ μέρη εἶσονται. εἶδὲ τῶτο, κἀνταῦθα ἢ μετάθεσις ἐλυμαίνεται τὴν ἰσό-

τητα. εἰ γὰρ $6 = 10 - 4$, ἔσαι καὶ $6 + 4 = 10$,
 δ , ϵ , δ : —

Πόρισμα πρῶτον.

Ἐκ τούτων δῆλον πρῶτον ὅτι ἅπαντα ἰσῶσις
 ἐξίτηλος γενήσεται, καὶ τὸ μηδὲν χωρήσει τῇ μετα-
 ποιήσει τῶν συμβόλων, καὶ τῇ μεταθέσει πάντων
 τῶν ὄρων τῆ ἑνὸς μέρους τῆς ἰσώσεως. Εἰ γὰρ ἐστὶ
 $\alpha + \beta = \gamma - \epsilon$, ἔσαι $\alpha + \beta - \gamma + \epsilon = 0$. ἦτοι $10 + 3$
 $= 16 - 3$, $10 + 3 - 16 + 3 = 0$. —

Πόρισμα δεύτερον.

Δεύτερον. Ἐὰν οἱ ὄροι κατὰ χώραν μένωσι
 ἀμφοτέρων τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως, μόνον δὲ τὰ
 σύμβολα ἐναλλαγῶσι μηδενὸς παρεωραμένον, ἡ ἰσῶ-
 σις παρὰ τούτο ἐλυμανεῖται, μάλιστα μᾶλλον δὲ ὁ τρό-
 πος ἕτος εὐχέρειαν παρέχεται ἐν ταῖς πράξεσιν, ἀνευ
 τῆς συνεχῆς μεταθέσεως τῶν ὄρων μεταβαίνων ἀπὸ
 τινος ἰσώσεως ἐφ' ἑτέραν ἰσῶσιν· καὶ τὸ αὐτὸ παρέ-
 χων, ὅπερ καὶ ἡ ἀμοιβᾶια τῶν ὄρων μετάθεσις.
 πρῶτον. εἰ γὰρ τὸ $6 + 4 = τῶ 12 - 2$, καὶ τὸ -6
 $- 4 = ἔσαι τῶ - 12 + 2$, ὅπερ ἂν γένοιτο καὶ
 ἑκατέρω μέρει τῆς πρώτης ἰσώσεως οἷτε ὄροι ἀμοι-
 βαδὸν ἀπὸ θατέρου μέρους εἰς θάτερον μετατεθῶσι,
 τά τε σύμβολα μετατεθῶσι μηδενὸς παρεωραμένον,
 ὡς διὰ τῆς πειρας τῶ βελομένῳ γίνεται φανερόν·
 εἶδὲ ἢ τῶν ὄρων μετάθεσις ἐλυμαίνεται τὴν ἰσῶ-

τητα, ἔδὲ ὁ τρόπος ἔτος αὐτὴν λυμανεῖται, ἀπεργαζόμενος, ὅπερ καὶ ἡ μετάθεσις· εἴαν δὲ παροφθῇ τι τῶν συμβόλων, καὶ μὴ γένηται κατὰ πάντα εἰς τέναντιον ἐναλλαγὴν, ἢ τηρηθῆσεται πάντως ἡ ἰσότης· ἢ γὰρ εἴ τὸ $4-2 =$ ἐστὶ τῶ $5-3$, ἔσαι καὶ τὸ $4+2 =$ τῶ $-5+3$, ἀλλὰ τὸ $-4+2 =$ τῶ $-5+3$ · ὁθεν καὶ τριῶν τρίτων ἰσώσεων ἢ πρώτη ἀναχθείη ἂν εἰς τὴν τρίτην τῇ μεταθέσει τῶν ὄρων, καὶ τῇ ἐναλλαγῇ τῶν συμβόλων· ἀκίτι δὲ καὶ εἰς τὴν δευτέραν ὡς δοκῆσαν μὲν, ἐλεγχομένην δὲ διὰ τῆς πείρας, μὴ εἶναι ἀληθῆ.

Πόρισμα τρίτον.

Τρίτον. Ὁ ἐν ἑκατέρῳ τῶν μερῶν, μετὰ τῆ αὐτῆ συμβόλου κείμενος ὄρος, ἑκατέρωθεν ἀπαλειφόμενος ἢ παραβλάπτει τῶν μερῶν τὴν ἰσότητα· Εἰ γὰρ ἐστὶ τὸ $6+2+4=10+2$, ἀπαλειφόμενου ἑκατέρωθεν τῆ $+2$, ἔσαι τὸ $6+4=10$. καὶ γὰρ ἔτος ὁ ὄρος ἢ τὸ τῆ πλεονασμῶν σύμβολον, ἢ τὸ τῆς ἐλλείψεως ἔξει προσκείμενον. εἰ μὲν τὸ πρῶτον, ἀπαλειφόμενος ἀφαιρεῖται ἑκατέρωθεν, εἶδε τὸ δεύτερον, προσεῖδεται ἑκατέρω τῶν μερῶν.

Ἀξίωμα.

Εἴαν ἴσα ἐπὶ τὸ αὐτὸ ἢ ἐπὶ ἴσα πολλαπλασιασθῇ, ἢ διαιρεθῇ, τὰ ἐξ αὐτῶν γινόμενα, καὶ τα ἑπ' αὐ-

τῶν παραγόμενα ἴσα ἔσαι· εἰ γὰρ ἐστὶ τὸ $a = \tau\bar{\omega} \beta$, ἔσαι πάντως τότε $2a = \tau\bar{\omega}' 2\beta$, τότε $\frac{a}{2} = \tau\bar{\omega} \frac{\beta}{2}$.

Λήμμα δεῦτερον.

Ἐὰν ἔς, ἡ πλείους τῶν ὄρων ἐπὶ τινος ἰσώσεως τὸν αὐτὸν ἔχῃσι διαιρέτην, εἴτε ἐν θατέρῳ, εἴτε ἐν ἑκατέρῳ μέρει κείμενοι, ἔξῃσιν ἡμῖν διασώζον τὴν ἰσότητά ἀπαλείψουσι μὲν τὸν διαιρέτην, πολλαπλασιάξουσι δὲ τὰς λοιπὰς ὄρας ἐπ' αὐτόν. Εἰ γὰρ εἴη $a + \frac{\beta}{2} = \gamma$ ἔσαι καὶ $2a + \beta = 2\gamma$, καὶ αὐτίς· εἴπερ εἴη $\frac{a}{\gamma} + \beta = \vartheta - \frac{\eta}{\gamma}$ ἔσαι $a + \beta\gamma = \vartheta\gamma - \eta$.

Δείξις. Ἐπὶ παντὸς κλάσματος τῆ ἀπαλείψουσι τὴν παρωνκλάσματος ἀκεραῖου τὸ κλάσμα, ὅπερ ἂν γένοιτο, καὶ εἴγε τὸ κλάσμα ἐπὶ τὸν παρωνυμῆντα ἦεν τὸν διαιρέτην πολλαπλασιασθῆ· οἷον τὸ $\frac{a}{2}$, κλάσμα ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασιασθῆν δώσῃ τὸ $\frac{2a}{2}$, ταῦτ' οὖν εἴπειν τὸ a . ὥστε ἐὰν καὶ οἱ λοιποὶ πάντες ὄροι ἀμφοτέρων τῶν μερῶν ἐπὶ τὸν αὐτὸν 2, πολλαπλασιασθῶσιν, ἔσαι πάντα ἐπὶ τὸ αὐτὸ πολλαπλασιασθέντα, καὶ ἐπομένως διασώζοντα τὴν ἰσότητά τα μέρη κατὰ τὸ ἀνωτέρω ἄξιωμα.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι εἴπερ πάντες οἱ ὄροι ἑκατέρωθεν μέρους ἐπὶ τὸ αὐτὸ εἶεν διηρημένοι, ἕδε-
μίας δεησόμεθα πολλαπλασιασέως, μόνης δὲ τῆς
τῆ διαίρεται ἐκ πάντων ἀπαλείψεως.

εἰ γὰρ $\frac{\alpha-\beta}{2} = \frac{\gamma+\epsilon}{2}$, ἴσαι ἢ $\alpha-\beta = \gamma+\epsilon$.

Θεώρημα τρίτον.

Ὁ ἕκτινος, ἢ ἕκτινων ὄρων τῆς ἰσώσεως ἀπα-
λειφόμενος σύζυγος, εἶγε διέλη πάντα τῆς ἄλλης
ἀμφοτέρων τῶν μερῶν, ἢ λυμανεῖται τὴν ἰσότητα.
εἰ γὰρ εἴη $2\alpha + 4 = 10$, ἴσαι $\alpha + 2 = 5$.

Δειξίς. Τὸ γὰρ ἀφελεῖν τὸν σύζυγον ἕκτινος, διελεῖν
εἰς τῆτο ἐπ' αὐτόν· οἷον τὸ 2α διαίρεθμενον ἐπὶ τὸν
 2 , δίδωσι τὸ α . ὅτι $\frac{2\alpha}{2} = \alpha$. ἀλλὰ ἢ τῶν λοιπῶν ἐπὶ
τὸν αὐτὸν 2 , διαίρεθέντων, πάντες ἐπὶ τὸ αὐτὸ διηρημέ-
νοι ἔσονται, ἄρα καὶ τὴν ἰσότητα κατὰ τὸ προεκ-
τεθέν ἀξίωμα διατηρήσασι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὡς εἰ ἢ πάντες οἱ ὄροι ἑκατέ-
ρωθεν μέρους τῶν αὐτῶν σύζυγον ἔχοιεν ἀπαλειφόμενου
ἐκ πάντων τούτου, τὰ μέρη ἴσα ἴσαι, ὡς ἢ πρότερον,
εἰ γὰρ $2\alpha + 2\beta = 2\gamma - 2\epsilon$, ἴσαι $\alpha + \beta = \gamma - \epsilon$.

Θεώρημα τέταρτον.

Δυνατὸν διασώζεσθαι τὴν ἰσότητα, εἴτε ὑπερβιβαζομένων τῶν μερῶν τῆς ἰσώσεως ἐφ' οἰανδήποτε δύναμιν, εἴτε ἐξαγομένων τῶν ἕξων.

Εἰ γὰρ $\alpha = \beta$ ἔσαι $\alpha^r = \beta^r$ ἢ $\sqrt[r]{\alpha} = \sqrt[r]{\beta}$.

Δείξις. εἰλήφθωσαν αἱ τυχεῖσαι ἕξαι β , ἢ γ , ἴσαι ἀλλήλαις· αὗται ἵνα ἐπίτινα ὑπερβιβαδῶσι δύναμιν, δέησι τοσάκις, ἢ τοσάκις πολλαπλασιασθῆναι ἐφ' ἑαυτάς, ἢ ἐπὶ ἴσα αὐταῖς· οἷον εἰπεῖν ἵνα τότε α , ἢ τὸ β , εἰς κύβον ὑπερβιβαδῆ, ἀνάγκη ἐνάτερον δις ἐφ' ἑαυτὸ πολλαπλασιασθῆναι· εἰσι δὲ καὶ ἴσα κατὰ τὴν ὑπόθεσιν, τὰ δὲ ἴσα ἐπὶ ἴσα πολλαπλασιαζόμενα διασώξωσι τὴν ἰσότητα κατὰ τὸ ἀξίωμα, ἄρα ἢ τὰ α , β , εἰς ὅποιανδήποτε δύναμιν ὑπερβιβαζόμενα διασώξωσι τὴν ἰσότητα· ὅπερ ἦν τὸ πρῶτον. ἢ χαλεπὸν δὲ συνιδεῖν καὶ τὸ δεύτερον. εἰ γὰρ ἔκ ἐνι τὰς ἀνίσως τῶν ἕξων ἐπὶ τὴν αὐτὴν ὑπερβιβαδῆαι δύναμιν, εἴεν γὰρ ἂν ἔτω τὰ ἀνισα ἰσάκις πολλαπλασιαζόμενα, ἀνισα παράγοντα, ἔπερ ἀδύνατον, φανερὸν ὅτι ἢ τῶν δυνάμεων τῶν τὸν αὐτὸν βαθμοδείκτην ἔχουσων ἴσων ἔσων, καὶ διὰ τῆτο ἀντι μίας τῶν πολλῶν λογιζομένων, ἢ τὰς ἕξας αὐτῶν ἴσας εἶναι.

ΥΨΟΣΗΜΕΙΩΣΙΣ.

Τὰ προεκτεθέντα θεωρήματα καὶ δίχα τῶν προσκειμένων αὐτοῖς ἀξιωματίων τὸ πισὸν ἔχουσιν ἐκ τῆς ιε'. τῆ ε'. τῆ σοιχ.

Πρᾶξις Δ'. δι' ἧς διακρίνεται ἀπ' ἀλλήλων τὰ σοιχ. ἦτοι τὰ τῶν δήλων παρασατικά ἀπὸ τὰ τῶν ἀδήλων.

Εὐρεθεῖσις κατὰ τὴν τρίτην πρᾶξιν τῆς ἰσώσεως, ἐπόμενον εἰς διακρίναι τὰ σοιχεῖα, ἄχρις ἢ ἐφ' ἔντι παρασατικὸν ἀδήλων τινὸς καταστήσωμεν, καὶ μηδὲν λυμαινομένης τῆς ἰσότητος, τῆτο μὲν ἐπὶ τῆ ἑνὸς τῶν μερῶν ἢ κείμενον, τὰ δὲ λοιπὰ τὰ τῶν προδήλων παρασατικά ἐπὶ τῆ ἑτέρῃ. οἷον ἐπὶ τῆς δε τῆς ἰσώσεως $\chi + \beta = \gamma$, τῆς ἀνωτέρω διὰ τῆς τρίτης πρᾶξεως εὐρεθεῖσις, μετατιθεμένης τῆ β, ἀπὸ τῆ ἑνὸς μέρους εἰς τὸ ἕτερον, ἥτε ἰσότης διασώζεται, καὶ ἑτέρα ἰσώσις ἀναφύεται αὕτη $\chi = \gamma - \beta$, ἔχουσα ἐπὶ μὲν τῆ ἑνὸς μέρους τὸ χ, παρασατικὸν τῆ ἀδήλων, ἐπὶ δὲ τῆ ἑτέρῃ τὰ τῶν δήλων β, καὶ γ. τοιαύτη γὰρ ἐφόδω ἢ σημασία τῆ παρασατικῆ ἀδήλων τινὸς γνωθήσεται, καὶ τὸ προτεθέν ευχερῶς λυθήσεται. ὄντος γὰρ δήλων ὅτι τὸ γ, σημαίνει 8, τὸ β, 3, πάντως τὸ χ, σημαίνει τὸν 5. εἴγα $\chi = 8 - 3 = 5$. συναπαρτίζεται δὲ ἡ πρᾶξις αὕτη πέντε τρόποις.

Πρῶτον. κειμένων κλάσμάτων εἴτε ἐν ἑκατέρῳ, εἴτε ἐν θατέρῳ μέρει τῆς ἰσώσεως, ἀκραιωθῆτω πρὸ πάντων τὰ κλάσματα. γίνεται δὲ τῆτο σωζομένη ἅμα καὶ τῆς τῶν μερῶν ἰσότητος, εἰάν ἀπαλειφόμενος ἀπὸ τῆ κλάσματος ὁ παρωνυμῶν αὐτὸ πολλαπλασιάσῃ τῆς λοιπῆς ὁρῆς ἀμφοτέρων τῶν μερῶν, οἷον εἶπερ εἴη $\frac{\alpha\chi}{2} - \beta = \gamma$, ἔσαι $\alpha\chi - \beta = 2\gamma$, ἀκραιωθέντος τῆ κλάσματος· κἂν ὡσι πολλὰ καὶ διάφορα τὰ κλάσματα, πολλάκις χρησόμεθα τῇ ἀκραιώσει βαθμῶν προΐοντες ἀφ' ἑτέρου εἰς ἕτερον.

Δεύτερον. Σκεπτέον, εἰ τὸ παραστατικὸν ἀδήλατινός σοιχεῖον, ἔ τὴν σημασίαν θερώμεθα ἐν θατέρῳ, ἢ ἐν ἑκατέρῳ κεῖται τῶν μερῶν· κειμένου γὰρ ἐν ἑκατέρῳ τῆ τοῖαδε σοιχεῖς, μετενεκτέον αὐτὸ ἀπὸ θατέρου εἰς θάτερον, ὥστε κεῖσθαι ἐν θατέρῳ μόνον τῶν μερῶν. ἀλλὰ προσεκτέον ἵνα μὴ σημασίαν λάβῃ σερητικὴν, εἰς ὃ ἔκ ἔχῃ μέρος μετενεχθέν, αἰεὶ δὲ κληθεῖσθαι σημασίαν θετικὴν· κεῖσθαι παραδείγματος χάριν αὐτῆ ἢ ἰσῶσις $3\chi + 6 = \alpha + \chi$. ἐνταῦθα εἰκότως τὸ χ , μετενεχθήσεται δεξιόθεν ἐπὶ τὰ ἀριστερά· ἵνα γένηται ἢ $3\chi - \chi + \beta = \alpha$. εἰ γὰρ ἐναντίον συμβῆ, καὶ γένηται ἢ $\beta = \alpha + \chi - 3\chi$. ἔ χαλεπὸν συυδεῖν, ὅτι τὸ χ , σερητικὴν σημασίαν λήψεται· κἂ τεῦθεν γινώσκουμεν, ὅτι κἂν τὸ τοῖονδε σοιχεῖον ἐν θατέρῳ μέρει ὑπέσχη κείμεον, ἔχον προσέτι τὸ τῆς ἐλλείψεως σύμβολον προσκείμενον

ἐπὶ τὸ λοιπὸν μέρος προσήκει μετενεγκεῖν τὸ τοῦ πλεονασμοῦ προσιδέντας σύμβολον. εἰ γὰρ εἴη $\alpha - \chi = \beta$, ἔσαι $\alpha = \beta + \chi$, μετενεχθέντος τῷ χ , ἀριστερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ.

Τρίτον. ἀναμιξέ κειμένων τῶν σοιχείων τὸ τυτυχόντε προσκειμενον αὐτοῖς ἔχόντων σύμβολον, τὰ τῶν δήλων παρασατικά ἀπὸ θατέρου μέρους ἐπὶ τὸ ἕτερον μετενεχθήτωσαν.

Εἰ γὰρ εἴη $\alpha\chi + \beta - \gamma = \beta\theta$, ἔσαι $\alpha\chi = \beta\theta - \beta + \gamma$, μετατιθεμένων τῷ β , καὶ γ , ἀριστερόθεν ἐπὶ τὰ δεξιὰ, καὶ τῶν προσκειμένων αὐτοῖς συμβόλων ἐναλλαττομένων.

Τέταρτον. Προσκειμένε συζύγε τινὸς τῷ ἀδήλων παρασατικῷ σοιχείῳ, ἀπαλειπτέον τὸν σύζυγον, ἀλλὰ καὶ διαιρετέον ἐπ' αὐτὸν πάντας τὰς λοιπὰς ὁδὸς ἑκατέρου μέρους· τρίτον γὰρ τὸν τρόπον τότε σοιχείον ἐκεῖνο μονωθήσεται, καὶ ἡ ἰσότης τῶν μερῶν σωθήσεται κατὰ τὸ λήμμα· οἷον ἡ ἰσωσις αὕτη $2\alpha\chi = \beta + \gamma$, εἰς τήνδε μεταποιηθήσεται, $\chi = \frac{\beta + \gamma}{2\alpha}$.

Πέμπτον. Μετὰ τὴν ἀπ' ἀλλήλων διάκρισιν τῶν σοιχείων εἰάν τὸ μονωθὲν ὑπερβεβησασμένον εὐρεθῇ ἐπὶ τινα δύναμιν φέρε εἰπεῖν ἐπὶ τετράγωνον, παρ' ἑκατέρου μέρους ἐξαχθήτω ἡ ῥίζα τῆς δυνάμεως, ἢν ἐνδείξεται σοι ὁ βαθμοδείκτης τῆς αὐτῆς· πλὴν

ὅτι ἂν ὁμοίως ἐπ' ἀμφοτέρων γίνεται ἢ τῆς ἕξις
 ἐξαγωγή· ἐπὶ γὰρ τῷ ἀδήλω ἐνεργεία ἀποτελεῖ-
 ται, ἐπὶ δὲ τῶν δῆλων δυνάμει τῇ προδίδει τάττι τῷ
 συμβόλῳ $\sqrt{\quad}$, ὅπερ ὅπερ ἂν προσεθῆ τὴν γενησομένην
 ἐξαγωγήν τῆς ἕξις παρήκισιν, οἷον ἐὰν ἦ $\chi^2 = \alpha - \beta$,
 ἔσαι $\chi = \sqrt{\alpha - \beta}$, ἐὰν δὲ, ἐξ ἐναντίας, ὑ-
 πάρχῃ τὸ σύμβολον τῷ ἀδήλω προσκείμενον, ὑπερ-
 βιβαδῆτω ἐκάτερον τῶν μερῶν ἐπὶ τὴν δυνάμιν, ἧς ὁ
 βαθμοδείκτης τῷ συμβόλῳ ἐπίκειται δυνάμει. ἢ ἐνεργεία·
 Οἷον τὸ $\sqrt{\chi} = \alpha + \beta$, εἰς τὸ $\chi = (\alpha + \beta)^2$ ἔσαι ὑπερβιβαζόμενον, τηρημένης τῆς
 ἰσότητος τῶν μερῶν καθεκάτερον τῶν ὑποδειγμάτων
 τῆτων.

Γ' ὡσημείωσις.

Σημεῖωσαι ἄ. ὅτι ἐπὶ τῆς ἀκεραϊώσεως τῶν
 κλασμάτων ἐπιτομωτέρα ἄντις ἐφόδῳ χεῖσαιτο,
 πολλαπλασιάσας πάντας μὲν τῆς ἀκεραίας ἀριθμὸς
 ἐφ' οἷα σῶν Ἰσώσεως ἐπὶ τὸ γινόμενον ἐκ τῶν πα-
 ρωνυμένων τὰ ἐν αὐτῇ κλάσματα πολλαπλασιασθέν-
 των πρὸς ἀλλήλους· πάντας δὲ τῆς ἀριθμητὰς τῶν
 αὐτῶν κλασμάτων ἐπὶ τὸ γινόμενον ἐκ τῶν αὐτῶν
 παρωνυμένων, ἄνευ τῷ ἰδίου ἐκάστου κλάσματος,
 ὁμοίως πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιασθέντων· οἷον ἐπὶ
 τῆς δε τῆς Ἰσώσεως· $\frac{\alpha}{3} + \beta - \frac{\gamma}{2} = \chi + \frac{\epsilon}{4}$
 τὸ μὲν β , καὶ χ , πολλαπλασιάσας ἐπὶ τὸν 24, ὅς-
 τις γίνεται ἐκ τῷ 4, 2, καὶ 3, πρὸς ἀλλήλους πολ-
 λαπλασιαζομένων, τὸ δὲ α ἐπὶ τὸν 8, τὸν ἐκ τῷ 2 καὶ

4, τὸ δὲ γ , ἐπὶ τὸν 12, τὸν ἐκ τῆ 3 καὶ 4, τὸ δὲ ϵ , ἐπὶ τὸν 6 τὸν ἐκ τῆ 3, καὶ 2, ὁμοίως πρὸς ἀλλήλας πολλαπλασιαζομένων, ἔξαις ἐν ἀκέραιοις ἀριθμοῖς μεταπεποιημένην τὴν ἀνωτέρω ἴσωσιν· $8\alpha + 24\beta - 12\gamma = 24\chi + 6\epsilon$.

Δεύτερον. Τῆς σημασίας τῆ ἀδήλα εὐρεθείσης ἐν κλάσματι, εἰς ἐλαχίστας ὄρας προσήκει ἄγειν τὸ κλάσμα, εἶγε ἐγχωρῆ, διὰ τὸ σαφέστερον· εἰ γὰρ εὐρεθῆ τὸ χ εἶναι $= \tau\omega \frac{8}{\alpha} - \frac{8}{22}$ ἀχθῆτω εἰς τὸ $\chi = \frac{4\alpha - 4}{11}$

Τῶτων καλῶς τῆ μνήμη ἐναποτεθέντων, ἵνα ἢτε χρῆσι, καὶ τὸ χερίσιμον τῆς ἀνωτέρω πράξεως κατάδηλα γένωνται, φέρε δὴ τὰ ἐκ αὐτῆς εἰρημένα γυμνάσωμεν ἐπὶ τῶν ἴσώσεων τῶν προεκτεθέντων τριῶν προβλημάτων.

Ἰσώσις τῆ πρώτου προβλήματος·

$$4\chi + 2\beta = \alpha.$$

ἐπὶ ταύτης ὁ πρῶτος τρόπος τῆς τέταρτης ταύτης πράξεως ἀδεμίαν ἔχει χώραν· κατὰ δὲ τὸν δεύτερον μετατιθεμένου τοῦ 2β ,

ἔσαι

$$4\chi = \alpha - 2\beta.$$

κατὰ τὸν τέταρτον, διαιρέσεως γενομένης ἔσαι·

$$\chi = \frac{\alpha - 2\beta}{4}$$

ἦτοι ταῦτὸ γὰρ ἐστὶ διαιρεῖν τὸ
 2β , ἐπὶ τὸ 4, καὶ τὸ β , ἐ-
 πὶ τὸ 2.

$$x = \frac{\alpha}{4} - \frac{\beta}{2}$$

*Ἰσως τῷ δευτέρῳ προβλή-
 ματος·

ἀκραιώσει τῶν κλασμάτων κατὰ
 τὸν πρῶτον τρόπον ἔσαι

$$x + \frac{x}{2} + \frac{x-\varepsilon}{4} = \alpha$$

$$6x + x - \varepsilon = 4\alpha$$

$$7x - \varepsilon = 4\alpha$$

μεταθέσει τοῦ ε , κατὰ τὸν
 τρίτον τρόπον

$$7x = 4\alpha + \varepsilon$$

Διαιρέσει κατὰ τὸν τέταρτον
 τρόπον.

$$x = \frac{4\alpha + \varepsilon}{7}$$

*Ἰσως τῷ τρίτου
 προβλήματος·

ἀκραιώσει τῶν κλασμά-
 των ἔσαι.

$$2x + \frac{x}{2} + \frac{x}{4} + 1 = \alpha$$

$$16x + 4x + 2x + 8 = 8\alpha$$

$$22x + 8 = 8\alpha$$

μεταθέσει τοῦ 8,

$$22x = 8\alpha - 8$$

Διαιρέσει

$$x = \frac{8\alpha - 8}{22}$$

εἰς ἐλαχίστους ὄρους τῷ
 κλάσματος ἀγομένου ἔ-
 σαι.

$$x = \frac{4\alpha - 4}{11}$$

Πρᾶξις πέμπτη, εἰν ἡ ἀπὸ σοιχείων εἰς κύ-
 φρας σημαντικὰς τῶν μεταβάσεις ἐπὶ τῆς ἐσχά-

της Ἰσώσεως τῆ προβλήματος. αὐμίλῃται ἐπὶ διὰ τῆς τετάρτης πράξεως ἐγκρατεῖς γιόμεθα τῆς σημασίας ἀδήλῃ τι ὅς, ἀλλὰ ἐν σοιχειοῖς, ἵνα τὴν αὐτὴν κρη ἐν ἀριθμοῖς σαφέστερον γνῶμεν, κρη ἐπὶ τὰς κύφρας μεταβαίνην, ἀντὶ σοιχειῶν τῶν παρακατικῶν τῶν δήλων ἐπὶ τῆς Ἰσώσεως, τὰς καταλήλῃς κύφρας ἀντεσάγο. τας· ἔτω γὰρ α , ἢ τῆ ἀδήλῃ σημασία δι' ἀριθμῶν γνωθῆσεται· ληπτέον τοίνυν εἰς τρανωτέραν κατάληψιν χ ταύτης τῆς πράξεως ἐκ τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων τὰ ὑποδείγματα.

Τῆ πρώτῃ προβλήματος ἢ ἰσχύτη ἰσῶσις ἦν αὐτῇ·

$$\chi = \frac{\alpha}{4} - \frac{\beta}{2}$$

ὑπόκειται τὸ μὲν α , ἀντὶ τῆ 800,

τὸ δὲ β , ἀντὶ τῆ 100, ἀντα-

σαγομένων τῶν κυφρῶν ἔσαι·

$$\chi = \frac{800}{4} - \frac{100}{2}$$

ἦτοι $\chi = 200 - 50$, κρη

ἐπομένως $\chi = 150$, τὸ δὲ χ ,

ὑπόκειται ἀντὶ τῶν ὀβολῶν ἃς ἔλαβεν ὁ πρώ-

τος, ἔγνωσαι ἄρα τὸ μέρος τῆ πρώτῃ, ἐκ τῆ δὲ χ

τῆ δευτέρῃ χ τῆ τρίτῃ, ἐπεὶ γὰρ ὁ μὲν δεύτερος

ὑπόκειται λαβεῖν πλεῖον τῆ πρώτῃ ἑκατὸν, ὁ δὲ τρί-

τος ὅσα οἱ δύο ὁμῶς, ἔσαι τῆ δευτέρῃ 250, τῆ

τρίτῃ 400, ὀβολοί· $\sqrt{150 + 250} =$

Τῆ δευτέρῃ ἰσχύτη

ἰσῶσις·

$$\chi = \frac{4\alpha + \epsilon}{7}$$

ὑπόκειται δὲ τὸ α, ἀντὶ

τῆ 80,

τὸ ε, ἀντὶ τῆ 30,

ἔσαι τοίνυν ἐν κύφραις.

$$\chi = \frac{320 + 30}{7}$$

ἦτοι $= \frac{350}{7} = 50$ εἰδὲ ἐστὶ τὸ $\chi = 50$, ὃ πα-

ρασατικὸν τῶν τῆ πατρὸς ἐτῶν, τὰ ἔτη τῆ υἱῆ ἔσαι 20,

εἶγε $\chi - \epsilon = 50 - 30 = 20$, κατὰ τὴν ὑπόθε-

σιν· καὶ ὁ μὲν πατὴρ εὐρίσκειται πεντηκοντέτης, ὁ δὲ

υἱὸς εἰκοσαετής.

Τῆ τρίτη ἐσχάτη ἰσο-

σις·

$$\chi = \frac{4\alpha - 4}{11}$$

καὶ ὑπόκειται τὸ α, ἀντὶ

τῆ 100, ἔσαι ἐν κύφραις· $\chi = \frac{400 - 4}{11} = \frac{396}{11}$

$= 36$ τῆτεςιὸ ἀριθμὸς τῶν προβάτων ἐστὶν ὁ 36.

Καὶ αὗται μὲν αἱ κυριώτεραι, μᾶλλον δὲ αἱ γενικώτεραι πράξεις τῆς ἀναλυτικῆς μεθόδου, αἵτινες ἐπὶ παντὸς προβλήματος τὴν οἰκίαν αὐτῶν παρέχονται λυσιτέλειαν· εἰσὶ μὲν τοὶ καὶ ἄλλαι μερικώτεραι ἐπίτινων ἄλλων προβλημάτων ἴδια συμβαλλομένα, περὶ ὧν ἐξῆμεν ἐφεξῆς· ἤδη δὲ καὶ τὸν τρόπον προσθεῖναι δεόν, καὶ ὃν αἱ Πράξεις βασανίζονται.

Περὶ βασάνων τῶν πράξεων.

Μετὰ τὴν λύσιν τῆ προβλήματος ἔτασσειπας τὰς πράξεις βασανισίον. Πᾶσι τοῖς, οἷς ἐχησάμεθα ἐπὶ τῶν πράξεων τοιχείοις, προταρισίον τὰς κύφρας τὰς παραστατικὰς τῆς καταλλήλου ἐκάσθ σημασίας, εἴτε ὑποτεθείσης, εἴτε εὐρεθείσης διὰ τῆς πράξεως, σκεπτόντε τὰς ὑποθέσεις τῆ προβλήματος ἀκριβῶς· καὶ συνάδει ταύταις τὰ διὰ τῶν πράξεων, ὑγιῆς πάντως αἱ πράξεις τυγχάνουσιν· οἷον ἐπὶ τῆ πρώτῃ προβλήματος ἐπεὶ κατὰ τὴν πρώτῃν ὑπόθεσιν, οἱ ὄβολοι, ἕς πρὸς ἀλλήλους ἐνέμειντο οἱ τρεῖς ἐκεῖνοι ἄνδρες ὑπῆρχον 800, εὐρηται δὲ τῆ μὲν πρώτῃ τὸ μέρος = 150, τῆ δὲ δευτέρῃ = 250, καὶ τῆ τρίτῃ = 400, ὄβολοις· ταῦτα δὲ 150 + 250 + 400, συμπληρῶσι τὸν 800, συνάδει πάντως τῇ πρώτῃ ὑποθέσει τῆ προβλήματος τὰ εὐρεθέντα διὰ τῆς πράξεως· αὐτίς ἐπεὶ διὰ τῶν λοιπῶν ὑποθέσεων τῆ προβλήματος ὑποτίθεται τὸ μέρος τῆ δευτέρῃ = τῷ τῆ πρώτῃ + 100, ἤτοι = 150, + 100, καὶ τὸ τῆ τρίτῃ, ἴσον τῷ τῆ πρώτῃ, καὶ δευτέρῃ ὁμῶς, καὶ εὐρηται ὁ μὲν 250 = τῷ 150 + 100, ὁ δὲ 400 = 150 + 250, ὑγιῆς ἄρα ἐστὶν ἡ πράξις, καὶ ἡ ἐπίλυσις τῆ προεκτεθέντος προβλήματος.

Τέτταρα τὰ εἶδη τῶν λυσίμων προβλημάτων ἐπὶ τῆ προληφθέντος κεφαλῆς ἐξεθέμεθα· δηλονότι τῶν ἀπλῶν, ἢ συνθετῶν, τῶν ὠρισμένων, ἢ

αρεσιών· ἢ ἀπλᾶ μὲν εἰσὶν, ὧν αἱ Ἰσώσεως τὰ πα-
 ρασατικά τῶν ἐν αὐταῖς ἀδήλων ἀπλᾶ ἐσχίμασιν,
 ἤτοι ἀπλῶν ποσοτήτων σημαντικά· σύνδετα δὲ ὧν
 τὰ τοιαῦτα ἐπίτινα δύναμιν ἄνεσι Φεῖ εἶπεν τετρά-
 γωνον, κύβον ἢ τὰς λοιπὰς δυνάμεις, οἷον τὸ τοι-
 ἀνδε Ἰσωσιν $\chi = \alpha - \beta$, ἐσχηκός, ἀπλῶν ἐστὶ,
 τὸ δὲ τοιάνδε $\chi^2 - \chi = \alpha\beta$, σύνδετον· ἢ αὐτίς
 ὄρισμένα, ἐν οἷς ἢ τῆ ἀδήλων σημασία ἐξ αὐτῆς μό-
 νης τῆς πράξεως καταφανῆς γίνεται, μὴ δεομένη
 τῆς ὑπὸ τῆ ἀναλύοντος ἐπικυρίας· ἢ τελευταῖον ἀό-
 ριστα, ἐν οἷς ὁ ἀναλύων ὀφείλει θύραθεν ἐπεισαγα-
 γεῖν, κατὰ τὸ δοκῆν, τὴν σημασίαν ἀδήλων τινός· ἢ
 γνωσθέντος, ἢ τὰ λοιπὰ ὅσα ἐνυπάρχει τῷ προ-
 βλήματι ἀδήλων διὰ τῆς πράξεως γνωσθήσεται· οἷον
 προκειμένον εὔρεῖν δύο ἀριθμούς, ὧν τὸ συμποσέμε-
 νον εἶη = τῷ 100, ἔξεσιν ἡμῖν κατὰ τὰ εἰρημένα,
 τῷ μὲν τῶν ζητημένων ἀριθμῶν προσοικεῶσαι τὸ χ ,
 τῷ δὲ τὸ Φ , ἢ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος
 τοιαύτην ποιῆσαι Ἰσωσιν $\chi + \Phi = 100$, μετα-
 θεῖναι τὸ Φ · ὥστε γενέσθαι $\chi = 100 - \Phi$, εἰ-
 μὲν ἔν ἐγνωσμένη ἢ ἡ σημασία τῆ Φ , ἐν κύφρασι,
 ἔῃσα ἂν ἢ τὸ χ ἔγνωσο, ἢ τὸ πρόβλημα ἐλέλυ-
 το· ἐπεὶ δὲ ἀγνωεῖται ἑκατέρου ἢ σημασία, ἢ μῆτε
 ἄλλη τις ὑπόθεσις ἐν τῷ προβλήματι δέδοται, μῆτε
 διὰ τῆς πράξεως προῖεναι περαιτέρω ἔχομεν, ἀναγκα-
 ζόμεθα ἐπιθεῖναι σημασίαν τῷ Φ , κατὰ τὸ δοκῆν
 ὁὸς εἶπεῖν σημαντικὸν εἶναι τῆ 20, τῆτε γὰρ κειμέ-
 νω εὐχερῶς καὶ τὸ χ σημαντικὸν εἶναι τῆ 80, εὐρί-

σμεται διὰ ταύτης τῆς ἰσώσεως $\chi = 100 - 20$
 $= 80$.

Ἐπει δὲ τὰ προεκτεθέντα προβλήματα, ὡς ἐκ τῶν εἰρημένων δῆλον, ἀπλᾶ εἰσι καὶ ὠρισμένα· ἐπόμενον ἦν εἰπεῖν καὶ περὶ τῶν ἀπλῶν, καὶ ἀορίστων· ἀλλὰ διττῆς τάξεως ὄντων τῶν ὠρισμένων, τὰ πλείω γὰρ τῶν ἐν ἀρκύνται σοικεῖω παρασατιπῶ τῶν ἐν αὐτοῖς ἀδήλων· ἔνια δὲ τῶν ὑπαιτῆσι πλείω ἢ ἔν, περὶ τῶν πρῶτον ὄρον εἰπεῖν, εἶτα καὶ περὶ ἐκείνων· πλείονος μέντοι ἐξασκήσεως χάριν προεκτεθήτωσαν καὶ ἄλλατινα προβλήματα ἀπλᾶ καὶ ὠρισμένα, καὶ ἐνὶ σοικεῖω ἀρκύμενα εἰς ἐνδειξιν τῶν ἐν αὐτοῖς ἀδήλων· ἅπερ λύονται κατὰ τὴν προλαβῆσαν μέθοδον, καὶ τὴς κατ' αὐτὴν τρόπου παραπλησίως τοῖς ἀνωτέρω.

Ἄπαν Πρόβλημα

ἢ
 λύσιμον ἄλυτον

ἀπλῶν σύνθετον

ὠρισμένον ἀόριστον ὠρισμένον ἀόριστον

ἔξ ἑνὸς ἀδήλου ἢ ἐκ δύο.
 συγκείμενον.

Ὅλβιε Πυθαγόρη μεσῶν Ἑλικώνιον ἕργος
 Εἰπέμοι εἰρομένῳ, ὅποσοι σοφίης κατ' ἀγῶνα
 Σοῖσι δόμοισιν ἔασιν ἀεθλεύοντες ἄριστα;

Τοι γὰρ ἐγὼν εἶποιμι, Πολύκρατες· ἡμίσεες μὲν
 Ἀμφι καλὰ σπεύδῃσι μαθήματα· τέτρατοι αὐταὶ
 Ἀθανάτη φύσεως πεπονήηται· ἑβδομάτοις δὲ
 Σιγῇ πᾶσα μέμηλε, καὶ ἄφθιτοι ἔνδοθι μῦθοι

Τρεῖς δὲ γυναῖκες ἔασι, Θεανῶ δ' ἐξοχος ἄλλων
 Τόσῃς πιερίδων ὑποφήτορας αὐτὸς ἀγινῶ.

Ἐσῶ ὁ ζητῆμενος ἀριθμὸς χ , ὁ διδόμενος 3. α.
 Ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος.

$$\chi = \frac{\chi}{2} + \frac{\chi}{4} + \frac{\chi}{7} 3 + \alpha$$

ἀπεραιώσῃ

$$56\chi = 28\chi + 14\chi + 8\chi + 168\alpha + 56\alpha$$

συνάψῃ.

$$56\chi = 50\chi = 168\alpha + 56\alpha.$$

ἀφαιρέσῃ.

$$56\chi - 50\chi = 168\alpha = 56\alpha$$

ἦτοι

$$6\chi = 168\alpha = 56\alpha$$

ἄρα

$$\chi = \frac{168\alpha}{6} = 28 \frac{2}{3} \alpha \text{ ἦτοι } \delta$$

$$\chi \text{ ζητῆμενος } \cdot 6 \begin{cases} 56\alpha \\ \cdot 2 \\ \hline 9 + \frac{2}{6} = \frac{1}{3} \\ \frac{3}{27} \quad \frac{1}{3} \quad \frac{3}{3} \\ \hline 1 \\ \frac{1}{28} \end{cases}$$

ὡσαύτως λυθήσε-

ται καὶ τὸ

καὶ τὰ λοιπὰ.

„ Ἄ κύβρις τὸν ἔρωτα.

„ Τίπτέ με τῶν καρῶν

„ πᾶσα μῆλα βέβηκεν

Δρεψαμένη ποτὲ μῆλα.

Βάσανος.

Ἐπει εὐρηται ὁ $\chi = 28$, ἔσαι $\frac{\chi}{2} = 14$, $\frac{\chi}{4}$

$= 7$, $\frac{\chi}{7} = 4$. ταύτας τὰς κύβρας ἐφαρμόττοντες ἐπὶ τῆς εὐρεθείσης ἐν ἀρχῇ ἰσώσεως, εὐρίσκομεν συμπληρούσας τὸν 28, καὶ ἐπομένως τὴν προᾶξιν γενομένην ὑγῶς.

Πρόβλημα.

„ Ὁδοιπόρος τις πρὸ ἕξ ἀποδημίας ἡμερῶν, δια-
 „ νύσσει καθ' ἑκάστην ἡμέραν ὥρας τρεῖς· ἕτερος δὲ ἡ-
 „ δη ἀποδημῶν, καὶ τὴν αὐτὴν ὁδοπορίαν ἐκεῖνω ποιεῖ-
 „ μένος, ἀλλὰ διανύσων ἑκάστης ἡμέρας ὥρας πέντε,
 „ ὡς τὸν πρῶτον καταληφόμενος, ζητεῖ μαθεῖν ἐν
 „ πόσαις ἡμέραις αὐτὸν καταλήφεται· κείτω $6 =$
 α , $3 = \beta$, $5 = \gamma$, ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς τῶν ἡ-
 μερῶν $= \chi$.

Ἐξ αὐτῆς τῆς προβλήματος συνοραῖν ἔχομεν, ὅτι τηνικαῖτα καταλήφεται ὁ δεύτερος τῶν ὁδοιπόρων τὸν πρῶτον, ἡνίκα διανύσῃ ὥρας, ὅσας κακεῖνος ἀνδ' ὅτι διορίσασθαι δεῖ γὰς καθ' ἑκάτερον ὥρας ἀλλογεβρικῶς, καὶ ἰσῶσαι· καὶ ἐπεὶ ὁ πρῶτος ἐν ἡμέραις

α, αἷς πρῆλαβε τὸν δεύτερον, διήνυσεν ὥρας αβ, ας δὲ διανύσει ἐν ἡμέραις χ, παραστήσειεν ἂν τὸ χβ, ἔσαι τὸ αβ + χβ, παραστατικὸν τῶν ὥρῶν ὡς διήνυσεν ὁ πρῶτος μέχρι τῆς τῆ δευτέρῃ συναντήσεως· τῶν δὲ τῆ δευτέρου ὥρῶν ὁμοίως ἔσαι παραστατικὸν τὸ γχ· ἐξ ὧν θεωρεῖται αὕτη ἡ ἴσωσις.

$$\gamma\chi = \alpha\beta + \chi\beta$$

μεταθέσει τῆ χβ, ὅτι τὸ γχ > τῆ χβ.

*Ἐσαι

$$\gamma\chi - \chi\beta = \alpha\beta.$$

διαιρέσει ἐπὶ τὸ γ - β

*Ἐσαι

$$\chi = \frac{\alpha\beta}{\gamma - \beta} \text{ ταύτης τῆς ἰσώσεως}$$

εἰς κύφρας μετενεχθεῖσης 6.3 ἔσαι $\chi = \frac{6.3}{5-3}$ ἦτοι $\chi = \frac{18}{2} = 9.$

Θεώρημα.

Ἐὰν δοθῇ ἡ διαφορὰ δύο ἀριθμῶν, καὶ τὸ συμποσέμενον ἐξ αὐτῶν, δοθήσονται καὶ οἱ ἀριθμοί.

Κείσθω ἀντὶ τῆ συμποσμημένου τὸ σ, ἀντὶ τῆς διαφορᾶς τὸ δ, ἀντὶ τῆ μείζονος τῶν ἀριθμῶν τὸ χ, τάττε δὲ καμίνε, ἔσαι ἀντὶ τῆ ἐλάττονος τὸ χ - δ· ἢ τῆτο δὲ μόνον, ἀλλὰ καὶ τὸ σ - χ, εἴγε ἐγκαταλείπεται αἰεὶ ὁ ἐλάττων ἀριθμὸς, ἀφαιρεθέντος ἀπὸ τῆ συμποσμημένου ἐκ δύο ἀνίσων ἀριθμῶν τῆ μείζονος, ἐξ ὧν ἀναφύεται ἴσωσις.

$$\chi - \delta = \sigma - \chi$$

μεταδίσει δεξιόθεν ἐπὶ τὰ ἀριστερά

τῷ χ , ἢ ἀνάπαλιν τῷ δ , ἔσαι $2\chi = \sigma + \delta$.

διαίρεσαι ἐπὶ τὸν 2. $\chi = \frac{\sigma + \delta}{2}$

ἢ ὅπερ ἐν ἀρχῇ ἐλέγετο· ἀμέλει δύο ἐκκεμένων ἀ-
 νίσων ἀριθμῶν, ὁ μείζων τῶν ἐστὶν ἴσος τῷ ἡμι-
 σε τῷ συμποσμημένῃ προσκεμένης τῆς ἡμιδιαφο-
 ρᾶς.

Αὐθις ὁ ἐλάττων ὡς εἴρηται ἐστὶν $= \tau\omega \chi - \delta$.
 ἀντὶ δὲ τῷ χ , λαβόντες τὸ ἰσοδύναμον αὐτῷ, ἦτοι
 τὸ ἀριστερῶς εὐρεθὲν, ἔξομεν τὸν ἐλάττονα $= \tau\omega \frac{\sigma + \delta}{2} - \delta$,
 ἀκεραιώσαντες τὸ κλάσμα εὐρήσομεν $\sigma + \delta - 2\delta$,
 ἦτοι $\sigma - \delta$, τὸ διπλάσιον τῷ ἐλάττονος ἀριθμῷ· τε-
 τε δίχα διαιεθέντος, εὐρίσκειται ὁ ἐλάττων $= \tau\omega \frac{\sigma - \delta}{2}$.
 ὁ δὲ πρότερον ἐλέγετο· ἢ ὅτι δύο ἐκκεμένων
 ἀριθμῶν ἀνίσων, ὁ ἐλάττων τῶν ἴσος ἐστὶ τῷ ἡ-
 μίσει τῷ συμποσμημένῃ λείψει τῆς ἡμιδιαφορᾶς·
 οἷον ἐκκεμένων τῷ 12, καὶ 8, ἀνίσων ἀριθμῶν, ὧν
 τὸ ἡμισυ τῷ ἐξ αὐτῶν συμποσμημένου ἐστὶν ὁ 10, ἡ-
 μιδιαφορὰ δὲ ὁ 2, ἔσαι ὁ μείζων ἦτοι ὁ 12 $= \tau\omega$
 $10 + 2$, ἢ ὁ ἐλάττων τῶν ἐστὶ ὁ 8, $= \tau\omega 10 -$
 2. Τῶν ἐξῆς δύο προβλημάτων ἡ λύσις δι' ἐπιτομω-
 τέρας γενήσεται πρᾶξεως.

Πρόβλημα.

Ἐμπορικός τις ἐρωτηθεὶς πόσας σατῆρας ἐκέκτη-
σεν, ἔφη, εἰ τοῖς $\frac{2}{3}$ τῷ ἐμῷ κέρδους προαδείη τὰ $\frac{3}{4}$
τῷ αὐτῷ, ἔξει τὸν 34, ἀριθμὸν.

$$\text{καίσθω} \quad 34 = \alpha.$$

$$\text{ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς} = \chi.$$

$$\text{ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν} \quad \frac{2\chi}{3} + \frac{3\chi}{4} = \alpha, \text{ ὥστε } \chi = 24.$$

Πρόβλημα.

Ἐχοντες τινὲς νομίσματα κοινὰ ἔγνωσαν ἐξ ἴ-
σθ διανεύμασθαι ταῦτα πρὸς ἀλλήλους· ἀλλὰ πόσα,
ἀγνοῶ· οἶδα δὲ ὅτι πειραθέντων δεῦαι ἐκάσῳ ἀνὰ
ἑπτὰ, ἐδέησαν αὐτοῖς κέντε, ὥστε γενέσθαι ἴσην τὴν
διανομὴν· δόντων δὲ ἀνὰ ἕξ, ἐπίσης ἐγένετο ἡ διανο-
μὴ· βέλομαι μαθεῖν τὸν ἀριθμὸν τῶν τε διανενημη-
κότων, καὶ τὸν ἀριθμὸν τῶν νομισμάτων.

$$\text{ὁ τῶν διανενημηκότων ἔσω} = \chi.$$

$$\text{ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν} \quad 7\chi - 5 = 6\chi, \text{ καὶ ἐπομέ-} \\ \text{ως } \chi = 5, \text{ ἐξ ἧ καὶ ὁ τῶν νομισμάτων γνωσθήσεθαι.}$$

$$\text{ἔσαι γὰρ } 5 \cdot 6 = 30.$$

καὶ τοσαῦτα μὲν ἰκανὰ περὶ τῶν ἀπλῶν καὶ ὠρισμένων
προβλημάτων, ἐν οἷς ἰκανὸν ἐν σοιχείῳ εἰς ἐνδειξίν
τῶν ἐν τῷ προβλήματι ἀδήλων· (ἐπιστάσεως δὲ ἀξιῶ
ὅτι ἡνίκα ἐπὶ τῶν τοιούτων), ἐν οἷς δὲ ἐκ ἀρκείῃ ἐν εἰς
ἐνδειξίν πάντων τῶν ἀδήλων, συντρέχει πλείω σοι-
χεῖα, ἢ ἐν· κἀκτέτε καὶ αἰ' ἰσώσεις γίνονται πλείως

μίας, συμβαίνειτε ἐν ταῖς ἰσώσεσι τὰ παρασατικά τῶν ἀδήλων εἶναι πλείω, ἢ ἐν ἐπιστάσεως μὲν τοι ἀξιον ὅτι ἐκ τῶν τοιούτων ἰσώσεων ἕκ ἐνὶ τὴν σημασίαν τῆ ἀδήλου θεράσασθαι· ἢ γὰρ ἂν μεταποιηθεῖη ἢ ἰσώσις, ὡσε ἐν τῷ ἐνὶ τῶν μερῶν τῆς αὐτῆς κεῖσθαι ἐν σοιχεῖον ἀδήλου τινὸς παρασατικόν, ἐν δὲ τῷ λοιπῷ τὰ τῶν δήλων μόνα· διὰ τοι τῆτο ἐκβάλλειν χρῆ πάντα τὰ τῶν ἀδήλων παρασατικά πλὴν ἑνὸς ἐκ τῆς ἰσώσεως, ἵνα ἢ τῆ ἐγκαταλειφθέντος σημασία γνωσθῆ· ἔπερ τευξόμεθα διὰ τῆ ἐπομένου προβλήματος.

Πρόβλημα.

Ἐὰν ὡσι δύο ἰσώσεις κοινωνῆσαι κατὰ τὰ σοιχεῖα, τὰ τῶν ἀδήλων παρασατικά, ἐκβαλεῖν ἀπὸ θατέρας θάτερον.

Τετραχῶς τῆτο ἕνεσι ποῖεν· ἢ μὲν τοι κάσι τοῖς τρόποις ἐφ' ἑνὸς ἢ τῆ αὐτῆ χρῆσόμεθα, ἀλλὰ πῆ μὲν τρίτω, πῆ δὲ ἐκείνω κατὰ τὰ παρακολοθῆντα τοῖς προβλήμασιν· ὁ πρῶτος τρόπος γένοιτ' ἂν δι' ἀντισαγωγῆς, μεταφερομένης δηλονότι τῆς σημασίας ἀδήλου τινὸς ἀπὸ θατέρας τῶν ἰσώσεων ἐπὶ τὴν ἑτέραν, ἢ αὐτ' ἐκείνου λαμβανομένης· οἷον κειμένων ἐπίτινος προβλήματος τέτων τῶν δύο ἰσώσεων·

$$\chi + \varphi = \alpha \quad \text{ἢ} \quad 3\chi = 2\varphi.$$

μεταθέσει ἐπὶ τῆς προ-
τέρας τῆ φ .

$$\text{γενήσεται} \quad \chi = \alpha - \varphi.$$

δυνατὸν τοῖον ἀντισταγαγῆν ἐπὶ τῆς δευτέρας, τὸ
 $\alpha - \varphi$. λαβῆσιν ἀντὶ τῆ χ , καὶ γενέσθαι ἀντὶ τῆ
 $3 \chi = 2 \Phi$, τὴν $3 \alpha - 3 \varphi = 2 \Phi$, ἴσην τῇ
 δευτέρᾳ Ἰσώσει, τὸ Φ , μόνον περιέχουσαν ἐκ-
 βληθέντος τὸν τρόπον τρίτον τῆ χ .

Ὁ δεύτερος τρόπος ἀποτελεῖται διὰ συνθέσεως
 τῶν ἴσων τινι, ἥνικα εὐρεθῶσι δύο σημασίαι τῆ αὐ-
 τῆ ἀδήλου ἐκ δύο τινῶν Ἰσώσεων, καὶ εἰς μίαν ἀμφω
 συντεθῶσιν· ἐπὶ τῆ αὐτῆ ὑποδείγματος εὐχερῶς ἂν
 μεταποιοηθεῖη ἢ μὲν πρώτη Ἰσωσις εἰς τὴν δε, χ
 $= \alpha - \varphi$, ἢ δὲ δευτέρα, εἰς τὴν δε $\chi = \frac{2\Phi}{3}$
 κατὰ τῆς προεκτεθέντος τρόπου τῆς πράξεως·
 καὶ διττῇ ἂν εὐρεθεῖη ἡ σημασία τῆ χ , ἢτε $\alpha - \varphi$,
 καὶ ἢ $\frac{2\Phi}{3}$. ὧν συντιθεμένων εἰς μίαν συσαθήσεται ἢ
 $\alpha - \varphi = \frac{2\Phi}{3}$, τῆ χ , ἀμέτοχος.

Ἐφιστάνειν δὲ χρὴ, καὶ παρατηρεῖν τὰς ἰσώσεις
 ὥστε μὴ ἠρτῆσθαι ἑτέραν τῆς ἑτέρας, καὶ μεταποιεῖσθαι
 πρὸς ἀλλήλας· ἐκ γὰρ τῶν τοῖστων Ἰσώσεων ἂν
 ποτ' ἂν ἐξαχθεῖεν δύο σημασίαι διάφοροι, ἑνὸς καὶ
 τῆ αὐτῆ ἀδήλου, συντεθῶσαι τινὰ Ἰσωσιν ἀρμοδίαν εἰς
 λύσιν τῆ προβλήματος· ἄλλως γὰρ τοιαύτη Ἰσωσις
 συσαθήσεται, οἷα εἰς τὸ μὴδὲν χωρήσει, μετατιθε-
 μένων ἀφ' ἑτέρου μέρους τῶν στοιχείων εἰς τὸ ἕτερον·
 οἷον δεδῶσθαι ἐκ τῶν τῶν Ἰσώσεων λέγω τῆς τε

$2\chi = \gamma - \Phi$, καὶ τῆς $\frac{\alpha}{2} + \chi = \frac{\gamma - \Phi}{2}$, ὧν ἡ
 πρώτη διααιρεθεῖσα ἐπὶ τὸν 2, εὐχερῶς ἂν ἐπὶ τὴν
 δευτέραν μεταποιηθεῖη· δύο διαφορὰς σημασίας τῆ
 χ , ἐξαχθῆναι· ἔξῃσι τοίνυν τῷ βηλομένῳ διὰ τῆς
 πείρας συνιδεῖν, ὅτι εἰς κενὸν μοχθῆ συντιθέμενος
 εἰς ἑτέραν ἴσῳσιν τὰς σημασίας ταύτας, καὶ ἐκταύτης
 πειρώμενος τὴν τῆ ἀδήλη Φ , σημασίαν εἴρεν.

Ὁ τρίτος τρόπος γίνεται διὰ συνάψεως τῶν
 Ἰσώσεων· οἷον εἰ ἐν εὐρεθῶσι ἐπίτινος προβλήματος
 αὗται αἱ Ἰσώσεις $\chi + \Phi = \alpha$, καὶ $\chi - \Phi = \beta$,
 συναπτομένων τῶν, ἀναφύεται ἡ $\chi + \Phi + \chi - \Phi$
 $= \alpha + \beta$, κατὰ τὸ δεύτερον ἀξίωμα· καὶ ἔτιως
 εὐρίσκεται ἑτέρα ἴσῳσις, ἀνααιρεθέντος τῆ $+ \Phi$, ὑπὸ
 τῆ $- \Phi$, ἄμοιρος τῆ Φ · δῆλον δὲ ὡς ἡ τοιαύτη
 πράξις κρατεῖ ἡνίκα ἔτὸ αὐτὸ σύμβολον πρόσκειται
 ὁποτέρῳ τῶν ἀδήλων ἐφ' ἑκατέρας τῶν Ἰσώσεων·
 τῆνικαῦτα γὰρ συναναιρέντων τῶν ἀντικειμένων ἄλλη-
 λα διὰ τῆς συνθέσεως, λείπεται ἡ ἐσχάτη ἴσῳσις
 θατέρε τῶν ἀδήλων ἄμοιρος.

Ὁ δὲ τέταρτος, καὶ τελευταῖος δι' ἀφαιρέσεως
 τῶν Ἰσώσεων· ἔσῳσαν γὰρ ἐπίτινος προβλήματος
 αἱ δύο αὗται Ἰσώσεις $\chi + \Phi = \alpha$, καὶ $\chi - \Phi = \beta$,
 ἀφαιρεμένης τῆς δευτέρας ἀπὸ τῆς πρώτης, ἀναφύε-
 ται τοιαύτη ἴσῳσις $\chi + \Phi - \chi + \Phi = \alpha - \beta$, ἥτοι
 $2\Phi = \alpha - \beta$ · ἀλλὰ δῆλον ὡς ἔδὲ ἔτος ὁ τρόπος
 ἐστὶ καθόλου ἔδὲ ἐν πᾶσιν εὐχερῆς· ἀνθ' ὅτε θα-

τέρω ἐκ τῶν δύο προτέρων χρησέον ὡς ἐπὶ τὸ πολὺ·
 εἰν γὰρ συμπέση ἐπ' αὐτῆς πάντα τὰ ἀδηλα γε-
 νέσθαι ἑτεροσύμβολα, ἕσαθήσεται.

Περὶ ἐπιλύσεως ἀπλῶν Ἑ ὠρισμένων προ-
 βλημάτων, ἐν οἷς συμβαίνει πλείω ἐνὸς
 ἐνυπάρχειν τὰ ὀδηλα.

Πρόβλημα.

Ἀνδρομάχη τρεῖς ἔχουσα παῖδας, ἣ ἐρωτηθεῖσα
 ποσαετῆς ἐσὶν ἕκαστος αὐτῶν, ἀπεκρίνατο εἰπῶσα·
 πρῶτος λαβὼν τὰ τῆ δευτέρη, 25, συμπληρώσει
 ἔτη, ὁ δεύτερος, μετὰ τῆ τρίτη, 60, ἣ ὁ τρίτος,
 μετὰ τῆ πρώτη, 37, σικεπτόον εἰ δυνατόν ἐκ τῆς
 τοιαύτης ἀποκρίσεως τὰ ἕκαστ' ἔτη μαθεῖν.

Κατὰ τὴν πρώτην πρᾶξιν τῆς μεθόδου κείσθω
 $25 = \alpha$, $60 = \beta$, $37 = \gamma$, ἀντὶ δὲ τῶν ἐτῶν τῆ
 πρώτη, $= \chi$, ἀντὶ τῆ δευτέρη, $= \varphi$, ἀντὶ τοῦ
 τρίτη, $= \psi$, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν, συσαθήτωσαν
 ἰσώσεις ἰσοπληθεῖς τοῖς διαφόροις σοιχείοις τοῖς τῶν
 ἀδηλῶν παρακατικοῖς, οἷον κατὰ τὴν πρώτην ὑπό-
 θεσιν τῆ προβλήματος πρώτη ἰσῶσις συσαθήσεται
 ἢ $\chi + \varphi = \alpha$, κατὰ τὴν δευτέραν, ἢ $\varphi + \psi = \beta$,
 κατὰ τὴν τρίτην, ἢ $\chi + \psi = \gamma$. κατὰ τὴν τετάρ-
 την πρᾶξιν πειρατέον τὰς προκειμένας ταύτας ἰσώ-
 σεις εἰς μίαν ἀγαγεῖν, ἐν ἣ ἐν ἣ μόνον σοιχείον τῶν

παρασατικῶν τῶν ἀδήλων ἐγκαταλειφθήσεται τῶν
 λοιπῶν ἐκβληθέντων, καὶ ἐπομένως εὐρεῖν τὴν σημα-
 σίαν αὐτῆ διὰ τῆς τοιαύτης ἰσώσεως· ταῦτα δ' ἂν
 περανθῆναι εὐχερῶς ἄμφω τοῖς προειρημένοις τρόποις
 ὑπὸ τῶν ἐξησηκμένων ἐν τοῖς τοιάτοις καλῶς, καὶ συ-
 νορᾶν δυναμένοις, τὰ εἰς τὰς λύσεις συντείνοντα·
 οἷον ἐπὶ τῆ ὑπ' ὄψιν ὑποδείγματος· ἵνα πρὸ τῶν ἄλ-
 λων τὸ ψ , ἐκβληθῆ, δύο τῆ αὐτῆ σημασίαι εὐρεθῆ-
 τωσαν, καίτοι ἐπ' ἀντή ἀδήλη ἀμέτοχοι, τῇ μετα-
 ποιήσει τῆς πρώτης ἰσώσεως εἰς τὴνδε, $\chi = \alpha - \varphi$,
 καὶ τῆς τρίτης, εἰς τὴνδε $\chi = \gamma - \psi$, ταύτας τὰς
 σημασίας τῆ χ , εἰς μίαν συνθετὴν ἰσωσὴν τὴν
 $\alpha - \varphi = \gamma - \psi$, ἐξ ἧς ἠφάνισαι τὸ χ · ἀλλ' ἵνα
 ὡσπερ τὸ χ , ἔτω καὶ τὸ φ , ἀφανισθῆ, ἢ ἀετίως συ-
 σταθεῖσα ἰσωσις μεταποιεθῆτω εἰς ἑτέραν ἰσωσιν τὴν
 $\varphi = \alpha - \gamma + \psi$, καὶ ἡ δευτέρα $\varphi + \psi = \beta$, εἰς
 τὴν $\varphi = \beta - \psi$, καὶ εὐρεθῆσονται δύο σημασίαι τῆ
 φ , ἐν αἷς ἐκ τῶν ἀδήλων μόνον κεῖται τὸ ψ · ὧν συν-
 τιθεμένων εἰς μίαν, προέισιν ἢ $\alpha - \gamma + \psi = \beta - \psi$,
 ἐν ᾗ μόνον τὸ ψ , τῶν ἄλλων ἀφανισθέντων εὐρεσκι-
 ται, ἢ πάρεσι· ταύτης εἰς ἑτέραν μεταποιημένης κα-
 τὰ τὰς τρόπους τῆς τετάρτης πράξεως, αὕτη παραχθῆ-
 σεται $\psi = \frac{\beta - \alpha + \gamma}{2}$ ἐξ ἧς καὶ ἡ σημασία τῆ ψ , φα-
 νερὰ γενήσεται· καὶ ἐπομένως ἦτε τῆ φ , καὶ χ , ὅπερ
 διὰ τὸ συντομώτερον τὰ σοιχεῖα παραλιπόντες, ἐν κύ-
 φραις κατὰ τὴν πέμπτην πρᾶξιν ἀποδείξει πειρα-
 σόμεθα.

Κατὰ ταύτην τοῖον ἡ προσεχῶς εὐρεθεῖσα σημασία ἀδήλα τινὸς ἀναλυθεῖσα εἰς κύφρας, ἀντισταθμίζω ἐν τῇ ἄλλῃ ἰσώσει ἐν ἣ τῆτο κεῖται, τῇ παρισώσῃ τὴν σημασίαν ἄλλῃ τινὸς ἀδήλα· ἵνα καὶ ἡ τρίτη σημασία κατάδηλος γένηται, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως· ὡς ἐπὶ τῆ αὐτῆ ὑποδείγματος ἡ σημασία τῆ ψ , εἰς κύφρας ἀναλυθεῖσα παρέχει αὐτὴ αὐτῆς 36, εἰάν ἔν ἀπὸ τῆς $\Phi = \beta - \psi$, τὸ ψ , ἀπωδῆ, καὶ ἀντὶ αὐτῆ ἀντισταθμίζω τὸ 36, ἔσαι $\Phi = \beta - 36$, ἥτοι $\Phi = 60 - 36$, ἢ $\Phi = 24$ · αὐτίς ἀπὸ τῆς ἐτέρας ἰσώσεως $\chi = \alpha - \Phi$, εἰάν τὸ Φ , ἀπωδήσαντες τὸ 24, ἀντισταθμίζωμεν τὴν ἀετίως εὐρεθεῖσαν αὐτῆ σημασίαν, ἐξομεν $\chi = \alpha - 24$, ἥτοι $\chi = 25 - 24$, ἥτοι $= 1$, ἀνακαλύψαντες τὸν τρόπον τῆτον τὰ ἐν τῷ προβλήματι ἀδήλα· καὶ ἔσαι $\chi = 1$, $\Phi = 24$, $\psi = 36$.

Πρόβλημα.

Μισθωσάμενός τις Γηπόνον ἀπέσειλεν αὐτὸν εἰς τὸν οἰκίον ἀγρὸν ἐργάζεσθαι, ἐπαγγελάμενος τροφήν παρέχειν αὐτῷ ἐκάστης ἡμέρας, καὶ μισθὸν ἐν ταῖς ἐργασίμαις τῶν ἡμερῶν τρεῖς ὀβολός· ἐν δὲ ταῖς ἀεγαῖς, μὴ μόνον μὴ παρέχειν αὐτῷ μισθόν· ἀλλὰ καὶ λαμβάνειν παρὰ τῆ Γηπόνου ἑπτὰ ὀβολός ἕνεκα τῆς τροφῆς· παρελθὼν μετὰ τὴν συμφωνίαν αὐτῶν ἡμέραι πενήκοντα, καὶ λογισάμενος πρὸς ἀλλήλους

εὔρον ὅτι ἑδέτερος αὐτῶν ὀφείλει τί τῷ ἑτέρῳ· ἢ ἢ μὲν συνθήκη πρόδηλος, ἀγνοᾶται δὲ ὁ ἀριθμὸς ἴων τε ἐργασίμων, ἢ τῶν ἀργῶν ἡμερῶν.

Εἰς εὔρεσιν τοίνυν τῆτων κείδω ἀντὶ τῆ 50, α, ἀντὶ τῆ ἀριθμῆ τῶν ἐργασίμων χ, ἢ ἀντὶ τῆ τῶν ἀργῶν φ, ἢ ἐπεὶ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος ὁ 50, περιέχει πάσας τὰς ἡμέρας, ἔσαι πρώτη ἰσῶσις $\chi + \phi = \alpha$. ὁ δὲ ἀριθμὸς τῶν ἐργασίμων πολλαπλασιαζόμενος ἐπὶ τὸν 3, ἢ ὁ τῶν ἀργῶν ἐπὶ τὸν 7, παρέχουσιν ἴσας ἀριθμῆς, ὑπόκειται γὰρ μηδέτερον τῷ ἑτέρῳ ὀφείλειν, ἔσαι δευτέρα ἰσῶσις $3\chi = 7\phi$, κατὰ τὸν τρίτον τρόπον τῆς μεθόδου· κατὰ δὲ τὸν δεύτερον, ἔξομεν τὴν πρώτην ἰσῶσιν μεταποιημένην εἰς τὴνδε $\chi = \alpha - \phi$, ἢ ἐπομένως σημασίαν τῆ χ, τὴν $\alpha - \phi$, ἢ τις ἀντισταχθεῖσα ἐπὶ τῆς δευτέρας ἰσῶσεως ἀντὶ τῆ χ, παρέξει σοι ἑτέραν τὴν $3\alpha - 3\phi = 7\phi$. δι' ἧς κατὰ τῆς ἀνωτέρω τρόπου εὔρεθήσεται ἡ σημασία τῆ φ, ἢ ἔσιν αὕτη $\phi = \frac{3\alpha}{10}$, δι' αὐτῆς δὲ καὶ ἡ τῆ χ· γενέσθω δὲ διὰ τὸ συντομώτερον ἢ πέμπτη πρᾶξις ἐν κύφραϊς.

Ἀντισταγομένων κυφρῶν ἀντὶ τῶν σοιχείων, ἀναφύεται ἀντὶ τῆς ἐσχάτης ἰσῶσεως ἢ $\phi = \frac{3 \cdot 50}{10} = 15$, τῆτα ἐπὶ τῆς $\chi = \alpha - \phi$, μετακομιζόμενα ἀντὶ τῆ φ· ἔσαι $\chi = \alpha - 15$, ἢτοι $\chi = 50 - 15$, ὁ ἔσιν = 35, αἱ μὲν ἔν ἐργάσιμοι τῶν ἡμερῶν εἰσι 35, αἱ δὲ ἀργαὶ 15.

Πρύβλημα.

Ο Φέρει πρὸς Εὐκλείδην.

Ἥμιονος χ' Ὀνος φερέσαι οἶνον ἔβαινον.
 αὐτὰρ Ὀνος σονάχιζεν ἐπ' ἄχθει φόρτε εἴο.
 τὴν δὲ βαρυσενάχυσαν ἰδῶσ' ἐρέεινεν ἐκείνη.
 μήτερ, τί κλαίωσ' ὄλοφύρεαι ἤυτε κῆρη;
 εἰ μέτρον ἐμοὶ δοίης, διπλάσιον σέθεν ἦρα,
 εἰ δὲ ἐν ἀντιλάβοις, πάντως Ἰσότητα φυλάξεις.
 εἰπέ τὸ μέτρον ἄριτε Γεωμετρίας ἐπίσορ.

Πρὸς ὃν ἔφητις τῶν ἐκείνῃς Τροφίμων.

Τοι γὰρ ἐγὼν ἐρέω, σὺ δ' ἀκίων ἔνδοθι κρύπτε.
 πέντε μὲν ἦ Ὀνος, Ἥμιονος δ' ἔφερεν μέτρα ἑπτά.

Κεῖθω γὰρ ἀντὶ τῷ φόρτε τῆς Ἥμιόνου χ ,
 ἀντὶ δὲ τῆς Ὀνος τὸ ϕ , καὶ ἐπεὶ εἰάν δῶ τῇ Ἥμιό-
 νῳ ἢ Ὀνος ἐν, γίνεται ὁ τῆς Ἥμιόνου φόρτος $= \chi +$
 1 , ἐναπολειφθήσεται ὁ τῆς Ὀνος $= \phi - 1$, τήτου
 δὲ ὑποκειμένῃ, ἔσαι ὁ τῆς Ἥμιόνου φόρτος διπλάσιος
 τῷ τῆς Ὀνος, ἢ ἴσος αὐτῷ ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασια-
 σθέντι ἦτοι, $\chi + 1 = 2\phi - 2$, ἐπεὶ δ' αὐ-
 θὶς εἰάν ἢ Ἥμιονος δῶ τῇ Ὀνῳ ἐν, γίνεται ὁ φόρτος
 αὐτῆς $= \chi - 1$, ὁ δὲ τῆς Ὀνος $= \phi + 1$, ἢ
 κατὰ τὴν ὑπόθεσιν Ἰσότητα φυλάξασθαι, ἔσαι πάν-

τως $\chi - 1, = \Phi + 1$, ἀναφύεται δὲ ἐκ τῆς
 προτέρας ἰσώσεως ἢ $\chi = 2\Phi - 3$, ἐὰν ἡ σημα-
 σία αὐτῆ τῷ χ , ἐπὶ τῆς ἄλλης ἰσώσεως ἀντ' αὐτῆ
 εἰσαχθῆ, γενήσεται $2\Phi - 4 = \Phi + 1$, καὶ με-
 ταδέσει τῷ 4, $2\Phi = \Phi + 5$, μεταδέσει δὲ
 καὶ τῷ Φ , $2\Phi - \Phi = 5$, ἦτοι $\Phi = 5$. Τῷ δὲ 5,
 ἀντεσαγομένῳ ἀντὶ τῷ Φ , ἐπὶ τῆς ἀνωτέρω ἰσώσε-
 ως τῆς $\chi = 2\Phi - 3$, ἔσαι $\chi = 10 - 3$,
 ἦτοι = 7.

Πρόβλημα.

Ἐὰν ὁ τῷ σίτῃ μέδιμνος πωλῆται μνῶν τριά-
 κοντα καὶ ὀκτώ· ὁ δὲ τῆς κριθῆς εἴκοσι καὶ δύο, ἐθέ-
 λῃ δεῖ τις ἀναμίξαι τὸν σίτον τῇ κριθῇ, ὥστε, σω-
 ζομένης τῆς προτέρας τέτων τιμῆς, τὸν μέδιμνον τῷ
 τοιαύτῳ μίγματος τιμᾶσαι μνῶν τριάκοντα, πόσον
 λήψεται ἀφ' ἑκατέρου σπέρματος;

Ἡμισυ ἔτος λήψεται ἢ τε σίτῃ, ἢ κριθῆς.

Κείσθω γὰρ ἀντὶ τῷ 22, α, ἀντὶ τῷ 38, β,
 ἀντὶ τῷ 30, γ. ἀντὶ τῷ μέρει τῆς κριθῆς, χ, ἀντὶ
 τῷ μέρει τῷ σίτῃ Φ. Ἐσαι πρῶτον $\chi + \Phi = 1$,
 ἔτω γὰρ ὑπόκειται τὰ μέρη συμπληρῶν μέδιμνον· ἐ-
 πομένως ὁ δὲ τὸ ἐν τῷ μίγματι μέρος τῆς κριθῆς =
 $\alpha\chi$, τὸ δὲ τῷ σίτῃ = $\beta\Phi$. καὶ ἐπειὶ ὁ τῷ μίγματος
 μέδιμνος ὑπόκειται τιμᾶσθαι μνῶν 30, ἔσαι $\alpha\chi +$
 $\beta\Phi = \gamma$. μεταποιημένης δὲ τῆς πρώτης ἰσώσεως εἰς
 τὴν δὲ $\chi = 1 - \Phi$, καὶ τῆς σημασίας ταύτης τοῦ

χ , ἐπὶ τῆς ἐτέρας ἰσώσεως ἀντὶ τῆ χ , εἰσαγομένης, ἀναφύεται αὕτη $\alpha - \alpha\Phi + \beta\Phi = \gamma$. ἢ μεταποιήσεως κατὰ τὰς εἰρημένους τρόπους, παρῆξει σοι τὸ Φ , εἶναι $= \tau\tilde{\omega} \frac{\gamma - \alpha}{\beta - \alpha}$, ἦτοι $= \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$, ταύτης δὲ τῆς σημασίας ἀντεῖσαχθείσης ἐπὶ τῆς $\chi = 1 - \Phi$, ἰσώσεως ἀντὶ τῆ Φ , γενήσεται ἢ $\chi = 1 - \frac{1}{2}$, ἦτοι $\chi = \frac{1}{2}$.

Πρόβλημα.

Ἐχων τις δύο εἶδη νομισμάτων, ὧν τὸ μείζον νομισμα εἰκοσαπλάσιον ἦν τῆ ἐλάττωνος, καὶ βεβλόμενος μακτα ἑπτὰ λίτρας ὠνήσασθαι χαλκῆ, ἐνδεῖν αὐτῷ ετέρο- εἶδῃ. εἶδος. ἦνκε πρὸς τὴν ὠνὴν δύο, οἷον τὸ μείζον νόμισμα· διὸ ὠνήσατο μόνας τέσσαρας· μετὰ δὲ τὴν ὠνὴν εὗρεθῆ ἔχων πέντε, οἷον τὸ ἐλάττον νόμισμα· ζητεῖται ἦτε τιμὴ τῆς λίτρας τῆ χαλκῆ, καὶ πόσα νομίσματα εἶχεν ἕκτε τῆ πρώτῃ εἶδος καὶ ἐκ τῆ δευτέρας.

Εἰς εὐρεσιν τῶν ἀναλυθῆτω τὰ μείζω εἰς τὰ ἐλάττω, καὶ ἐπεὶ δέδοται ἐνδεῖν δύο, καὶ τὸ μείζον εἶναι εἰκοσαπλάσιον τῆ ἐλάττωνος, ἀναλυθῆσεται τὰ 2, εἰς 40, ληφθῆτω δὲ ἀντὶ τῆ 40, τὸ α · ἀντὶ δὲ τῆς τιμῆς τῆ χαλκῆ τὸ χ , καὶ ἀντὶ τῶν ὧν εἶχε νομισμάτων τὸ Φ , λογιζομένων ἀμφοτέρων ἔμπης κατὰ τὰ νομίσματα τῆ δευτέρας εἶδος.

Τῶν ἔτω ὑποτεθέντων ἔσται $7\chi = \Phi + \alpha$.

ἢ $4 \chi = \Phi - 5$, ἐξ ὧν συνάγεται τὸ $\chi = 15$, νομίσμασι τῆ δευτέρας εἰδους, ἢ τὸ $\Phi = 65$, τῆ αὐτῆ εἰδους· τῆτέσι τὴν μὲν λίτραν τῆ χαλκῆ τιμᾶσθαι νομισμάτων 15, τῆ δευτέρας εἰδους, ἢ τὸν ὠνησάμενον τὰς τέτταρας λίτρας ἐσχηκέναι 65, τῆ αὐτῆ εἰδους· ἦτοι τρεῖς νομίσματα τῆ πρώτης εἰδους, ἢ πέντε τῆ δευτέρας.

Τὸ Υ Σ. 144, παρείληπται· οἰκειότερον ταχθήσεται ἐν τῇ πολλαπλασιασεί.

Περὶ ἐπιλύσεως.

Ἀπλῶν προβλημάτων ἀόριστων.

Τοῖς αὐτοῖς τέτοις τρόποις, οἷς τὰ ὠρισμένα, ἢ τὰ ἀόριστα λυθήσονται προβλήματα, πλὴν ὅτι ἐπὶ τῆτων, διὰ τὸ μὴ ἐξαρκεῖν τὰς γινομένας ἰσώσεις εἰς εὐρεσιν πάντων τῶν παρασατικῶν ἀδύλων τιμῶν, ἢ πᾶσαι αἱ σημασίαι αὐτῶν διὰ τῆς πράξεως θηράσιμοι γίνονται· ἀλλ' ἐστ' ὅτε ἐνός, ἢ πλειόνων ἀδύλων ἢ σημασία κατὰ τὸ δοκῆν ὑπὸ τῆ ἀναλύοντος ὑποτίθεται· ἐξ ἧς ἢ αἱ τῶν λοιπῶν σημασίαι διὰ τῶν ἀναλυτικῶν πράξεων εὐχερῶς ἀνακαλύπτονται· εἰς σαφερέραν μέντοι τῶν λεγομένων κατάληψιν κείσθω τὸ ἐφεξῆς πρόβλημα.

Πρόβλημα.

Ἐκ τριῶν εἰδῶν οἶνον ἐθέλει τις ὠνήσασθαι ξέσας ὀκτώ προς τοῖς δέκα· ἀλλ' ἐκέντηται πλείους τῶν

ἑκατον χρυσίνων· καὶ τῆ μὲν πρώτη εἶδος ὁ ξέσης τιμᾶται ἑπτὰ χρυσίνων, τῆ δὲ δεύτερη, πέντε, καὶ τῆ τρίτη, τριῶν· ζητεῖ μαθεῖν πόσας ξέσας λήφεται παρ' ἑκάστου τῶν τριῶν τέτων εἰδῶν τῆ οἴνου, ὥστε τὸς πάντας εἶναι δέκα καὶ ὀκτώ, καὶ τὴν τιμὴν τέτων μῆτε ὑπερβαίνειν, μῆτε ἐλλείπειν τῶν ἑκατὸν χρυσίνων.

Κείθω ἀντὶ τῆ 18 = α, ἀντὶ τῆ 100 = β, ὁ ἀριθμὸς τῶν ξεσῶν τῆ πρώτης εἶδος, ἕς μέλλει λαβεῖν = χ, τῶν τῆ δεύτερη = φ, τῶν τῆ τρίτου = ψ, ἐξ ὧν ἔπεται τὴν μὲν τιμὴν τῶν τῆ πρώτης εἶδος εἶναι ἴσην τῷ 7χ, τὴν δὲ τῆ δεύτερη = 5φ, τὴν δὲ τῆ τρίτη = 3ψ, ἐπεὶ δὲ ὑπόκειται τὴν ὅλην τέτων ἀπάντων τιμὴν εἶναι = 100, χρυσίνοις, ἔσαι πρώτη ἰσῶσις 7χ + 5φ + 3ψ = β, αὐτῆς ἐπεὶ ὑποτίθεται τὸς πάντας ξέσας εἶναι δέκα καὶ ὀκτώ, ἔσαι δευτέρα ἰσῶσις χ + φ + ψ = α, καὶ αὗται μὲν ἂν γένοιοντο αἱ ἰσῶσεις κατὰ τὰς ὑποθέσεις τῆ προβλήματος, ὅπερ, ὅτι ἀόριστον πρόδηλον· ἔχει γὰρ καὶ τρίτον στοιχεῖον ἀδήλου παραστατικόν, ἢ ἡ σημασία ἢ ἂν θηρευθεῖ ὑπὸ τῆς πράξεως διὰ τῶν εἰρημένων ἰσῶσεων, ἀλλὰ δεῖται τῆς τῆ ἀναλύοντος ὑποθέσεως· ἵνα δὲ βαδμηδὸν ἐπὶ τὴν πράξιν προῖωμεν, μεταποιεθήτω ἡ δευτέρα ἰσῶσις εἰς τὴν δε χ = α - φ - ψ, καὶ ἡ σημασία αὕτη τῆ χ, ἀντισαχθήτω ἀντ' αὐτῆ ἐπὶ τῆς ἑτέρας ἰσῶσεως, ἵνα γένηται αὕτη 7α - 7φ - 7ψ + 5φ + 3ψ = β, ἢ συντομώτερον 7α - 2φ - 4ψ = β.

ταύτης δὲ τῆς ἐσχάτης ἰσώσεως μεταποιηθείσης, εὐ-
ρεθήσεται τελευταῖον τὸ $\Phi =$ εἶναι τῷ $\frac{7^{\alpha-\beta}}{2} -$
 2Ψ .

Ἄλλ' ἐπεὶ διὰ τῶν ἐκ ἀπεσκορακίωδῃ χ καὶ τὸ Ψ ,
σώζεται δ' ἐστὶ ἐν τῇ ἐσχάτῃ ταύτῃ ἰσώσει, ὑποθετέον
τῷ ἀναλύοντι σημασίαν τινὰ τῶν, ἣν βέβηται· προ-
σεκτικὸν μέντοι προσήκει εἶναι ἐν ταῖς τοιαύταις ὑ-
ποθέσεσιν, ἅμα δὲ καὶ διορατικόν, ἵνα καταλήλθῃς
τὰς ὑποθέσεις τοῖς ὑποκειμένοις ποιῆ· ἄλλως γὰρ
ἢ ἕδεμιᾶς, ἢ ἀρνητικῆς τεύξεταί σημασίας, καὶ διὰ
ταῦτα ἀμφοτέρωθεν ἀχρήστῃ· ἐνταῦθα δὲ ὑποκεί-
δω τὸ $\Psi = 3$, τῷ τοῦτον 3, ἀντεσαγομένου ἐπὶ
τῆς προτεθείσης ἰσώσεως ἀντὶ τῷ Ψ , ἔξωμεν $\Phi =$
 $\frac{7^{\alpha-\beta}}{2} - 6$, καὶ ἐπομένως κυφῶν καὶ ταῖς λοιποῖς
ἀντεσαγομένων $\Phi = \frac{126-100}{2} - 6 = 7$, εὐρε-
θήσεται ἡ σημασία τῷ Φ , ἧτοι ὁ 7· ἐκ ταύτης δὲ
καὶ ἡ τῷ χ ἀντεσαγομένων γὰρ ἐπὶ ταύτης τῆς
ἰσώσεως $\chi = \alpha - \Phi - \Psi$, τῷ 7, ἀντὶ τῷ Φ ,
καὶ τῷ 3, ἀντὶ τῷ Ψ , ἐξ ὧν ὁ μὲν εὐρεταί, ὁ δὲ ὑ-
πετέθη, ἔσαι ἰσῶσις $\chi = 18 - 7 - 3 = 8$,
καὶ ἔσονται αἱ σημασίαι πᾶσαι τῶν ἀδήλων καταφα-
νεῖς διὰ τῷ 3, 7, καὶ 8· $\chi = 8$, $\Phi = 7$, $\Psi = 3$.

Πρόβλημα.

Εὐρεῖν δύο ἀριθμοὺς, ὧν τὸ ὑπ' αὐτῶν γινόμε-
νον, προσλαβὼν τὸ ἐξ αὐτῶν συμποσθόμενον

ποιήσει τὸν 79. κειμένη ἀντὶ τῆς 79, α· ἀντὶ τῆς
 ἑνὸς τῶν ἀριθμῶν χ , ἢ ἀντὶ τῆς ἑτέρας ϕ , ἔσαι ἀν-
 τι τῆς γινομένης $\chi\phi$, ἢ ἀντὶ τῆς συμποσθημένου
 $\chi + \phi$, ἢ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆς προβλήματος·

$$\chi\phi + \chi + \phi = \alpha.$$

μεταδέσει τῆς ϕ .

$$\chi\phi + \chi = \alpha - \phi.$$

διαίρεισαι

$$\chi = \frac{\alpha - \phi}{\phi + 1}$$

ἐπεὶ δὲ ἢ ἐπὶ τῆς ἐσχάτης ταύτης ἰσώσεως σώζεται
 το ϕ , ὑποτεθήτω τις σημασία τέττα, ἀλλὰ μὴ μεί-
 ζων τῆς τῆς α , ἵνα μὴ ἢ τῆς χ , ἀρνητικὴ εὐρεθῆ·
 ὑποτεθήτω τοίνυν ὁ 7, ἢ γενήσεται $\chi = \frac{79-7}{8}$
 $= 9$.

Πρόβλημα.

Εὐρεῖν δύο ἀριθμοὺς, ὧν τὸ ὑπ'αὐτῶν γινόμε-
 νον ἴσον ἔσαι τῷ δις ἐξ αὐτῶν συμποσθημένῳ.

Καίτω ἀντὶ τῆς ἑνὸς τῶν ἀριθμῶν τὸ χ , ἀντὶ
 τῆς ἑτέρας τὸ ϕ , ἔσαι τὸ γινόμενον $\chi\phi$, τὸ δὲ δις
 συμποσθημένου $2\chi + 2\phi$. ὑποτίθεται δὲ τὸ $\chi\phi =$
 $2\chi + 2\phi$. μεταδέσει τῆς 2χ , γενήσεται
 $\chi\phi - 2\chi = 2\phi$. ὑποτιθεμένου δὲ ἢ ἀντὶ τῆς ϕ ,
 τῆς 3, ἔσαι $3\chi - 2\chi = 2\phi$, ἦτοι $\chi = 6$.

Πρόβλημα.

Διένεμέ τις εἴκοσι πένησι δραχμᾶς ἑκατόν· ἀλλ' ἑκάστῳ ἀνδρὶ δέδωκεν ἀνὰ ἑπτὰ δραχμᾶς, ἑκάστῃ δὲ γυναικὶ ἀνὰ πέντε, καὶ ἑκάστῳ παιδίῳ ἀνὰ μίαν· εἶπε πόσοι μὲν ἄνδρες, πόσαι δὲ γυναῖκες, πόσα δὲ παιδία ἦσαν, κείδῳ ἀντὶ τῷ ἀριθμῷ τῶν ἀνδρῶν τὸ χ , ἀντὶ τῷ τῶν γυναικῶν τὸ ϕ , καὶ ἀντὶ τῷ τῶν παιδίων τὸ ψ , καὶ ἀντὶ μὲν τῷ 100, τὸ α , ἀντὶ δὲ τῷ 20, τὸ β . καὶ ἔσαι πρῶτον $\chi + \phi + \psi = \beta$, δεύτερον δὲ $7\chi + 5\phi + \psi = \alpha$. τῶν δὲ μεταποιηθέντων γίνεται ἀντὶ μὲν τῆς πρώτης ἰσώσεως $\psi = \beta - \phi - \chi$. ἀντὶ δὲ τῆς δευτέρας, $\psi = \alpha - 7\chi - 5\phi$. καὶ συντεθέντων τῶν δύο σημασιῶν τῷ ψ εἰς μίαν, ἀποτελεῖται $\beta - \phi - \chi = \alpha - 7\chi - 5\phi$. μεταθέσει δὲ τῷ β , καὶ ϕ , καὶ 7χ , ἀναφύεται $6\chi = \alpha - \beta - 4\phi$, καὶ διαιρέσει $\chi = \frac{\alpha - \beta - 4\phi}{6}$, τῆτέσι $\chi = \frac{80 - 4\phi}{6}$.

ὑποτεθήτω τοίνυν κατὰ τὸ δοκῆν ἡ σημασία τῷ ϕ , τοιαύτη ἔμπης ὥστε καὶ τὴν τῷ χ , σημασίαν παράγειν διόχα κλάσματος· διὸ δεδόχθῳ λαβεῖν ἀντὶ τῷ ϕ , τὸν 8, τῆτε δὲ κειμένῳ συνάγεται $\chi = \frac{80 - 32}{6}$ ἤτοι $\chi = 8$.

κεῖται δὲ ἐν τῇ προτέρᾳ ἰσώσει $\psi = \beta - \chi - \phi$. ἄρα καὶ $\psi = \beta - 8 - 8$, ἤτοι $\psi = 4$, ὥστε ληφθέντος ἀντὶ τῷ ϕ , τῷ 8, ἔσαι καὶ τὸ $\chi = 8$, καὶ τὸ $\psi = 4$.

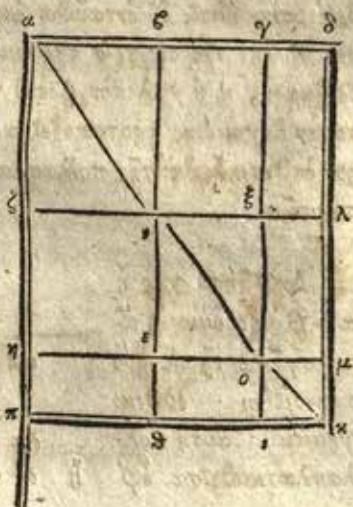
ἄνδρες ὀκτώ, Γυναῖκες τοῖς ἀνδράσιν ἰσάριθμοι, παιδίων ἑν.

ΒΙΒΛΙΟΝ Δ΄.

Περὶ ἐξαγωγῆς ῥίζης τετραγωνικῆς ἀλγεβρικῆς.

Δείκνυσιν ὁ ποιησάτης βιβλίῳ δευτέρῳ, Πρωτάσει τετάρτῃ, ὅτι, ἐὰν εὐθεία γεαμμή τμηθῆ ὡς ἔτυχε, τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης τετραγώνου ἴσον ἐστὶ τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, ἢ τῶ δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθογωνίῳ. Τῆτο δὲ ἔμνον ἐπὶ τῆς εἰς δύο τεμνομένης εὐθείας γεαμμῆς συμβαίνει, ἀλλὰ ἢ ἐπὶ τῆς εἰς τρεῖς δὸς εἰπεῖν, ἢ τέτταρα, ἢ ὅπως ἄλλως ἀπλῶς εἰπεῖν τὴν τομὴν δεχομένης ῥαδιον ἐστὶ κατιδεῖν· τὸ ἀπὸ τῆς ὅλης δηλονότι τετραγώνου ἴσον εἶναι τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τοῖς δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένοις ὀρθογωνίοις.

Τμηθῆτω γὰρ ἡ ἀδ γεαμμή κατὰ τὰ β, ἢ γ, ἢ ἀναγεαφῆτω τὸ ἀπ' αὐτῆς τετραγώνου ακ· τῆς δὲ ακ, ἐπιζευχθείσης ἤχθωσαν ἀπὸ τῶ β, ἢ γ, σημεία παράλληλοι τῇ δκ, αἱ βθ, γι, τέμνεται τὴν διαγώνιον κατὰ τὸ ῥ, ἢ ο, δι' ὧν ἀχθῆτω-



σαν τῇ αβ, παράλληλοι αὐτῶν ζνλ, ηομ, καὶ διακεκολλη-
 σεται τὸ ακ τετράγωνον εἰς τὰ αν, νο, οκ, γν, νη,
 δξ, πε, λο, οθ, καὶ ἔσαι ἴσον αὐτοῖς κατὰ τὸ ἀ-
 ξίωμα· ἀλλὰ τὰ αν, νο, οκ, εἰσι τετράγωνα κα-
 τὰ τὸ πόρισμα τῆς εἰρημίνης προτάσεως, καὶ γίνονται
 ἀπὸ τῶν τμημάτων, ὅτι ἴσαι αὐτῶν δι, ικ, ταῖς βγ,
 γδ, κατὰ τὴν λδ. τῆ πρώτης· τὰ δὲ γν, νη, δξ,
 πε, λο, οθ, τὰ ὑπὸ τῶν τμημάτων ὀρθογώνια, ἄ-
 ρτινα κατὰ συζυγίαν λαμβανόμενα γίνονται τετὰ δις
 ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχόμενα, ἄρα τὸ ἀπὸ τῆς
 ὅλης αδ, τετράγωνον ἴσον ἐστὶ τρισὶ τοῖς ἀπὸ τῶν
 τμημάτων τετραγώνοις, καὶ τρισὶν ὀρθογώνιοις τοῖς
 δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένοις.

Οὐκ ἔστιν ὅπερ ὁ σοιχειωτής ἐπὶ τῆς εἰς δύο ὡς
 ἔτυχε τεμνομένης εὐθείας γραμμικῶς ἐκεῖσε ἀπο-
 δείκνυσιν, ἡμεῖς δὲ ἐνταῦθα ἐκεῖνω κατακολληθήσαν-
 τες, καὶ ἐπὶ τῆς εἰς τετὰ τεμνομένης ὁμοίως συναπε-
 δείξαμεν, καὶ ἡ χαλεπὸν καὶ ἐπὶ τῆς ὀψωσῶν ἄλλως τὴν
 τομὴν δεχομένης προσαποδείξαι· τῆτ' αὐτὸ οἱ νεώτε-
 ροὶ ἐκθετικῶς διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως τῶν σοιχειῶν
 παρήκωσι.

Ληφθήτω γὰρ ἡ
 α + β εἰς διμερῆς ἀ-
 ναλογῆσα τῇ εἰς δύο
 τεμνομένη εὐθεία
 γραμμῇ· αὕτη πολ-
 λαπλασιασθεῖσα ἐφ'

$$\begin{array}{r}
 \alpha + \beta \\
 \alpha + \beta \\
 \hline
 \alpha\alpha + \alpha\beta + \beta\beta \\
 \alpha\beta \\
 \hline
 \alpha\alpha + 2\alpha\beta + \beta\beta \\
 \eta \quad \alpha^2 + 2\alpha\beta + \beta^2
 \end{array}$$

ἑαυτὴν ἢ ποιήσασα τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον, πα-
ραστήσει ἡμῖν ἐκθετικῶς, ὃ δὴ ὁ στοιχειωτῆς γραμμα-
τικῶς ἀπέδειξεν, εἶναι δηλονότι τὸ ἀπὸ διμερῆς ἕξξης
τετράγωνον ἴσον τοῖς ἀπὸ τῶν τμημάτων δύο τετραγώ-
νοις, ἢ τῶν δις ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένῳ ὀρθο-
γωνίῳ· ληφθήτω ἔτι ῥίζα τριμερῆς ἀναλογῶσα
τῇ εἰς τρία

$$\begin{array}{r} \eta \alpha + \beta + \gamma \\ \alpha + \beta + \gamma \\ \hline \alpha\alpha + \alpha\beta + \alpha\gamma + \beta\beta + \beta\gamma + \gamma\gamma \\ \alpha\beta + \alpha\gamma \quad + \beta\gamma \\ \hline \alpha\alpha + 2\alpha\beta + 2\alpha\gamma + \beta\beta + 2\beta\gamma + \gamma\gamma. \end{array}$$

ἰδὲ δὴ καὶ ταῦθα τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον σύγκειται τοῖς τε
ἀπὸ τῶν τμημάτων τρισὶ τετραγώνοις, ἢ τοῖς δις
ὑπὸ τῶν τμημάτων περιεχομένοις τρισὶν ὀρθογω-
νίοις.

Τῶν ἄν ἔτω κειμένων, ἐξ ὧν ἅπαντα ἢ μέ-
θοδος ἤρηται τῆς τῶν ῥιζῶν ἐξαγωγῆς, ἢ ὁ τῆς
πράξεως λόγος θηρεύεται· δεδοῦθα τὰ α, ἢ β, τε-
τράγωνα, ἢ ὑποκείδω εἰς ζήτησιν ἢ ἐξαγωγή τῶν
ῥιζῶν αὐτῶν· α χχ + 2χγ + γγ. (χ + γ.

$$\beta \chi\chi + 2\chi\gamma + \gamma\gamma + 2\chi\psi + 2\gamma\psi + \psi\psi(\chi + \gamma + \psi.$$

Ἐπει τοίνυν τὸ α, τετράγωνον συνέστηκεν ἔκ-
τε τῆ ἀπὸ τῆ χ, ἢ γ, τετραγώνου, ἢ τῆ
δις ὑπὸ τῆ χ, ἢ γ, περιεχομένου ὀρθογωνίου, εὖ-

δηλον ἐν τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων, ὅτι τε ἡ εἴζα αὐτῆ
 διμερῆς, καὶ τὸ $\chi\chi$ τετράγωνον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆ πρώ-
 τῆ τμήματος· ἀνδ' ὅτι ταχθήτω τὸ χ , ἐπὶ τῆ ϵ ,
 ὡς πρῶτον τμήμα τῆς ζητημένης εἴζης, τὸ δὲ ἀπ'
 αὐτῆ τετράγωνον $\chi\chi$, ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ ἐν τῷ α
 πρώτῃ τετραγώνῃ, εἶτα διαιρεθήτω τὸ δις ὑπὸ τῆ
 χ , καὶ γ , περιεχόμενον ὀρθογώνιον ἐπὶ τὸ 2χ , καὶ
 ἐναπολείφθῃσεται τὸ γ , δεύτερον ὄν τμήμα τῆς
 εἴζης, ὅπερ πολλαπλασιασθήτω ἐφ' ἑαυτότε καὶ ἐπὶ
 τὸ 2χ , καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν $2\chi\gamma + \gamma\gamma$ ἀφαιρεθήτω
 ἀπὸ τῆ ἐναπολείφθεντος ἐν τῷ α , διὰ τῆς ἀφαι-
 ρέσεως τῆ $\chi\chi$ · καὶ ἐπει ἔδεν ἐναπολείπεται, ἡ $\chi + \gamma$,
 ἐστὶν ἡ ζητημένη τετραγωνικὴ εἴζα τῆ α , τετραγώνῃ.

Τὸν αὐτὸν προϊόντες τρόπον καὶ ἐπὶ τῆ β , τε-
 τραγώνῃ, εὐρήσομεν τὴν εἴζαν αὐτῆ· ἐπει γὰρ συνί-
 σεται ἔκτε τριῶν τετραγώνων τῶν $\chi\chi$, $\gamma\gamma$, $\psi\psi$,
 καὶ τριῶν ὀρθογωνίων $2\chi\gamma$, $2\chi\psi$, $2\gamma\psi$, προδήλου
 ὅτι ἡ εἴζα αὐτῆ ὑπάρχει τριμερῆς, καὶ τὸ $\chi\chi$, τετρά-
 γωνον ἐστὶ τὸ ἀπὸ τῆ πρώτῃ τμήματος τῆς εἴζης·
 διὸ ταχθήτω ἐπὶ τῆ δ , τὸ χ , ὡς πρῶτον τμήμα
 τῆς εἴζης, καὶ τὸ ἀπ' αὐτῆ τετράγωνον ἀφαιρεθήτω
 ἀπὸ τῆ ἐν τῷ β , πρώτῃ τετραγώνῃ· εἶτα διαιρεθή-
 τω τὸ $2\chi\gamma$, ἐπὶ 2χ , καὶ τὸ παραγόμενον πηλίκον γ ,
 ταχθήτω ἐφεξῆς τῆ χ , ὡς δεύτερον τῆς εἴζης μέ-
 ρος· πολλαπλασιασθήτω δὲ τὸ αὐτὸ γ , ἐφ' ἑαυτότε
 καὶ ἐπὶ τὸ 2χ , καὶ τὸ ἐξ αὐτῶν ἀφαιρεθήτω ἀπὸ
 τῶν ἐν τῷ β , $2\chi\gamma + \gamma\gamma$, καὶ ἐπει ἐναπολείποντ'
 τὰ $2\chi\psi$, $2\gamma\psi$, $\psi\psi$, διαιρεθήτωσαν ταῦτα τε-

λευταῖον ἐπὶ τὸ 2χ , καὶ τῆ παραγομένου πηλικῆ ψ ,
 ταπτομένη ἐξῆς τῆ γ , ὡς τρίτη τμήματος τῆς ῥί-
 ζης, πολλαπλασιαζομένου τε ἐφ' ἑαυτοῦτε καὶ ἐπὶ
 τὰ 2χ , 2γ , καὶ τῶν ἐξ αὐτῶν ἀπὸ τῶν ἐν τῷ β ,
 $2\chi\psi$, $2\gamma\psi$, $\psi\psi$, ἀφαιρεμένων, ἐπεὶ ἔδεν ἐναπο-
 λείπεται, ἢ $\chi + \gamma + \psi$ ἐστὶν ἡ τετραγωνικὴ ῥίζα τῆ
 β τετραγώνου· ὅπερ καὶ ἐπὶ τῶν προεκτεθέντων σχη-
 μάτων ῥάδιον ἐστὶ κατιδέν· ἀφελὼν γάρ τις ἐπὶ τῆ
 πρώτῃ σχήματος ἀπὸ τῆ ὅλη τὸ $\alpha\theta$, τετραγώνου
 ὃ ἀναλογεῖ τῷ ἐν τῷ α , $\chi\chi$, τετραγώνῳ, ἐναπολειφ-
 θήσεται ὁ εβγδθ γνώμων, ἥτοι τὸ δις ὑπὸ
 τῶν $\alpha\beta$, περιεχόμενον ὀρθογώνιον καὶ τὸ ἀπὸ τῆς β
 τετραγώνου, ἀναλογῆντα τοῖς $2\chi\gamma$, $\gamma\gamma$, καὶ ἐπεὶ
 τῆ $2\alpha\beta$, ἢ μία πλευρὰ δέδοται ἢ 2α , εἰάν τὸ $2\alpha\beta$,
 ἐπ' αὐτὴν διαιρεθῆ, ἐξαχθήσεται ἡ ἑτέρα αὐτῆ πλευ-
 ρὰ ἢ $\epsilon\beta$, ἥτις ἐστὶ καὶ πλευρὰ τῆ λοιπῆ τετραγώνου
 $\theta\gamma$, ἀναλογῆντος τῷ $\gamma\gamma$ · ἐξ ὧν προφανῶς εἴσεται
 τῆ χάριν εἰς εὐρεσιν τῆ γ , διήρηται τὸ $2\chi\gamma$, ἐπὶ
 τὸ 2χ , καὶ ὃ δέδοται ἥτοι τὸ γ , ὡς δεύτερον τμή-
 μα τῆς ῥίζης τῆ α , τετραγώνου εἰληπται· αὐτὰ δὲ
 ταῦτα προφανῆ ἔσονται τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαντι
 ἐ μίνον καὶ ἐπὶ τῆ προεκτεθέντος δευτέρου σχή-
 ματος, ἀλλὰ καὶ ἐπὶ παντὸς ἄλλῃ καίτοι πλεονῶν
 ὄντων τῶν τε τετραγώνων ἐν ταῦτοις καὶ τῶν ὀρθο-
 γωνίων.

Περὶ ἑξαγωγῆς ρίζης τετραγωνικῆς
ἀριθμητικῆς.

Τῇ αὐτῇ ἐφόδῳ ἢ ἐπὶ τῶν διὰ κύφρων παρι-
σαμένων τετραγώνων χρησάμενοι, τὰς ρίζας εὐρήσο-
μεν· εἴγε ἢ ἐπὶ τῶν τοιούτων διμερῆς ἄσης τῆς ρίζης,
τὸ ἀπ' αὐτῆς τετράγωνον συνέστηκεν ἕκτε τῶν ἀπὸ τῶν
σχημάτων τετραγώνων, ἢ τῆ δις ὑπὸ τῶν τιμημάτων
περιεχομένῃ ὀρθογωνίου· πολυμερῆς δὲ, ἀπλῶς εἰ-
πεῖν, ἐκπλειούων τετραγώνων ἢ ὀρθογωνίων· πλὴν
ὅτι ἐν τρίτοις ἢ εἰσὶν ὡς περὶ ἐπὶ τῶν σοιχείων εὐσύ-
νοπτα, διὰ τὸ μὴ εἶναι διανεκρημένα ἢ εὐκρινῆ, ἀλλ'
οἰοῦνται συμπεπλεγμένα ἢ σύμμικτα· γένοιτο δ' ἂν
ἡμῖν καταφανῆ πολλαπλασιάζουσι τὰς κύφρας κατὰ
τὰ σοιχεῖα· αὐτίκα γὰρ ἔσω ὁ δ, τετράγωνος 1024,

$$3 + 2$$

$$3 + 2$$

900, τὸ ἀπὸ τῆς πρώτης τετράγωνον.

120, τὸ δις ὑπὸ τῆς πρώτης καὶ δευτέρας περι-
χόμενον ὀρθογώνιον.

4 τὸ ἀπὸ τῆς δευτέρας τετράγωνον

δ. 1024. ἂ συναπτόμενα ποιῶσι τὸν δ.

*Εσω δεύτερον ὁ β 412164, ἢ ῥίζα ὁ α 642,
 η 6 + 4 + 2.

$$\alpha \quad 6 + 4 + 2,$$

$$\quad 6 + 4 + 2,$$

γ. 3 6 0 0 0 0, τὸ ἀπὸ 7ῆ 6 τετράγωνον

δ. — 4 8 0 0 0, τὸ δις ὑπὸ τῆ 6 ἢ 4,

ε. — — 2 4 0 0, τὸ δις ὑπὸ τῆ 6 ἢ 2,

ζ. — — — 1 6 0 0, τὸ ἀπὸ τῆ 4, τετράγωνον

η. — — — — 1 6 0, τὸ δις ὑπὸ τῆ 4, ἢ 2,

θ. — — — — — 4, τὸ ἀπὸ τῆ 2, τετράγωνον.

β. 4 1 2 1 6 4.

Ἀλλ' ἵνα, καίτοι συμπεπλεγμένων ὄντων τῶν μερῶν τῆ δοθέντος τετραγώνου, τὴν ῥίζαν εὐχερῶς εὕρισκον ἔχωμεν, εἰδέναι δεῖον ὅτι ἢ τὸ ἀπὸ τῆς μεγίστης τῶν μονομερῶν ῥίζης οἷα ἐστὶν ὁ 9, ἢ συνίσταται ἐκ πλείονων κυφῶν, ἢ δύο· οἷον ὁ 81, τὸ δὲ ἢ ἀπὸ τῆς μεγίστης τῶν διμερῶν οἷα ὁ 99, ἢ ἐκ πλείονων ἢ τεσσάρων, τὸ δὲ ἢ ἀπὸ τῆς μεγίστης τῶν τριμερῶν, οἷα ὁ 999, ἢ ἐκ πλείονων ἢ ἑξ, ἢ ἀπλῶς εἰπεῖν, τὸ πληθος τῶν κυφῶν παντός τετραγώνου μέχρι τῆ διπλασίου ἀνεσι τῶν κυφῶν τῆς ῥίζης· ἢ ἑδέποτ' ἂν εὐρεθῆι μείζον, ἔλαττον δὲ πολλάκις· ἐξ ὧν ἔπεται, ὡς εἶγε δοθῆ τετράγωνον ἐξ ἔλαττόνων ἢ τεσσάρων κυφῶν, δὲ εἰπεῖν, τριῶν συνιστάμενον, ἢ ἢ τέττα ῥίζα, ὡς περ ἢ τῆ ἐκ τεττάρων, εἴη ἂν διμερῆς· εἰ γὰρ μὴ τῆτο, ἀλλὰ μονομερῆς,

τὸ πλήθος τῶν κυφῶν τῆ τετραγώνῃ ὑπερέξει τῆ διπλασίου τῆς ῥίζης, ὅπερ ἀπομάχεται τοῖς ἀνωτέρω διὰ τὸν αὐτὸν λόγον, καὶ εἶγε δοθῆ τετραγώνος ἐξ ἐλαττόνων ἢ ἐξ κυφῶν συνεσηκός, φεῖ εἰπεῖν πέντε, καὶ τῆτε ἡ ῥίζα, ὡς καὶ τῆ ἐκ τῶν ἐξ, εἴη ἂν τριμερής· τέτοις τοίνυν καὶ τοῖς τοιούτοις χηραγωγῆμενοι, εὐρήσομεν ποσαμερής ἂν εἴη ἡ ζητημένη ῥίζα τῆ δοθέντος τετραγώνῃ, εἶγε διέλωμεν αὐτὸν εἰς μέρη, ἀρχόμενοι δεξιόθεν, καὶ ἀποδώμεν ἑκάστῳ μέρει ἀνά δύο κύφους πλὴν τῆ τελευταίῃ, ὅπερ ἐπαμφοτερίζει ἐπίτινων μὲν δύο, ἐπίτινων δὲ μίαν κύφου ἔχον· ἴσονται γὰρ αἱ κύφουαι τῆς ζητημένης ῥίζης ἰσάριθμοι τοῖς τῆ τετραγώνῃ μέρεσιν, ὡς ἐπὶ τῶν α, καὶ β, ὁρᾶται τετραγώνῃ, ὧν τῆ μὲν α, τετραμερῆς ὄντος, καὶ ἡ ῥίζα ἐστὶ τετραμερής, τῆ δὲ β, ἑξαμερῆς, καὶ ἡ ῥίζα ἑξαμερής.

α 23, 45, 67, 89. 67, 96, 40, 97, 45 · 67.

Αἱ δὲ ὅπως ἐπὶ τῶν πράξεων τὰ μέρη καταλλήλως τάττοιτο ἐπιστάσεως ἄξιον.

ὅτι τὸ ἀπὸ μονάδων τετραγώνον μονάδων ἐστὶ παρακτικόν·
τὸ ἀπὸ δεκάδων ἑκατοντάδων.

τὸ ἀπὸ ἑκατοντάδων δεκάδων χιλιάδων, ἢ
μυριάδων καὶ

τὸ μὲν ὑπὸ δεκάδων καὶ μονάδων, δεκάδων.

τὸ δὲ ὑπὸ δεκάδων καὶ ἑκατοντάδων, χιλιάδων.

Καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ἀναλόγως· ταῦτα δὲ, εἰκαὶ εἰς ἀνωτέρας προσηγορίας ἄνωσι, λήγῃσι μὲν τοῖς

εἰς τὰς ἐρημίνας, ἐξ ὧν καὶ τὴν προσηγορίαν ἐρα-
νίζονται· ὁ γὰρ ἀπὸ τῆ 2, Φεῖ εἰπὲν καὶ 90, καὶ
τοὶ παράγων τὸν 180, ὅς ἀνειπὶν εἰς ἑκατοντάδα,
ἀλλὰ ἐπεὶ λήγει εἰς 8, δεκάδας, ἐρανίζεται καὶ ἡ
ἑκατοντάς τὴν τῶν δεκάδων προσηγορίαν, ὡσεὶ λέγε-
σθαι τὸ ὅλον δέκα ἢ ὀκτὼ δεκάδας· τὸ αὐτὸ συμβή-
σεται ἢ ἐπὶ τῶν τετραγώνων.

Τύτων οὕτω	Κανόνιον.		
κειμένων ἠ χαλε- πὸν ἢ ἀριθμη- τικῶς τὴν εἰζαν τῆ δοθέντος τε- τραγώνου ἀριθ- μῷ ἐξαγαγεῖν, ἢ τὸν λόγον τῆς πράξεως κατι- θεῖν· δεδόσθω γὰρ πρῶτον ὁ α, τε- τραγῶνος, ἢ διαι- ρεθῆτω σιγματῆς· καὶ ἐπεὶ διήρηται εἰς δύο, ἔσται πάντως καὶ ἡ εἰζα αὐτῆ κατὰ τὰ εἰρημίνα διμερῆς· εἰμὲν οὖν τὸ πρῶτον αὐτῆ τιμῆ μα τετραγῶνος ἢ ἀ- ριθμὸς τῶν ἀπὸ μονά- δων γινομένων, ἢ ῥί- ζα αὐτῆ εἴη ἂν τὸ πρῶτον μέρος τῆς	1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,	1, 4, 9, 16, 25, 36, 49, 64, 81,	1. 8. 27. 64. 125. 216. 343. 512. 729.
	εἰζαι ἢ πλευραί.	τετραγῶνικ.	κῆβοι.
	α 11,56		β 34.
	9		
	2,56		ὑπόδειγμα
	256		πρῶτον.
	0		

ἕξις κειμένης ἐν τῷ ἀνωτέρῳ κανονίῳ· ἐπεὶ δὲ ἂ τε-
 τεράγωνος, εὐρεθῆτω ἐν τῷ αὐτῷ κανονίῳ ἡ ἕξις τῆ
 προσεχεσέρη αὐτῷ τετραγώνῳ οἷος εἶναι ὁ 9, ἢ ἕξις
 ὁ 3· ὁθεν σημειωθῆτω ὁ 3, ἔνθα τὸ β, ὡς πρῶ-
 τον μέρος τῆς ζητημένης ἕξις, εἶτα τετραγωνιθῆ-
 τω, καὶ ὁ ἀπ' αὐτῆς τετεράγωνος ταχθῆτω ὑπὸ τὸν α,
 ἢ κρεῖττον εἰπεῖν ἐπὶ τὴν ἐν τῷ α, ἑκατοντάδα, τὸ
 γὰρ πρῶτον μέρος τῆς ζητημένης ἕξις λέγω ὁ 3,
 ὡς ἕξις διμερῆς δεκάδων ὄν σηματοτικόν, εἰς ἑκατον-
 τάδας ἀνεισιν· εἶτα ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τῆς πρώτης
 τμήματος τῆ α, λέγω τῆ 11, καὶ γραμμῆς ἀγο-
 μένης, τὸ λειπόμενον ὁ 2, σημειωθῆτω μετὰ τῆς σιγ-
 μῆς ὑπὸ τὸν 9· προσεθῆτω δὲ τῷ 2, τὸ δεύτερον
 τμήμα τῆ α, ὁ 56, καὶ ζητηθῆτω ποσάκις τὸ δι-
 πλάσιον τῆ 3, μετρεῖ τὸν 25· καὶ ἐπεὶ εὐρίσκειται
 τετράκις, τεθῆτω ὁ 4, ἐπὶ τῆ 6, ὡς δεύτερον μέρος
 τῆς ἕξις (καὶ μὴδὲν ἢ τὸ ἐναπολειπόμενον τὴν δευ-
 τέραν μόνον κύφραν τῆς δευτέρας μέρους, ὡς ὀψόμε-
 θα ἐπὶ τῆς ἐφεξῆς τρίτης ὑποδείγματος) τελευταῖ-
 ον τῆ 4, πολλαπλασιάσαντος ἑαυτὸν, καὶ τὸ διπλά-
 σιον τῆ 3, καὶ τῶν ἐξ αὐτῶν γινομένων εἰς ἓν συνα-
 πτομένων, καὶ τῆ συμποσυσμένου ἀπὸ τῆ ὑπὸ τὸν α
 256, ἀφαιρεσμέης, εἶγε ἔδὲν ἐναπολειφθῆ ὡς ἐπὶ
 τῆ παρόντος, ὁ 34, ἔσαι ἡ ζητημένη ἕξις τῆ α.

Ὁ λόγος τῆς πρᾶξεως σαφῆς· κἀνταῦθα γὰρ ὡς καὶ ἐπὶ τῶν σοιχείων ἀφήρηται ὁ τετράγωνος τῆς πρώτης κύφρας τῆς ἕξις· διήρηται τὸ λειπόμενον ἐπὶ τὴν μίαν πλευρὰν τῆ δις ὑπὸ τῶν δύο κυφρῶν τῆς αὐτῆς περιεχομένης ὀρθογώνια· εὐρηται διὰ τῆς διαιρέσεως ἡ ἐτέρα αὐτῆ πλευρὰ, ἣτις ἐστὶ καὶ τῆ λοιπῆ τετραγώνη πλευρὰ, καὶ δευτέρα τῆς ἕξις κύφρα· αὕτη πολλαπλασιάσασα ἑαυτὴν, πεποίηκε τὸ λοιπὸν τετράγωνον· πολλαπλασιάσασα δὲ καὶ τὸ διπλῆν τῆς πρώτης κύφρας τῆς ἕξις τὸν 6, πεποίηκε τὸ δις ὑπὸ τῶν τῆς ἕξις κυφρῶν περιεχόμενον ὀρθογώνιον· ἅτινα ἐπεὶ εἰσὶν ἴσα τῷ ἑναπολειφθέντι διὰ τῆς ἀφαιρέσεως τῆ πρώτης τετραγώνη, καὶ ἀφαιρεθέντα, ἔδεν ἐγκατέλιπον, παρῆσχον ἡμῖν γινῶναι ὅτι ὁ 34, ἕξις ἐστὶ τῆ α, τετραγώνη.

Δεδόδω δεύτερον ὁ β· καὶ ἐπεὶ διαιρέμενος εἰς τμήματα ἕξαμερῆς εὐρίσκεται, πάντως γε ἡ ἕξις αὐτῆ εἶναι τριμερῆς· εὐρεθῆτω τοίνυν πρῶτον ὁ προσεχῆς τετράγωνος τῆ πρώτης τμήματος 41, ὃς ἐστὶν ὁ 36, ἡ ἕξις ὡς ἐν τῷ κανονίῳ ὁ 6· κείδω γὰρ ὁ μὲν 6, ἔνθα τὸ γ, ὁ δὲ 36, ἔνθα τὸ δ, ὑπὸ τὸν 41· ὁ γὰρ 6, ὡς εκατοντάδων σημαντικὸς εἰς μυριάδας ἀνείσι, καὶ ἀφαιρεθῆτω ὑπ' αὐτῆ, καὶ ὁ λειπόμενος 5, γραφῆτω ὑπὸ τὴν γραμμὴν· τάτω προσεθῆτω τὸ ὀφειλῆς τμήμα τῆ 5, ὁ 21, εἶτα διαπλασιασθῆτω ὁ πρῶτος χαρακτήρ τῆς ἕξις ὁ 6, καὶ ζητηθῆτω

ποσάνικς ὁ γενόμενος 12, μετρεῖτόν 52, καὶ ἐπεὶ τετραγώνικς, κείδω ἐπὶ τοῦ γ, ὁ 4, ὡς δευτέρα κύφρα τῆς ἕξξης, καὶ ὁ αὐτὸς ἐφεξῆς τῆ 12, καὶ τοῦ γινομένου 124, ἐπὶ τὸν 4, πολλαπλασιασ-

Ἰπόδειγμα δεύτερον.

β.	41,21,64	γ	642
δ.	<u>36</u>		
	5,21		124
	<u>496</u>		<u>4</u>
	25,64		<u>496</u>
	<u>25,64</u>		<u>64</u>
	0		<u>2</u>
			1282
			<u>2</u>
			2564

θέντος, ὁ ὑπὲρ αὐτῶν 496, ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τῆ ἐν τῷ β 5,21 ταχθεὶς ὑπὲρ αὐτὸν, καὶ ὁ λειπόμενος 25, γραφῆτω ὑπὸ τῆν γραμμὴν, προσιδεμένη δὲ αὐτῷ τῆ λοιπῆ τμήματος τῆ β, ἦτοι τῆ 64· τελευταῖον διπλασιασθήτωσαν αἱ εὐρεθεῖσαι κύφραι τῆς ἕξξης ἦτοι ὁ 64, καὶ ζητηθῆτω ποσάνικς ὁ γινοόμενος 128, μετρεῖτόν 256, τὸν ἐν τῷ β. καὶ ἐπεὶ εὐρίσκεται δις, κείδω ὁ 2, ἐν τῷ γ, ὡς τρίτη τῆς ἕξξης κύφρα, καὶ ἐφεξῆς τῆ 128· τῆς δὲ ἐπὶ τὸν 2, πολλαπλασιαζομένης, ἐπεὶ ὁ ὑπὲρ αὐτὸν γινοόμενος ἀφαιρέμενος ἀπὸ τῆ ἐν τῷ β 25,64, ἔδεν ἐναπολείπει, εὐδὴλον ὅτι ὁ γ, ἐστὶν ἡ ζητηθεμένη ἕξις τῆ δοθέντος τετραγώνου.

Ἡ δὲ τῆς πράξεως βάσανος γίνεται διὰ πολλαπλασιασέως· ἐὰν γὰρ ἡ ἕξις ἐφ' ἑαυτὴν πολλαπλασιασθεῖ-

σιαδιᾶσα ἀποδῶ τὸν δοθέντα τετράγωνον, ὕψις ἔσαι ἢ πρᾶξις.

Τὸ πῶδεςγμα τρίτον, ἐν 1,74,24 (132.
 ἢ ἀφαιρεμένης τῆς πρώτης 1
 κύφρας τῆς ἕξις, ἂν ἐν 07,4
 ναπολείπεται, καὶ τῆν-
 καῦτα τὸ διπλάσιον αὐτῆς 23
 ποσάκις καταμετρεῖ ἢ τὸ 69
 ἔναπολείπόμενον καὶ τῆν 52,4
 πρώτην κύφραν τῆς ἕξις 26 2
 τμήματος, ζητεῖται ὡς ἀ-
 νωτέρω, ἀλλὰ τῆν πρώτην 52 4
 μόνην κύφραν τῆς ἕξις τμή-
 ματος, ὡς ἐπὶ τῆς παρόντος ὁ 2, τὸν 7. τὰ δὲ λοιπὰ
 γίνεται ὡς ἐν τοῖς πρότερον. 0

Τὸ πῶδεςγμα τέταρτον 4,24,36 (206.
 ἐν ᾧ τὸ διπλάσιον τῆς πρώ- 74
 τῆς κύφρας τῆς ἕξις ἢ β0 2,43,6
 καταμετρεῖ τῆν πρώτην 40 6
 κύφραν τῆς ἕξις τμήμα-
 τος, μηδενὸς λειπομένα ὡς 2 43 6
 ἀνωτέρω ἐκ τῆς ἀφαιρέ- 0
 σεως τοῦ διπλασίου, ὡς ὁ 4, ὁ ἐν τῷ γ, τὸν ἐν
 τῷ β, 2, καὶ τῆν καῦτα τίθεται ἀντὶ δευτέρας κύ-
 φρας τῆς ἕξις ζῆρος.

Ἄλλως περὶ τῶν αὐτῶν ὑποδειγμάτων
τρίτου, ἔ τετάρτου.

Ἦνίκα δὲ ἀφαιρεθέντος τῆ τετραγώνου τῆς πρώτης κύφρας τῆς ἕξξης ἕδεν ἑναπολειφθῆ, ζητητέον ποσάνκι τὸ διπλάσιον ταύτης μετρεῖ τὴν πρώτην κύφραν τῆ ἕξξης τμήματος, ἢ ἕτως εὔρεθήσεται ἡ δευτέρα τῆς ἕξξης κύφρα ὡς ἐπὶ τῆ τρίτου ὑποδειγματος· εἰδὲ συμβῆ μὴ μετρεῖν ἢ ταύτην, κείτω ἀντι δευτέρας κύφρας τῆς ἕξξης ἕξξος ὡς ἐπὶ τῆ τετάρτου.

Ἦπόδειγμα γ'.

$$\begin{array}{r} 7,84 \\ 4 \\ \hline 3,8,4 \\ 49,8 \\ 441 \\ 384 \\ \hline 0 \end{array}$$

(29.
1.
8.

Ἦπόδειγμα δ'. ἄλλο.

$$\begin{array}{r} 4,16,16 \\ 4 \\ \hline 0,1,6 \\ 16,16 \\ 404 \\ \hline 1616 \\ 0 \end{array}$$

Ἐπὰν δὲ ὁ ἔκτινος διὰ τῆς πολλαπλασιάσεως τῶν κυφρῶν τῆς ἕξξης γινόμενος, οἷος ὡς ἐπὶ τῆ πέμπτου ὑποδείγματος ἐστὶν ὁ 441, ὃς ἐγένετο ἀπὸ τῆ 9, πολλαπλασιάσαντος ἑαυτὸν καὶ τὸν 4, μείζων εὔρεθῆ τῆ 8 δέον ἐστὶν ἀφαιρεθῆναι, ὡς ἐνταῦθα τῆ 384, τότε ἀφαιρετέον ἀπὸ τῆ 9, μονάδα, ἵνα ἑναπολειφθῆ δευτέρα κύφρα τῆς ἕξξης ὁ 8, ὃς

ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθεὶς, ἢ ἐπὶ τὸν 4, παράγει τὸν 384, ὃ ἀφαιρεθὲν ὑδὲν ἐγκαταλείπεται.

Περὶ ἐξαγωγῆς ῥίζης τετραγώνου ἐξ ἀριθμῶν κεκλασμένων ἀριθμητικῶς.

Δοθῆτω τὸ αβ, κλάσμα ὃ τὴν ῥίζαν δέον εὔρεϊν. εὔρεθῆτω κατὰ τὰ προεκτεθέντα τῷ, τε ἀριθμητῷ, ἢ τῷ παρωνυμῆντος· ἐξ ὧν καταλλήλως κειμένων συσθεθῆτω τὸ γδ, κλάσμα, ἢ αὐτὸ ἔσαι ῥίζα τῷ αβ, κλάσματος· κἂν μὲν οἱ ὄροι τῷ κλάσματος ὡς τετραγῶνοι, αἱ εὔρεθῆσαι ῥίζαι αἱ ἀληθεῖς ὑπάρχουσι ῥίζαι τῶν· εἰ δὲ μὴ, τῶν προσεχέσεων αὐτοῖς τετραγώνων, ὃ δὴ ἢ ἐπὶ τῶν ἀκεραίων συμβαίνει ἀριθμῶν, ὅταν μὴ ὡς τετραγῶνοι· Δυνατὸν ἔμπης ἐπὶ παντὸς μὴ τετραγώνου ἀριθμοῦ ἄλλην, καὶ ἄλλην ἐπ' ἀπειρον προϊόντας εὔρεσκον ῥίζαν προσεγγίζουσαν μᾶλλον, ἢ ἔτι μᾶλλον τῆς εὔρεθείσης τῇ ζητημένῃ ἢ ἀληθεῖ, ὑδέποτε δὲ εὔρεθσομένη ἐν ἀριθμοῖς εἴτε ἀκεραίοις, εἴτε κεκλασμένοις, καὶ τοι γραμμικῶς παρισταμένοις ἡμῖν ἐν τοῖς σχήμασιν· αἴτιον δὲ ὅτι αἱ τοιαῦται ἄλογοι εἰσὶ, ἢ ὃ ῥηταί· μενῶνγε ὡς εἴρηται εὔρεθειῖν ἂν ἐφ' ἑκάστης τῶν ἄλλῃ ἢ ἄλλῃ μᾶλλον ταύτῃ προσεγγίζουσα, ἢ διαφέρουσα αὐτῆς ἀεὶ διαφορᾷ ἐλάττοσι τῆς δοθείσης· ὧν πολλαπλασιαζομένων ἐφ' ἑαυτὰς, γενήσονται τετραγῶνοι διαφείροντες τῷ δοθέντος μὴ

τετραγώνου ἀριθμοῦ αἰ διαφορᾶ ἐλάττονι τῆς δο-
θείσης.

Περὶ ἐξαγωγῆς ριζῶν ἀπὸ κλασμά- των δεκαδικῶν.

Ἀξίωμα ἢ Λημμάτιον.

Ἐάντιν ἀριθμῶ ἀνεραῖω εἴτε ἀπλῶ, εἴτε προ-
σκευμένον αὐτῶ ἔχοντι κλάσμα δεκαδικόν, ζῆροι ἐπι-
κειμένας ἔχοντες γραμμὰς, ἐφεξῆς τεθῶσι, μετα-
πεσῆται μὲν εἰς κλάσμα, ἢ παραστατικαὶ αἱ τῶ ε-
σχάτῃ ζήρου γραμμαί, τὴν σημασίαν μὲντοι ἔκ
ἀποβαλεῖ· οἷον ἐπὶ τῶ

α, ἢ β, ὁ γὰρ 23,	α. 23, 0' 0'' 0'''.
ὑποκειμένης αὐτῶ μο-	β. 57', 0' 0'' 0'''.
νάδος ἴσος ἐστὶ τῶ δ,	23 δ.
κλάσματι, ὁμοίως ἢ	I
ὁ α, ὑποκειμένης μο-	23000
νάδος εἰς χίλια διηρη-	1000. ε.
μένης, ἴσος ἐστὶ τῶ ε·	

ταῦτα δὲ ἴσα, ἄρα ἢ αὐτὴ ποσότης ἔσαι ἐπὶ τῶ ἀ-
ριθμῶ προσκειμένων τε ἢ μὴ προσκειμένων τῶν ζήρων,
καὶ ἐπομένως ἢ αὐτὴ σημασία.

Λημμάτιον.

Ἐὰν ἀπότινος ἀριθμῶ συνισαμένου ἐκ μονάδος
ζήρων ἀστίων τῶ πλήθει τὸ ἡμισυ τέτων ἀφαι-

ρεθῆ, ὁ ἐναπολειφθεὶς ἔσαι τετράγωνος ῥίζα τῆ αὐ-
 τῆ ἀριθμῶ· οἷον ἐπὶ τῆ α 10000, ὁ β 100·
 κατὰ γὰρ τὰ εἰρημένα περὶ πολλαπλασιασέως ἀριθμῶν,
 ἐπεὶ εἴτε ὁ β, ἐφ' ἑαυτὸν πολλαπλασιασθῆ, εἴτε τῷ
 αὐτῷ β, δύο ζῆροι προσεθῶσι, τὸ αὐτὸ γενήσεται,
 εὐδῆλον, ὅτι ὁ α, ἐστὶν ὁ ἀπὸ τῆ β, τετράγωνος,
 καὶ ἐπομένως ῥίζα αὐτῆ ὁ β.

Τῆτων ἔτω κεμένων ῥάδιον ἀπὸ παντὸς δεκαδι-
 κῆ κλάσματος τὴν τετράγωνον ῥίζαν ἐξαγαγεῖν.
 Εἰ μὲν ἔν τὸ δοθὲν κλάσμα τὰς ἐπικειμένας γραμ-
 μὰς τῆ ἐσχάτη αὐτῆ κύφρα ἀρετίας ἔχει, οἷον ἐστὶ
 τὸ α, ἐξαχθῆτω ἐκ
 τῆ α, ὥστε καὶ ἀκέ- α. 240'1'', (49' β.
 ραιος ἦν ἀριθμὸς ἡ αὐ-
 τῆ ῥίζα ὁ β, καὶ τῆ 2401 γ. 49 ε.
 ἐσχάτη αὐτῆ κύφρα 100 δ. 10 ζ.
 ἐπικείδω τὸ ἡμισυ
 τῶν γραμμῶν τῆς ἐσχάτης κύφρας τῆ α, καὶ ὁ β,
 ἔσαι ἢ ζητεμένη ῥίζα.

Εἶδε ταύτας ἔχει
 περιττὰς οἷον τὸ η, η. 20'2''5'''.
 προσκείδω τῷ ζῆρος
 μετὰ τῶν ἀναλόγων Δ. 20'2''5'''0'''' . κ (14'2''
 γραμμῶν, ἵνα γένων-
 ται ἀρετιαί, ὡς ἐπὶ τῆ Δ, καὶ τὰ λοιπὰ γενέσθω ὡς
 πρότερον καὶ ἔσαι ῥίζα τῆ Δ, τὸ κ, κλάσμα· δεικ-
 νυται τὸ πρῶτον· τὸ γδ, κλάσμα ἔ ὁ μὲν ἀριθμη-

τῆς σύγκειται ἐκ τῶν αὐτῶν κύφρων ἐξ ὧν ἢ ὁ α, ὁ δὲ παρωνυμῶν ἔχει ζήρεσ ἰσαριθμοὺς ταῖς ἐπιτε-
 μέναις γραμμαῖς τῇ ἰσχύτῃ κύφρᾳ τῷ α, ἴσον ἐστὶ
 τῷ αὐτῷ α, εἰάν δὲ ζητηθῇ ἡ τετραγώνος ῥίζα τῷ
 γδ, κλάσματος, δοθήσεται τὸ εζ, κλάσμα ἐξαγο-
 μένης τῆς ῥίζης τῷ γ, καὶ δ, τῷ μὲν γ, ὡς ἐπὶ
 τῶν ἀνεραίων ἀριθμῶν, τῷ δὲ δ, κατὰ τὸ προεκ-
 τεθέν λημματίον· ἢ ἐπομένως ἔσται τὸ αὐτὸ εζ,
 κλάσμα ῥίζα ἢ τῷ α, τὸ δὲ εζ, ἴσον ἐστὶ τῷ β,
 ἔχει γὰρ ὁ β, τὰς αὐτὰς κύφρας τῷ εζ, τὰς ἐν
 τῷ ἀριθμητῇ, καὶ γραμμὴν μίαν ἐπιτεμένην, ὡς-
 σπερ ἢ ὁ παρωνυμῶν τὸ εζ. Ζήρον ἔνα, ἥτοι τὸ
 ἡμισυ τῶν γραμμῶν τῷ α, τῶν ἐπιτεμένων τῇ ἰ-
 σχύτῃ αὐτῷ κύφρᾳ ὁ β· ἄρα ῥίζα ἐστὶ τῷ α.

Δείκνυται τὸ δεύτερον, ὁ ς, ἴσος ἐστὶ τῷ η, κατὰ τὸ ἀνωτέρω ἀξίωμα, τῷ δὲ ς, ῥίζα ὁ κ, κατὰ τὰ προαποδεδειγμένα, ἄρα ὁ κ, ῥίζα τῷ η.

Περὶ εὐρέσεως τῆς προστεχέσεως ῥίζης
 τῇ ἀληθεῖ ζητημένη τετραγωνικῇ
 ῥίζῃ.

Εἰάν ἐπὶ τῆς ἐξαγωγῆς τῆς τετραγωνικῆς ῥί-
 ζης μετὰ τὴν ἰσχύτην ἀφαίρεσιν μηδὲν ἐναπολειφ-
 θῇ, ἡ εὐρεθεῖσα ῥίζα ἔσται ἡ ζητημένη καὶ ἀλη-
 θής· εἰδὲ ἐναπολειφθῇ τι, εἰδέποτε εὐρεθήσεται ἡ

τοιαύτη ἔριζα ὡς καὶ πρότερον εἴρηται· εὐρεθείη
μέντοιγε ἢ προσεχεζέριζα ταύτη τὸν τρόπον τῶτον.

Δεδόσθω ᾱ α. 2507.

ῥιθμὸς ὁ α, καὶ β. 50', 0'' 6''' ε, μ 25' 0' 0'.
ἐπεὶ τῆς ἔριζης δ. 2507, 0' 0'', 0''' 0''''.

αὐτῷ β, ἐξαχ- β γ
θείσης ἐναπολέ- δ. 250' 7'', 0''' 0'''' 0'''''' 0''''''''
λειπταὶ ὁ γ, προ-

σκέσθωσαν τῷ α, τινὲς δυάδας ζήρων δεκαδικῶν αὶ
β, καὶ γ, ἵνα γένηται ὁ δ, ὅς γενήσεται κἂν ὁ αὐ-
τὸς α, ἐπὶ δύο δεκαδικὰς τετραγώνους ἀριθμὸς πολ-
λαπλασιασθῆ οἷος ἐστὶν ὁ 100, καὶ ὁ 10000, καὶ ἀπὸ
τῷ δευτέρου δ, ἐξαχθήτω ἢ τετράγωνος αὐτῷ ἔρι-
ζα συνεχιζομένης τῆς πράξεως, καὶ αὐτὴ προσευρεθεῖ-
σαι, κύφου ε, προσκείσθωσαν ταῖς ἐξ ἀρχῆς β,
καὶ τὸ ὅλον βε, ἴσαι ἢ μᾶλλον προσεγγιζέσθαι ἔριζα
τῇ ἀληθεῖ.

Ἐπὶ τῷ αὐτῷ γὰρ ὑποδείγματος τετράγωνον
τὸ ἀπὸ τῷ β, ἐστὶ τὸ μ, ὅπερ ἐλλείπει τῷ η, τῷ θ,

α. 2 5 0 7,	β. 50,	μ. 2 5 0 0
	0' 0'' 0''' 0''''	0' 6'' ε η. 2 5 0 7''
δ. 250' 7' 0'' 0''' 0'''' 0''''''	β. 50', 0' 6'' ε	μ. 2 5 0' 0''
κ. 250' 6' 0'' 0''' 0'''' 3' 6''''		0 0' 07'' θ
λ. 9 9 6 4		

τὸ δὲ ἀπὸ τῷ βε, ἐστὶ τὸ κ, ἐλλείπον τῷ δ, τῷ λ,
ὅτι δὲ ὁ λ, ἐλάττων ἐστὶ τῷ θ, πρόδηλον· καὶ γὰρ

αί κύφρου τῆ κ, ταῖς, αἷς συσοιχῆσι, τῆ δ, εἰσὶν ὁμοειδεῖς· εἰδὲ βάλει ἢ ἄλλην ῥίζαν εὔρεσιν μᾶλλον τῆς βε, προσεγγίζουσαν τῇ ζητημένῃ, πρὸς θες τῷ α, πλείως δυάδας ζήρων, ἢ ἔτω προῖων ἐπ' ἄπερον εὐρήσεως ἄλλην μᾶλλον τῆς προτέρας προσεγγίζουσαν, ἔδοκότε δὲ τὴν ζητημένῃν.

Περὶ ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς ῥίζης ἀλγεβρικῶς.

Ὡς περ ἐπὶ τῆς εὐρέσεως τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης δέον ἦν εἰδέναι ἐκ πόσων, ἢ ὁποίων μερῶν συνέστηκε τὸ τῆς διμερῆς ῥίζης τετράγωνον, τότε τῆς τριμερῆς, ἢ ἀπλῶς εἰπεῖν πολυμερῆς, ἔτω ἢ ἐπὶ τῆς κυβικῆς ἐκ πόσων ἢ ὁποίων μερῶν συνίσταται ὁ τῆς διμερῆς ῥίζης κύβος, ὁ τῆς τριμερῆς, ἢ ἐνὶ λόγῳ ὁ τῆς πολυμερῆς· ὁ μὲν ἂν τῆς διμερῆς ῥίζης κύβος συνίσταται ἢτε δύο κύβων τῶν γινομένων ἀπὸ τῶν τῆς ῥίζης τμημάτων, ἢ ἐξ παραλληλοπιδῶν, ὧν τὰ μὲν τετὰ βάσιν ἔχει καθεύαστον τὸ τῆ πρώτου τμήματος τετράγωνον, ἢ ὕψος τὸ δεύτερον τμήμα, τὰ δὲ λοιπὰ βάσιν τὸ τῆ δευτέρου τμήματος τετράγωνον, ἢ ὕψος τὸ πρῶτον τμήμα· ἄπερ ἀκριβῶς ἂν ὀφθεῖν ἀνισαμένε εἰς τερεῖον σχῆμα τῆ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης κύβου· αὐτὰ δὲ ταῦτα κατάδηλα ἔσαι ἢ διὰ τῶν στοιχείων· ἔσω γὰρ ῥίζα διμερῆς ἢ $\alpha + \beta$, καὶ γενέσθω ὁ ἐξ αὐτῆς κύβος $\alpha\alpha\alpha + 3\alpha\alpha\beta + 3\alpha\beta\beta + \beta\beta\beta$ · ἰδὲ δὴ κἀνταῦθα παρίσανται σαφῶς, οἷτε

τῶν μερῶν κύβοι, καὶ ἕξ παραλληλεπίπεδα, καὶ τῶν μὲν τριῶν πρώτων ἕκασον ἴσχηκε βάσιν μὲν τὸ πρῶτον τμήματος τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ δεύτερον, τῶν δὲ λοιπῶν τριῶν ἕκασον βάσιν μὲν τὸ τῷ δευτέρῳ τμήματος τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ πρῶτον, ἐξ ὧν ἡσχηται ἡ ἔφοδος τῆς ἐξαγωγῆς τῆς κυβικῆς ἕξης.

Δεδοσθω γὰρ κύβος ὁ $\chi\chi\chi + 3\chi\chi\gamma + 3\gamma\gamma\chi + \gamma\gamma\gamma$. καὶ ζητήσθω ἡ κυβικὴ τέταρτη ῥίζα· καὶ ἐπεὶ κατὰ τὰ ἐρημένα τὸ $\chi\chi\chi$, παρίσχησι τὸν κύβον τῷ πρώτῳ μέρει τῆς ζητημένης ῥίζης, ῥίζα δὲ κυβικὴ αὐτῷ εἰσὶν ὁ χ , ἄρα ὁ αὐτὸς χ , εἶσαι καὶ πρῶτον μέρος τῆς ῥίζης· ταῦτ' ἄρα κείσθω ὁ χ , ὡς πρῶτον αὐτῆς μέρος· ἀφαιρεθέντος δὲ τῷ ἐξ αὐτῷ κύβῳ ἀπὸ τῷ δοθέντος κύβου, λείπεται τὸ $3\chi\chi\gamma + 3\gamma\gamma\chi + \gamma\gamma\gamma$, ἐν ᾧ περιέχεται τὰ τρία παραλληλεπίπεδα ὧν ἕκασον βάσιν μὲν ἔχει τὸ τῷ πρῶτου τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ δεύτερον· διαιρεμένων δὲ τῶν ἐπὶ τὸν $3\chi\chi$, ἐξαχθήσεται ὁ γ , δεύτερον μέρος ζητημένης ῥίζης· ἢ προσκειμένῳ τῷ χ , συμπληρῆται ἡ ὅλη ῥίζα τῷ δοθέντος κύβου ἢ $\chi + \gamma$ · δεῖ δὲ προσεῖναι ἐτι τῷ δοθέντι κύβῳ τὸν τε τῷ δευτέρῳ μέρει κύβον καὶ τρία παραλληλεπίπεδα ὧν ἕκασον βάσιν μὲν ἔχει τὸ τῷ δευτέρῳ μέρει τετράγωνον, ὕψος δὲ τὸ πρῶτον· ἀλλὰ καὶ ταῦτα καθορᾶται ἐπ' αὐτοῦ ἀφαιρεθέντων τῶν πρὸ αὐτῷ ἀπὸ τῷ ὅλου· ἢ $\chi + \gamma$ ἄρα εἰσὶν ἡ ζητημένη ῥίζα τῷ δοθέντος κύβου.

Τὸν αὐτὸν τρόπον δοθέντος κύβου, ὅς ἂν συ-
 σαίη ἐκ τριμερῆς ῥίζης, ἢ τετραμερῆς, καὶ ἀπλῶς
 εἰπεῖν πολυμερῆς, εὐρεθήσεται ἡ ῥίζα ὅποια ποτ' ἂν
 εἴη εἶδος, εἰάν ἐξετάσωμεν ἀκριβῶς τὰ μέρη ἐξ ὧν
 ὁ δοθεὶς συνέστηκε κύβος.

Περὶ ἑξαγωγῆς κυβικῆς ῥίζης Ἀριθ- μητικῶς.

Ἄλλ' ἵνα καὶ ἀριθμητικῶς τὴν ῥίζαν τῆ διδο-
 μένου κύβου εὕρισκειν ἔχωμεν, πρὸ πάντων δεόν σκο-
 πεῖν, ἐκ πόσων ἂν συσαίη κυφρῶν ἡ ζητημένη ῥίζα
 τῆτε δὲ τευξόμεθα εἰδότες μέχρι πόσων κυφρῶν ἄ-
 νεισιν ἑκάστη τῶν μεγίστων ῥιζῶν· ἡ μὲν ἔν μείστω
 τῶν μονομερῶν ἧτις ἐστὶν ὁ 9, ἄνεισιν ἄχρι τῶν
 τριῶν, ἡ δὲ μείστω τῶν διμερῶν ὁ 99, ἄχρι τῶν
 ἑξ, ἡ δὲ μείστω τῶν τριμερῶν ἄχρι τῶν ἑνέα, καὶ
 αἱ λοιπαὶ ἀναλόγως· αἶ γὰρ τὸ πλῆθος τῶν κυφρῶν
 τῆ κύβου μέχρι τῆ τριπλασίως χωρεῖ τῶν κυφρῶν τῆς
 ῥίζης, καὶ ὑδέποτε ὑπερεκπίπτει τῆτε· ἐξ ὧν συνι-
 δεῖν ἔξομεν, ὡς εἶγε ὁ δοθεὶς κύβος ἐκ πλείονων
 ἢ τριῶν κυφρῶν συνίσταται, ἡ ῥίζα τῆτε ἔσαι μεί-
 ζων, ἢ μονομερῆς· εἶδὲ ἐκ πλείονων ἢ ἑξ, μείζων ἢ
 διμερῆς, εἶδὲ ἐκ πλείονων ἢ ἑνέα, μείζων ἢ τρι-
 μερῆς.

Τῷ βελομένῳ τοίνυν γνῶναι ποσαμερῆς ἂν εἴη
 ἡ ζητημένη ῥίζα τῆ δοθέντος κύβου, διαίρετέον τὰς

κύφρας τῆς εἰς μέρη, ἢ δοτέον ἐκάσῳ μέρει ἀνά
 τρεῖς κύφρας ἀρχομένῳ δεξιόθεν· ὅσα γὰρ ἂν ὡς
 τὰ μέρη, τοσαῦται καὶ αἱ κύφραι τῆς ῥίζης ἔσον-
 ται, πλην ὅτι ἕκ ἐπὶ πάντων τὰ μέρη πάντα ἐκ τρι-
 ῶν συνίσταται κυφρῶν· ἐπ' ἐνίων γὰρ τὸ τελευταῖον
 ὁμοίως τοῖς πρὸ αὐτῶν ἐκ τριῶν σύγκειται, ἐπί τινων
 δὲ ἐκ δύο, ἢ ἐπ' ἄλλων ἐξ ἑνὸς μόνου, ὡς ἐπὶ τῶν
 α, β, γ, εἰς ἰδεῖν κύβων.

α. 357,911.

β. 32,768.

γ, 3, 456, 789, 100, 113, τῶ μὲν ἔν α, καὶ
 β, αἱ ῥίζαι εἰσι διμερεῖς, ὡς εἰς δύο μέρη διαιρεμέ-
 νων τῶν συμπληρησῶν αὐτῆς κυφρῶν, τῶ δὲ γ,
 πενταμερῆς εἰς πέντε διαϊρεμένων.

Πρὸς τὸ γίνεσθαι δὲ κατάλληλον τὴν θέσει τῶν
 τῶ κύβων μερῶν, ἅπερ ἔχ ὑπάρχει ὡς περ ἐπὶ τῶν
 σοιχείων διακεκριμένα καὶ εὐκρινῆ, ἀλλὰ συμπε-
 πλεγμένα καὶ σύμμικτα, ἐπισησαὶ προσήκει, ὅτι ἔ
 ἀπὸ μονάδων κύβος μονάδων εἰς παρακτικός.

Ὁ ἀπὸ δεκάδων, χιλιάδων.

Ὁ ἀπὸ ἑκατοντάδων, μιλιοῦτων.

Τετράγωνον μονάδων ἐπὶ δεκάδας πολλαπλασισθὲν πα-
 ρέξει δεκάδας·

δεκάδων ἐπὶ μονάδας, ἑκατοντάδας.

ἑκατοντάδος· ἑκατοντάδα χιλιάδος.

Κεῖσθω τοίνυν ἐξαγαγεῖν τὴν ῥίζαν τῆς δ, κύβου· διαιρεθήτωσαν αἱ κύφραι τέττε εἰς μέρη ὡς εἴρηται· καὶ ἐπει δὺο τὰ μέρη τῶν κυφρῶν εὐρίσκεται, ἔσται πάντως ἡ ζητούμενη ῥίζα διμερής· ἀλλ' ἵνα ἡ πρώτη αὐτῆς κύφρα εὐρεθῆ σκεπτέον εἰ τὸ τελευταῖον μέρος κύβου ἐστὶ εἰ γὰρ τῆτο, πρώτη τῆς ῥίζης κύφρα

$$\begin{array}{r}
 \delta. \quad 12,167 \quad (23 \epsilon. \\
 \zeta. \quad 8 \\
 \hline
 \eta. \quad 4,167 \\
 \theta. \quad 12 \\
 \hline
 \kappa. \quad 36 \\
 \lambda. \quad 54 \\
 \quad \quad 27 \\
 \hline
 \mu. \quad 4167 \\
 \hline
 \quad \quad \quad 0
 \end{array}$$

ἡ αὐτοῦ ἂν εἴη ῥίζα· εἰ δὲ οὐ κύβος ὡς ἐνταῦθα, ὁ γὰρ 12, οὐ κύβος, εὐρεθήτω ἐν τῷ κανονίῳ ὁ προσεχέστερος τῷ 12, κύβος ὃς ἐστὶν ὁ 8, ῥίζα δὲ τούτου ὁ 2, τεθήτω πρῶτον ὁ μὲν 8, ὑπὸ τὸν 12, ὁ δὲ 2, ἐνθα τὸ ε, καὶ ἀφαιρεθήτω ὁ 8, ἀπὸ τοῦ 12, καὶ τὸ ἐναπολειφθὲν ἦτοι ὁ 4, γραφήτω ἐνθα τὸ η, ὑπὸ τὸν 8· δεύτερον προσεθήτω τῷ 4, τὸ δεύτερον μέρος ἦτοι ὁ 167, καὶ ἐπει ἀφαιρεθῆντος τῆς 8, κύβου, κεῖται πρὸ τῶν ἄλλων τὸ τρεῖς ὑπὸ τῆς τετραγώνου τῆς πρώτης κύφρας τῆς ῥίζης, καὶ τῆς δευτέρας περιεχόμενον παραλληλεπίπεδον, εἰ καὶ μὴ διακριδὸν ὡς ἐπὶ τῶν σοικείων, ἵνα εὐρεθῆ καὶ ἡ δευτέρα τῆς ῥίζης κύφρα, διαιρετέον τὸν 4, τὸ ἐναπολειφθὲν ἐκ τῆς ἀφαιρέσεως τῆς 8, καὶ τὴν πρώτην κύφραν τῆς προσκειμένου αὐτῷ τρεῖσι τὸν 41, ἐπὶ τὸ τριπλῆν τετραγώνον τῆς 2, ὃ ἐστὶν ὁ 12, καὶ τὸ πηλίκον ὁ 3, ἡ δευτέρα ἐστὶ τῆς ῥίζης κύφρα· ἀλλ'

ἔπει εἰσέτι ἐν τῷ αὐτῷ η, περιέχεται ἢ τὸ τρεῖς ὑπὸ
 τῆ τετραγώνῃ τῆς δευτέρας καὶ τῆς πρώτης περιε-
 χόμενον παραλληλεπίπεδον, ἢ ὁ κύβος τῆς δευτέ-
 ρας, ἂν ταῦτα συνάψαντες ἀφείλωμεν τὸν ἐξ αὐ-
 τῶν ἀπὸ τῆ η, καὶ μετὰ τὴν ἀφαίρεσιν ἔδεν ἑνα-
 πολειφθῆ, εὐδὴλον ὅτι ὁ δ, ἀριθμὸς κύβος ἐστὶ, καὶ
 ῥίζα αὐτῆ ὁ ε· συναφθῆτω δὴ ὁ 36, ὅς ἰσοδυνα-
 μεῖ τῷ 3600, ἦτοι τῷ τρεῖς ὑπὸ τῆ τετραγώνῃ τῆς
 πρώτης κύφρας τῆς ῥίζης, λέγω τῆ 2, ἢ τῆ 3,
 τῆς δευτέρας περιεχομένῳ παραλληλεπίπεδῳ τῷ τε
 54, ἰσοδυναμῶντι τῷ 240, ἦτοι τῷ τρεῖς ὑπὸ τῆ
 τετραγώνῃ τῆ 3, καὶ τῆ 2, καὶ τῷ 27, τῷ τῆ
 3, κύβῳ, καὶ ἐξ αὐτῶν 4167, ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ
 τῆ η, ἢ ἔπει ἔδεν ἑναπολέλειπται, κείσθω ζῆρος, δι-
 ᾧ παρίσταται τὸν δ, εἶναι κύβον· ὡσαύτως κἂν πλείω
 ᾧσι τὰ μέρη συνεχιζομένης τῆς πράξεως, ἢ ζητη-
 μένῃ εὐρίσκεται ῥίζα· ἂν δὲ μετὰ τὴν ἐσχάτην
 ἀφαίρεσιν ἑναπολειφθῆτι, ὁ δοθεὶς ἢ κ ἂν εἴη κύ-
 βος· ἢ δὲ εὐρεθεῖσα ῥίζα τῆ προσεχῆς αὐτῷ κύ-
 βῳ ὑπάρχει ῥίζα· ἐκεῖνι δὲ ἔδεποτ' ἂν εὐρεθεῖν
 ἐν ἀριθμοῖς διὰ τὸ μὴ εἶναι ῥητὴν· δυνατόν μὲν
 τοι ὡς περὶ ἢ ἐπὶ τῶν μὴ τετραγώνων διὰ τῶν δε-
 καδικῶν κλασμάτων τὴν προσεχεσέεαν ῥίζαν τῆ ζη-
 τημένῃ εὐρίσκειν, ἢ τῷτο ἐπ' ἀπειρον, πλὴν ὅτι
 ἐπ' ἐκείνων δυάδας ἔδει προσκεισθαι ζῆρων δεκαδι-
 κῶν, ἐπὶ τῶτων δὲ τριάδας, ὁ ταυτὸν ἐστὶ τῷ πολλα-
 πλασιάζειν τῆς ἀμοιρῆντας ῥιζῶν κυβικῶν ἀριθμὸς
 ἐπὶ δεκαδικῆς κύβου.

Περὶ συνθέτων προβλημάτων.

Εἴρηται μὲν πρότερον ὅτι τῶν προβλημάτων τὰ μὲν εἰσὶν ἀπλά, τὰ δὲ σύνθετα· ἀλλὰ τὰ εἶδη τῶν συνθέτων διάφορα ὑπάρχουσι· ἐφ' ὧν γὰρ τὸ ἀδήλων τινὸς σημαντικὸν φοιχεῖον τῆς κατ' αὐτὸ ἰσώσεως, ἐπὶ τὴν δευτέραν δύναμιν, εἴτεν τετράγωνον ἀνεῖσι, βαθμοδείκτην ἔχον τὸν 2, δευτέρου βαθμοῦ προσαγορεύονται τὰ τε τοιαῦτα προβλήματα, καὶ αἱ κατ' αὐτὰ ἰσώσεις· ἐφ' ὧν δὲ ἐπὶ τὴν τρίτην, εἴτεν κύβον βαθμοδείκτην ἔχον τὸν 3, τρίτου βαθμοῦ, καὶ τετάρτου, καὶ πέμπτου, ἢ ἄλλου τινὸς, εἴγε ἐπὶ τὴν τετάρτην καὶ πέμπτην, ἢ ἄλλην τινὰ δύναμιν τὸ φοιχεῖον ἀνέλθῃ· ἡμῖν μὲντοι ἐπὶ τῷ παρόντος πρόκειται περὶ τῶν τῷ δευτέρου βαθμοῦ διαλαβεῖν ὤρισμένων τε, καὶ ὠρίσων.

Περὶ ἀναλύσεως προβλημάτων ὠρισμένων βαθμοῦ δευτέρου.

Κατὰ τῶν ὡς περὶ καὶ ἐπὶ τῶν ἀπλῶν χρησόμεθα τῇ πρώτῃ, καὶ δευτέρῃ καὶ τρίτῃ πράξει τῆς ἀναλύσεως, τὰς ὑποθέσεις θεωρήμενοι, καὶ τὰ φοιχεῖα προσοικειῶντες, καὶ τὰς ἰσώσεις ἀνιχνεύοντες· τὴν δὲ τετάρτην πράξιν περανῶμεν διὰ τῶν ἐξῆς κανόνων.

Κανὼν πρῶτος.

Πρῶτον μεταποιηθείσης τῆς ἰσώσεως κατὰ τὰ πρότερον εἰρημέναι, ὡς ἐν θατέρῳ μέρει ταύτης κείσθαι πρὸ πάντων τὸ ἔχον τὸν βαθμοδείκτην σοιχεῖον, ἀπολλαπλασιάζοντε καὶ ἀδιαίρετον, ἐχομένως δὲ τὰ ἀπλᾶ, καὶ ὁμοειδῆ αὐτῷ σοιχεῖα, εἶγε τύχῳσιν ὄντα, καὶ ἑαυτὰ ἢ μετ' ἑτέρων, ἐν δὲ τῷ ἑτέρῳ τὰ τῶν δῆλων σημαντικά· καὶ ἀποβληθέντων κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τῷ προβλήματι τῶν ἑτεροειδῶν ἐκείνω, ἀδήλων μέντοι σημαντικῶν, εἶγε εὐρεθῶσι, καὶ τοιαῦτα ἐπὶ τῆς ἰσώσεως, σκεπτέον ἐπιμελῶς προσκείσθαι αἰὲ τῷ τὸν βαθμοδείκτην ἔχοντι σοιχεῖο τὸ τῆ πλεονασμῆ σύμβολον· ἀνεπίδεκτον γὰρ ἐστὶ πᾶν τετράγωνον συμβόλου λείψεως, καὶ τὸν πρῶτον αὐτῷ ἀποκληθεῖσθαι τόπον, ἐν ᾧ μέρει ἀνήκει τῆς ἰσώσεως· οἷον εἰάν διὰ τῆς τρίτης πράξεως τοιαύτη γένηται ἰσῳσις $4\alpha\chi = 2\beta - 2\chi^2$ μεταποιηθήσεται ἔσχατον εἰς τὴν δὲ $\chi^2 + 2\alpha\chi = \beta$.

Κανὼν δεύτερος.

Τῶν γενομένων, εἰάν ἐν θατέρῳ μέρει τῆς ἰσώσεως εὐρεθῆ κείμενον τὸ ἀδήλου τινὸς παραστατικὸν σοιχεῖον καὶ ἑαυτὸ, ἔχον προσκείμενον αὐτῷ καὶ βαθμοδείκτην, ῥαδία ἔσαι ἢ ἐπίλυσις· τῇ ἐξαγωγῇ τῆς τετραγωνικῆς ῥίζης ἐκατέρωθεν· πλὴν ὅτι, ἐπὶ μὲν τῆ ἔχοντος τὸν βαθμοδείκτην σοιχεῖου ἐνεργεῖα ἀποτελεῖσθαι χεῖρ, ἐπὶ δὲ τῆ ἑτέρῃ, τέως

μὲν παρίσασθαι διὰ τῆς προσθήκης ταυτὶ τῷ συμβό-
 λῳ $\sqrt{\quad}$, ἢ οἶονεὶ θυνάμει τὴν ἔξαγωγήν τῆς ἑξίσως
 παρεμφαίνεσθαι· οἷον ἐπὶ τῆς δε τῆς ἰσώσεως $\chi^2 =$
 $\alpha - \beta$, εἰς τὴν δε $\chi = \sqrt{\alpha - \beta}$.

Κανὼν τρίτος.

Ἐὰν δὲ ἀποτελεσματισθείης κατὰ τὸν πρῶτον
 κανόνα τῆς ἰσώσεως, ἔντινι μέρει αὐτῆς εὐρεθῆ τὸ
 τοῖστων σοιχεῖον, πρὸς τάτω δὲ ἢ ἕτεροι ὄροι ἐν οἷς
 τὸ αὐτὸ σοιχεῖον ἀπλῶν πρόσκειται, ὡς ἐστὶν ἰδεῖν ἐπὶ τῷ
 ὑποδείγματος τῷ πρῶτῳ κανόνος, ἔχαλεπὸν ἐσι γνῶ-
 ναι, ὅτι τὸ μὲν χ^2 ὑπάρχει τὸ πρῶτον μέρος, εἴτεν
 τετράγωνον τῷ ἐν διμερῆς ἑξίως τετραγώνῳ, ὅπερ
 σημαίνεται ἐν τῇ διὰ σοιχείων κατασκευῇ τῷ τε-
 τραγώνῳ διὰ τῷ α^2 , οἱ δὲ προσκειμένοι αὐτῷ ὄροι,
 ἐν οἷς τὸ αὐτὸ σοιχεῖον πρόσκειται ἀπλῶν, τὸ ἕ-
 τερον μέρος τῷ τετραγώνῳ σημαίνόμενον ἐν τῇ ἀν-
 τῇ κατασκευῇ, διὰ τῷ $+ 2\alpha\beta$, ἢ $- 2\alpha\beta$,
 καὶ ἐπομένως, ὅτι τῷ αὐτῷ μέρει τῆς ἰσώσεως
 ἐνδεὶ τὸ δεύτερον τετράγωνον τῆς διμερῆς ἑξίως,
 τῆσιν τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρῳ σοιχείου ταύτης, καὶ
 τὸ μέρος ἐκεῖνο ὑπάρχειν τετράγωνον κολοβόν· οἷον
 ἐπὶ τῆς δε τῆς ἰσώσεως $\chi^2 - 4\alpha\chi = 2\beta - 4\alpha^2$,
 τὸ μὲν χ^2 λογισθήσεται πρῶτον μέρος τῷ ἀπὸ ἑξί-
 ως διμερῆς τετραγώνῳ, τὸ δὲ $- 4\alpha\chi$, δεύτερον,
 ὅπερ σημαίνεται διὰ τῷ $- 2\alpha\beta$, ἐν τῇ κατασκευῇ
 ταῦτ' ἄρα τὸ πρῶτον τῆς ἰσώσεως ταύτης μέρος τὸ
 $\chi^2 - 4\alpha\chi$, ἔσαι τετράγωνον κολοβόν ἑξίως διμε-
 ρῆς,

ρῆς, ἐνδέοντος μόνε τῷ τετραγώνῳ, τῷ δευτέρῳ μέρους τῆς ῥίζης, ὃ σημαίνεται διὰ τῷ β² εἰς συμπλήρωσιν τῷ ὅλῳ τετραγώνῳ, ἢ γενέσθαι χρεῶν εἰς εὐρεσιν τῆς σημασίας τῶν ἐν τῇ Ἰσώσει ἀγνωσμένων· ἀλλὰ πρὸ τῷ ἐγχερῆσαι τῇ τοιαύτῃ συμπληρώσει περαινομένη διὰ τῶν ῥίζης τετάρτης καὶ πέμπτης κανόνων, ἐξαχθῆτω πρῶτον ἡ τετράγωνος ῥίζα τῷ πρώτῳ μέρει τῷ ὅλῳ τετραγώνῳ τῷ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης συνισαμένου, οἷον ἐνταῦθα παρίσεται τὸ χ^2 , καὶ ἡ εὐρεθεῖσα ἔσται πρῶτον μέρος τῆς διμερῆς ῥίζης, ἀφ' ἧς συνίσεται τὸ ὅλον τετράγωνον· δεύτερον, διαιρεθῆτω τὸ ἕτερον μέρος τῷ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης τετραγώνου ἐπὶ τὸ διπλάσιον τῷ πρώτῳ μέρει τῷ αὐτῷ ὡς ἐπὶ τῷ παρόντος τὸ — $4\alpha\chi$ ἐπὶ τὸ — 2χ , καὶ τὸ πηλίκον 2α ἔσται δεύτερον μέρος τῆς διμερῆς ῥίζης· τελευταῖον σημεωθῆτω ἢ τε διμερῆς αὐτῆ ῥίζα, καὶ τὸ δεύτερον αὐτῆς μέρος τετραγωνιῶδέν, οἷα εἰσὶν ἐπὶ τῷ προκειμένῳ ὑποδείγματος ἡ $\chi - 2\alpha$ ῥίζα, καὶ τὸ $4\alpha^2$ τὸ δεύτερον αὐτῆς μέρος τετραγωνιῶδέν.

Κανὼν τέταρτος.

Πέρασ τέτε λαβόντος σκεπτέον, εἶγε τὸ τετράγωνον τῷ δευτέρῳ μέρει τῆς ἤδη εὐρεθείσης ῥίζης κῆται ἐν τῷ ἑτέρῳ μέρει τῆς Ἰσώσεως, ἐν ᾧ τὰ τῶν δήλων σημαντικὰ σοιχῆα ὑπάρχει καθ' ἑαυτὰ, καὶ ὁποῖον σύμβολον πρόσκειται αὐτῷ· κῆν μὲν κῆται ἔχου τὸ τῆς λαΐφως σύμβολον, μετα-

κομιδῆτω ἐναλλαττομένῃ καὶ τῷ συμβόλῃ, ἐπὶ τὸ ἕτερον τῆς ἰσώσεως μέρος, ἐν ᾧ εἰσι τὰ τῶν ἀδῆλων σημαντικὰ σοιχεῖα· τῆτε γὰρ γενομένου τὸ μέρος αὐτὸ ὀλόκληρον εἶσαι τετράγωνον ἀπὸ ῥίζης διμερῆς ἴδη ποριθεῖσθαι διὰ τῷ τρίτῃ κανόνος· καὶ γὰρ συνέστηκεν ἔκτε τῷ ἀπὸ τῷ πρώτῃ μέρει τῆς ῥίζης τετραγώνῃ, καὶ τῷ διπλασίῃ τῷ πρώτῃ πολλαπλασιαζομένῃ ἐπὶ τὸ δεύτερον, καὶ τῷ ἀπὸ τῷ δευτέρου τετραγώνῃ, ὡς ἐν τῷ ἀρτίως προχειρῶντι ὑποδείγματι, τῆτεσι τῇ $x^2 - 4ax = 2\beta - 4a^2$ ἰσώσῃ. ἐπεὶ τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρῃ μέρει τῆς ῥίζης τετραγώνον ἦτοι τὸ $4a^2$ εὐρίσκειται μετὰ τῶν σημαντικῶν σοιχείων τῶν ἀδῆλων, ἔχειτε προσκείμενον τὸ τῆς λείψεως σύμβολον, μετατίθεται ἀπὸ δευτέρου μέρει τῆς ἰσώσεως ἐπὶ τὸ ἕτερον, καὶ ἀναφύεται ἡτοιαύτη ἰσῶσις $x^2 - 4ax + 4a^2 = 2\beta$, ἧς τὸ πρῶτον μέρος ὀλόκληρον παρῆσθαι τετράγωνον ῥίζης διμερῆς· συνίσταται γὰρ ἔκτε τῷ ἀπὸ τῷ πρώτῃ μέρει τῆς ῥίζης τετραγώνῃ, λέγω τῷ x^2 , καὶ τῷ διπλασίῃ τῷ πρώτῃ ἐπὶ τὸ δεύτερον τοῦ $4ax$, καὶ ἀπὸ τῷ δευτέρῃ τετραγώνῃ ἦτοι τῷ $4a^2$. Ἐπομένως τοίνυν ἐξαχθήτω ἐκατέρωθεν ἡ τετράγωνος ῥίζα· ἀλλὰ τῷ μὲν πρώτῃ μέρει τῆς ἰσώσεως ταύτης ἡ ῥίζα δέδοται ἐν τῷ τρίτῳ κανόνι, τῷ δὲ λοιπῷ προσημαίνεται τέως τὴν ἐξαγωγήν τῆς ῥίζης τὸ τῆς ῥίζης σύμβολον αὐτῷ προσκείμενον· εἴτω γὰρ ἡ προσκετεθεῖσα ἰσῶσις $x^2 - 4ax + 4a^2 = 2\beta$ εἰς ταύτην $x - 2a = \sqrt{2\beta}$ μεταποιηθήσεται, καὶ αὕτη τῇ μεταθέσει τῷ $2a$, ἐξα-

δίως εἰς τὴν $\chi = (\sqrt{2\beta}) + 2\alpha$, ἐν ἣ τὸ τῷ ἀ-
 δήλῳ σοιχείῳ μεμόνωται.

Διώριται δὲ ἀνωτέρω, τῆνικαῦτα μεταπίθεσθαι
 τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρου μέρους τῆς ῥίζης τετραγώνου,
 ἥνικα ἔχει τὸ τῆς λείψεως σύμβολον προσκειμέ-
 νον, καὶ ἐναλλάττεσθαι τὸ σύμβολον· ὅτι, εἰ μὴ τῷ-
 το προσῆ, ἀνοικείως ἔχει πρὸς ὀλοκλήρη τετραγώ-
 νη συμπλήρωσιν· ληφθήτω γὰρ ἡ τοιάδε Ἴσωσις
 $\chi^2 - 4\alpha\chi = 2\beta + 4\alpha^2$ ἐπὶ ταύτης γῶν, εἰ καὶ
 τὸ $+ 4\alpha^2$, ὑπάρχει τῷ ὄντι τετραγώνου τῷ δευτέ-
 ρου μέρους τῆς ῥίζης, μέντοιγε ἐναλλαττομένα τῷ
 συμβόλῳ, καὶ μεταπίθεμένα εἰς τὸ ἕτερον μέρος ὡς
 γενέσθαι ταύτην τὴν ἴσωσιν $\chi^2 - 4\alpha\chi - 4\alpha^2 = 2\beta$,
 ἢ συμπληρῆται τὸ ὅλον τετραγώνου· ἢ γὰρ ἂν εἶη
 τὸ $- 4\alpha^2$, τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρου μέρους τῆς ῥίζης
 τετραγώνου, τῷτο γὰρ τὸ μέρος ἢ τὸ τῆς ὑπέ-
 ρεως, ἢ τὸ τῆς λείψεως σύμβολον ἔξει προσκειμέ-
 νον· ἀλλὰ κατ' ἕτερον τρόπον γένοιτ' ἂν ἀπ' αὐ-
 τῷ τὸ $- 4\alpha^2$, ὡς ὑπαρξῆν ποιήσης τῆς τῶν συμ-
 βόλων ταυτότητος.

Κανὼν ὡμίωτος.

Καὶ ταῦτα μὲν ὀπηνίκα τὸ ἀπὸ τῷ δευτέρου
 μέρους τῆς ῥίζης τετραγώνου κεῖται μετὰ τῷ συμ-
 βόλῳ τῆς λείψεως ἐν τῷ μέρει τῆς ἰσώσεως, ἐν ᾧ καὶ
 τὰ τῶν ἀδήλων σημαντικὰ σοιχεῖα· ἐὰν δὲ γενομέ-
 νης τῆς πράξεως κατὰ τὸν τρίτον κανόνα ἔχῃ ἕτως

εὐρίσκεται, προσκείσθω τὸ τοιοῦτον τετράγωνον ἑκατέρω μέρει τῆς Ἰσώσεως μετὰ συμβόλῃ τῆς ὑπάρξεως· τῆτον γὰρ τὸν τρόπον τότε κολοβὸν τετράγωνον συμπληρωθήσεται, καὶ ἡ ἰσότης τῶν τῆς Ἰσώσεως μερῶν ἀριθμητικῶς σωθήσεται· ἔσω γὰρ ἰσῶσις $x^2 + 2ax = \beta$. ληφθήτω κατὰ τὸν τρίτον κανόνα τὸ x^2 πρῶτον μέρος τῆ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης τετραγώνῃς, καὶ τὸ $2ax$ δεύτερον τῆ αὐτῆ· καὶ ἐπομένως ἔσαι πρῶτον τῆς ῥίζης μέρος τὸ x · εἰ δὲ ἐπι τὸ διπλάσιον αὐτῆ ἦτοι τὸ $2x$ διαιρεθῆ, τὸ $+ 2ax$ ἐξαχθήσεται τὸ δεύτερον μέρος τῆς ῥίζης τὸ $+ a$, ἔ τετράγωνον τὸ a^2 , καὶ ἡ ὅλη ῥίζα ἔσαι $x + a$ · ἐπεὶ δὲ τὸ τετράγωνον a^2 ἔχ εὐρίσκεται ἐν τῇ ἀνωτέρω Ἰσώσει, προσεθήτω ἑκατέρω μέρει τῆς αὐτῆς ἵνα γένηται αὐτῆ $x^2 + 2ax + a^2 = \beta + a^2$ · καὶ ὅτως ἔσαι τὸ πρῶτον μέρος τῆς Ἰσώσεως τὸ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης τῆς $x + a$ ὁλόκληρον τετράγωνον· εἰ δὲ ἐξαχθῆ ἡ τετράγωνος ῥίζα ἑκατέρωθεν, καὶ μετατεθῆ τὸ a , ἔσαι $x + a = \sqrt{\beta + a^2}$, καὶ τελευταῖον $x = \sqrt{\beta + a^2} - a$.

Ἡ δὲ πέμπτη τῆς ἀναλύσεως πρᾶξις καὶ ἐπὶ τῶν παραπλησίως τοῖς ἀνωτέρω γίνεται κυφῶν ἀντισαγομένων ταῖς ἰσώσεσιν· οἷον ἐπὶ τῆς προκειμένης $x = \sqrt{\beta + a^2} - a$ · κείσθω τὸ μὲν $a = 5$, τὸ δὲ $\beta = 24$ · ἔσαι $x = \sqrt{24 + 25} - 5$, ἦτοι $= \sqrt{49} - 5$, ἦτοι $= 7 - 5$, ὃ ἐστὶ $= 2$.

Υποσημείωσις.

Ἐκ τῶν ἤδη εἰρημένων γίνεται φανερὸν τίποτ' ἂν εἴη τετράγωνον κολοβόν, καὶ τότε καὶ ὅπως ἀνσυμπληρωθεῖ· ἀμέλειτοι ἦνίκα ἐπίτινος Ἰσώσεως δευτέρου βαθμοῦ, περὶ γὰρ τῶν ἄλλων ἢ τῆ παρόντος σκοπῆ, κατὰ τὸν ἀνωτέρω πρῶτον κανόνα περανθείσης, θάτερον αὐτῆς μέρος τὸ περιεκτικὸν τῶν ἀδήλων ἐνὸς φημί, ἢ πλειόνων ἀπλῶν περιέχει προτέτι καὶ τετράγωνον τινὸς τῶτων, τὸ μέρος ἐκεῖνο κολοβόν ὑπάρχει τετράγωνον ἕξις διμερῆς· καὶ γὰρ ἐνυπάρχει αὐτῷ τὸ ἀπὸ τῆ πρώτου μέρος τῆς ἕξις τετράγωνον, καὶ τὸ διπλάσιον τῆτε πολλαπλασιαζόμενον ἐπὶ τὸ δεύτερον μέρος τῆς αὐτῆς ἐνδέοντος τῆ ἀπὸ τῆ δευτέρου τετραγώνου ὡς ἐπὶ τῆ τρίτου καθορεῖται κανόνος. Ἐπάναγκες τοίνυν ἐστὶ συμπληρωθῆναι τὸ τοιοῦτον τετράγωνον, ἵνα σωζομένης τῆς ἰσότητος ἦτε ἕξις ἐξαχθῆ, καὶ δι' αὐτῆς ἢ τῆ ἀδήλου σημασία ἀνακαλυφθῆ, ἅπερ ἂν συμβαίη μὴ συμπληρωθέντος τῆ τετραγώνου· ταῦτ' ἄρα εἰς τὴν τῆ τετραγώνου συμπλήρωσιν εὐρίσκειν πρῶτον δέον κατὰ τὸν τρίτον κανόνα τὰ μέρη τῆς ἕξις, καὶ τετραγωνίζειν ἐξ αὐτῶν τὸ δεύτερον, ἔπειτα σκοπεῖν ὑποῖον αὐτῷ σύμβολον πρόσκειται· ἴαν γὰρ τὸ τῆς λείψεως εὐρεθῆ προσκείμενον, κατὰ τὸν τέταρτον συμπληρωθήσεται κανόνα, εἰδὲ τὸ τῆς ὑπάρξεως, κατὰ τὸν πέμπτον.

Περὶ ἐπιλύσεως Προβλημάτων δευτέρας
βαθμῆς.

Ἐπίδειγμα Α'.

Στρατηγοὶ τινὲς εἰς μάχην παρετάξαντο· εἶχε δὲ ἕκαστος στρατιῶτας ὅσοι ἦσαν οἱ στρατηγοί· Πάντες οἱ στρατιῶται ἦσαν 625, εἰπὲ πόσοι ἂν εἶεν οἱ στρατηγοί.

Ληφθήτω ἀντὶ τῆς 625 τὸ α, ἀντὶ τῆς ἀριθμῆς τῶν στρατηγῶν τὸ χ, καὶ ἐπεὶ κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος ἰσάριθμοι οἱ στρατηγοὶ τοῖς στρατιώταις ἕκαστος χωρὶς, ἔσται $\chi^2 = \alpha$, ἀποχρηθῆν κατὰ τὸν τρίτον καὶ ὄνα ἐκατέρωθεν τὴν τετράγωνον ἐξίσαν ἐξαγαγεῖν, καὶ γνωσθήσεται ὁ ζητούμενος ἀριθμὸς· ἔσται γὰρ $\chi = \sqrt{\alpha}$ ἢτοι $= \sqrt{625} = 25$.

Ἐπίδειγμα Β'.

Ἐμπορὸς τις ἐρωτηθεὶς πόσας μὲν αὐτὸς, πόσας δὲ ὁ συνέμπορος ἐκέδησε δραχμὰς, εἶφη· πλεῖον ἐμὲ ἐκείνου τέτταρας δραχμὰς· Ἐὰν δὲ τότε ἐμὸν κέρδος, καὶ τὸ ἐκείνου, τετραγωνίσας πρότερον, συναψῆς, εὐρήσεις δραχμὰς τετρακοσίας· ἀγνοεῖται τὸ κέρδος ἐκατέρω ὃ δὴ καὶ ζητεῖται.

Εἰς εὐρεσιν τῆτων πρῶτον κείσθω ἀντὶ τῆς 4 τὸ α, ἀντὶ τοῦ 400 τὸ β, ἀντὶ τοῦ κέρδους τοῦ

ἐμπίρη τὸ χ , ἢ ἐπομένως τὸ τῆ συνεμπόρη ἔσαι = $\chi + \alpha$ δεαχμαῖς.

Δεύτερον τὸ τετράγωνον τῆ χ ἔσαι = $+\chi^2$,
 ἢ τὸ τετράγωνον τῆ $\chi + \alpha$ = $\chi^2 + 2\alpha\chi + \alpha^2$,
 ἢ ἐπομένως κατὰ τὴν τῆ προβλήματος ὑπόθεσιν,
 $\chi^2 + \alpha\chi + \alpha^2 = \beta$.

Τρίτον κατὰ τὰς ἀνωτέρω κανόνας Ἰτέον ἐπὶ τὴν
 πρῶξιν, ἢ κατὰ μὲν τὸν πρῶτον μετατεθήτω τὸ α^2 , ἢ
 διαιρεθήτω τὸ λοιπόμενον ἐπὶ τὸν 2, ἢ ἔσαι $\chi^2 + \alpha\chi$
 = $\beta - \alpha^2$, κατὰ δὲ τὸν τρίτον κανόνα ληφθή-
 τω τὸ μὲν χ^2 ἀντὶ τῆ πρώτης μέρους, τὸ δὲ $2\alpha\chi$
 ἀντὶ τῆ δευτέρας τῆ ἀπὸ διμερῆς ῥίζης κολοβῆ τετρα-
 γώνου, ἅπερ ἐνδεί τὸ τῆ δευτέρου μέρους τῆς ῥίζης
 τετράγωνον, ὃ δὴ καὶ συμπληρωθήτω τὸν τρόποι
 τοῦτον.

Πρῶτον κατὰ τὸν τρίτον κανόνα εἰλήφθω τὸ
 χ πρῶτον τῆς ῥίζης μέρος, δεύτερον διαιρεθήτω τὸ
 $+ \alpha\chi$ ἐπὶ τὸ διπλάσιον αὐτῆ, ἢ τὸ πηλίκον $+$
 $\frac{\alpha}{2}$ κείσθω δεύτερον τῆς ῥίζης μέρος, ἢ τετράγωνον
 τὸ $\frac{\alpha^2}{4}$ τρίτον, ἢ ἐπει τὸ τοῦτον τετράγωνον ἔκ ἐνυ-
 πάρχει τῶ δευτέρω μέρει τῆς ἰσώσεως, προσκείσθω
 ἑκατέρω μέρει κατὰ τὸν πέμπτον κανόνα ἵνα γένηται
 ἐξ $\chi^2 + \alpha\chi + \frac{\alpha^2}{4} = \frac{\beta - \alpha^2}{2} + \frac{\alpha^2}{4}$, ἔτω γὰρ

τὸ πρῶτον τῆς Ἰσώσεως μέρος συμπληρωμένοι ἔ-
 σαι τετράγωνον, ἢ ῥίζα διμερῆς τὸ $\chi + \frac{\alpha}{2}$, ὡς
 ἐξαγομένης ἐκατέρωθεν τῆς ῥίζης ἔσαι.

$$\chi + \frac{\alpha}{2} = \sqrt{\beta - \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{4}}.$$

κα) μεταθέσει τῆ $\frac{\alpha}{2}$,

$$\chi = \sqrt{\beta - \alpha^2 + \frac{\alpha^2}{4}} - \frac{\alpha}{2}.$$

β) ἀντισαγωγῇ τῶν κυφρῶν κατὰ τὴν πέμπτην πρῶ-
 ξιν τῆς ἀναλύσεως.

$$\chi = \sqrt{\left(\frac{400 - 16}{2} + \frac{16}{4}\right)} - 2.$$

ἦτοι $\chi = \sqrt{196} - 2 = 14 - 2 = 12$,
 ὡς τὸ τῆ ἐμπόρη κέρδος δραχμαὶ 12, ἢ τὸ τῆ συ-
 νεμπόρου $12 + 4 = 16$.

Ἐπόδειγμα Γ'.

Γεωργὸς ὑπὸ τῆ οἰκείᾳ παιδὸς ἐρωτώμενος πό-
 σος μεδίμνων σίτη κατέθετο τῇ γῆ, ἔλεγεν· ὁ ἐμὸς
 σπόρος τῆ σῆ μεδίμνοις ὡπαῖ, ἐλαττῆται τέτταρσι,
 εἰάν δὲ ἕκασος τῶν μεδίμνων ἕς ἑσπειρα, ἀποδῶ ὅσους
 σὺ ἑσπειρας, ἀποκομίσω εἰς τὴν ἀποθήκην μεδίμνους
 165. εἰπὲ πόσος ἐκάτερος ἑσπειρε.

Εἰλήφθω ἀντὶ τῆ 165 τὸ α, ἀντὶ τῆ σπόρος
 τῆ παιδὸς τὸ χ, ἢ ἔσαι ἀντὶ τῆ σπόρος τῆ γεωργῆ
 τὸ $\chi - 4$. ἐπεὶ δὲ εἰάν ἕκασος τῶν μεδίμνων τῆ γεωρ-

γῆ ἀποδῶ ὅσας ἔσπειρεν ὁ παῖς, ἀποκομίσει εἰς τὴν
 ἀποθήκην ὁ γεωργὸς $(\chi - 4) \chi \chi$, τῆτέσι $\chi^2 -$
 4χ , ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος
 $\chi^2 - 4\chi = \alpha$, ἢ ἐπομένως κατὰ τὸν τρίτον κα-
 νόνα τὸ πρῶτον μέρος ταύτης τῆς ἰσώσεως τετρά-
 γωνον κολοβὸν ῥίζης διμερῆς, ἢ τὸ μὲν πρῶτον
 μέρος ὑπάρχει τὸ χ^2 , τὸ δὲ δεύτερον τὸ -4χ
 ἢ τὸ μὲν πρῶτον μέρος τῆς ῥίζης 2χ , τὸ δὲ δέυ-
 τερον τὸ -2 , διαιρεθέντος τῆ -4χ ἐπὶ τὸ 2χ ,
 τῆτε τετράγωνον $+4$, ὅπερ ἑκατέρῳ μέρει προ-
 σεθεῖν κατὰ τὸν πέμπτον κανόνα, συμπληρωθήσεται
 τὸ τετράγωνον, ἢ ἔξομεν ἴσωσιν $\chi^2 - 4\chi + 4 = \alpha + 4$
 ἔξαγομένης τῆς ῥίζης ἔσαι $\chi - 2 = \sqrt{\alpha + 4}$
 μετατιθεμένων τῆ -2 , $\chi = \sqrt{\alpha + 4} + 2$
 ἢ ἐπεὶ τὸ $\alpha = \tau\omega 165$, ἔσαι $\chi = \sqrt{169} + 2 =$
 $13 + 2 = 15$ ὁ σπόρος τοίνυν τῆ μὲν παιδὸς 15,
 τῆ δὲ γεωργῆ 11 μέδιμοι.

Πρόβλημα.

Ἀριθμὸν εὐρεῖν, ὃς συναπτόμενος τῶ ἀπ' αὐ-
 τῆ τετραγώνῳ, δίδωσι τὸν 600.

Ληφθήτω ἀντὶ τῆ 600 τὸ α ἀντὶ δὲ τῆ ζητούμενη
 τὸ χ , ἢ ἔσαι κατὰ τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος
 $\chi^2 + \chi = \alpha$.

ἢ συμπληρωμένῃ τῆ τετραγώνῳ κατὰ τὸν τρίτον καὶ
 πέμπτον κανόνα γενήσεται.

$$x_2 + x + \frac{x}{4} = a + \frac{x}{4}$$

ἐξαγωγή τῆς ῥίζης ἐκατέρωθεν,

$$x + \frac{x}{2} = \sqrt{\left(a + \frac{x}{4}\right)}$$

μεταθέσει τῶ $\frac{x}{2}$, $x = \sqrt{\left(a + \frac{x}{4}\right)} - \frac{x}{2}$
μεταλήψει τοῦ 600,

$$x = \sqrt{\left(600 + \frac{x}{4}\right)} - \frac{x}{2}$$

ἀναλίσει τοῦ αὐτῆ εἰς τὸ ἴδιον κλάσμα
τὸ $\frac{x}{4}$ καὶ συνάψει τῶ αὐτῆ,

$$x = \sqrt{\frac{(2041)}{4}} - \frac{x}{2}$$

ἐξαγωγή τῆς ῥίζης ἐνεργεία,

$$x = \frac{49}{2} - \frac{x}{2} \text{ ἦτοι } 24.$$

Υ' πῶδειγμα.

Νομισμάτων χρυσῶν τε, καὶ ἀργυρῶν προκειμένων ἡρετότις τὸν κεντημένον πόσα μὲν ἂν εἴη τὰ χρυσᾶ, πόσα δ' αὖθις τὰ ἀργυρᾶ. ὁ δὲ ἔφη εἶαν ἀφέλης τὸν ἀριθμὸν τῶν χρυσῶν ἀπὸ τῶ τετραγώνων τῶν ἀργυρῶν ἐναπολειφθήσεται ὁ 395. εἰαν δὲ προσῆς τὸ τετράγωνον τῶν ἀργυρῶν τῶ τετραγώνω τῶν χρυσῶν, γενήσεται ὁ 425, ζητεῖται ἐκατέρων ὁ ἀριθμός.

Εἰς εὐρέσειν τοίνυν τῶν κειθῶ ἀντὶ τῆ 395
 ὁ α , ἀντὶ τῆ 425, ὁ β , ἀντὶ τῶν χρυσῶν τὸ χ ,
 ἀντὶ τῶν ἀργυρῶν τὸ ψ , καὶ ἔσαι κατὰ μὲν τὴν πρῶ-
 τὴν ὑπόθεσιν τῆ προβλήματος $\psi^2 - \chi = \alpha$.
 κατὰ δὲ τὴν δευτέραν $\chi^2 + \psi^2 = \beta$.

καὶ ἐπεὶ δύκεῖται σοιχεῖα τῶν ἀδήλων σημαντικῶν, ἀπο-
 βλητέον τὸ ἕτερον μεταποιηθείσης γὰρ τῆς πρώτης ἰσώ-
 σεως εἰς τὴν δε $\psi^2 = \alpha + \chi$, καὶ τῆς δευτέρας εἰς τὴν
 δε $\psi^2 = \beta - \chi^2$, ἐξ ὧν δύο τῶ ψ σημασίαι πα-
 ρεμφαίνονται, τῇ συνδέσει τῶν ἀποβληθήσεται
 τὸ ψ , καὶ ἔσαι $\alpha + \chi = \beta - \chi^2$.

μεταδέσει δὲ τῶ α , καὶ χ^2 .

$$\chi^2 + \chi = \beta - \alpha$$

συνεχιζομένης δὲ τῆς πράξεως κατὰ τὰς ἀνωτέρω
 κανόνας εὐρεθήσεται τὸ $\chi = τῶ 5$ μεταλήψει δὲ
 τῶν ἐπὶ ταύτης τῆς ἰσώσεως $\psi^2 = \alpha + \chi$, ἔσαι
 $\psi^2 = \alpha + 5$ ἐξ ἧς γνωθήσεται καὶ τὸ ψ εἶναι =
 τῶ 20, τῇ ἐξαγωγῇ τῆς εἰζης ἐνατέρωθεν.

Ἐπιστάσεως δὲ ἄξιον, ὅτι ἐνίοτε ἐπὶ τῆς πρά-
 ξεως συμβαίνει μετάβασις τῆς συνθέτου ἰσώσεως
 καὶ δευτέρου βαθμοῦ εἰς ἀπλὴν, καὶ τριηκῶντα ἕδεμιας
 δεησόμεθα τετραγωνικῆς συμπληρώσεως.

Ζητεῖσθω γὰρ, ὑποδείγματος χάριν, εὐρεῖν
 δύο ἀριθμοὺς οἵτινες συναφθέντες ἀποδώσῃ τὸν
 20, ἢ δὲ διαφορὰ τῶν ἀπ' αὐτῶν τετραγώνων εἶ-
 ναι ὁ 80.

Ληφθήτω ἀντὶ τῆ 20 τὸ α, ἀντὶ τῆ 80 τὸ β, ἀντὶ τῆ μείζονος τῶν ζητημένων ἀριθμῶν τὸ χ, ἀντὶ τῆ ἐλάττονος τὸ ψ, ἢ ἔσαι πρῶτον κατὰ τὴν ὑπόθεσιν $\chi + \psi = \alpha$, δεύτερον $\chi^2 - \psi^2 = \beta$. μεταποιεθείσης τῆς προτέρας ἰσώσεως ἔσαι $\chi = \alpha - \psi$. αὕτη ἡ ἰσῶσις τετραγωνισθεῖσα παρῆξει τὴν δε $\chi^2 = \alpha^2 - 2\alpha\psi + \psi^2$.

μεταλήψει ταύτης τῆς σημασίας τῆ χ^2
ἐπὶ τῆς ὑτέρας ἰσώσεως ἔσαι
 $\alpha^2 - 2\alpha\psi + \psi^2 - \psi^2 = \beta$.

ἦτοι $\alpha^2 - 2\alpha\psi = \beta$. ἢ ἐπομένως ἐκ συνδέ-
τε δεύτερον βαθμῶ εἰς ἀπλὴν μεταβεβηκεῖα, ἐφ'
ἧς γενομένης τῆς πράξεως κατὰ τὰ πρόσθεν εἰρη-
μένα περὶ τῶν ἀπλῶν, εἰρεθήσεται τὸ $\psi = \tau\omega 8$.
ἢ ἐπομένως τὸ $\chi = \tau\omega 12$. μεταλήψει τῆ 8 ἐπὶ
τῆς ἰσώσεως ταύτης $\chi = \alpha\psi$. $\chi = 20 - 8$
 $= 12$.

Περὶ ἐπιλίσεως ἀορίστων προβλημάτων δευτέρου βαθμοῦ.

Ἐν τοῖς τοιούτοις ἢ τοῖς ὁμοίοις προβλήμασιν
ἐπεὶ ἔκ ἐνὶ τὸ ἀδήλα τινὸς σοιχεῖον ἀποβαλεῖν ἀλ-
λὰ δεόν ὑποθέσθαι τὴν σημασίαν τῆτε κατὰ τὸ
δοκῶν, γενήσονται αἱ πράξεις κατὰ τὰ παραδεδο-
μένα ἐν τοῖς ἀνωτέρω πέντε κανόσι, ἢ τὰς προεκ-
τεθείσας πράξεις τῆς ἀναλύσεως, ἄχρις ἢ ἐπὶ τὴν

πέμπτην αὐτῶν κατανήσωμεν· τότε γὰρ τῷ ἀδήλῳ τὴν προσήκυσαν αὐτῷ σημασίαν θήσομεν κατὰ τὸ δοκῆν, ἔχ' ἀπλῶς μὲν τοι, ἀλλ' ἦν περ αἱ τῆ προβλήματος ἰσώσεις ἀπαιτῆσι, καθάπερ προσέρχεται ἢ περὶ τῶν ἀπλῶν ἀορίστων. οἷον ἔσω.

Εὐρεῖν δύο ἀριθμοὺς ἐξ ὧν τὸ τῆ πρώτῃ τετραγώνου προσκείμενον τῷ ὑπ' αὐτῶν Γνωμένῳ, ποιήσει τὸν 105 ἀριθμόν. ληφθῆτω ἀντὶ τῆ πρώτῃ τὸ χ, ἀντὶ τῆ δευτέρας τὸ φ, ἀντὶ τῆ 105 τὸ α. Ἐσται κατὰ τὴν ὑπόθεσιν $\chi^2 + \chi\phi = \alpha$.

συμπληρώσει τῆ τετραγώνῃ

$$\chi^2 + \chi\phi + \frac{\phi^2}{4} = \alpha + \frac{\phi^2}{4}.$$

ἐξαγωγή τῶν ῥιζῶν.

$$\chi + \frac{\phi}{2} = \sqrt{\alpha + \frac{\phi^2}{4}}.$$

μεταθέσει τῆ $\frac{\phi}{2}$.

$$\chi = \sqrt{\alpha + \frac{\phi^2}{4}} - \frac{\phi}{2}.$$

ὑποθεθῆτω δὲ τὸ $\phi = \tau\omega 8$.

$$\text{ἔσται } \chi = \sqrt{(105 + 16)} - 4. \text{ ἦτοι } \chi = 11 - 4 = 7.$$

$$\begin{array}{r} 7 \quad 7 \quad 56 \\ \frac{7}{49} \quad \frac{7}{36} \quad \frac{56}{105} \end{array}$$

Ἐκκείσθωσαν δὲ καὶ ἓν τῶν ἀρχαιοτέρων
 Ἀγγεβεικῶν Προβλημάτων πρὸς
 γυμνασίαν καὶ ἀσκήσιν τῶν εἰσα-
 γομένων.

Ἀ Κύρις τὸν Ἔρωτα κατηφώνῃα προσήδα,
 τίπτε μοι, ὦ τέκος, ἄλγος ἐπέχραεν, ὅς δ' ἀπάμειπτο,
 Πιερίδες μοι μῆλα δῆξασαν Ἄλλυδις ἄλλη
 Αἰνύμεναι κόλποιο, τὰ δὲ φέρον ἐξ Ἑλικῶνος.
 Κλειῶ μὲν μῆλων πέμπτον λάβε, δωδέκατον δὲ
 Εὐτέρπη, ἅτ' ἀρ' ὀγδοάτην λάχε δια Θάλεια,
 Μελπομένη δ' εἰκοσὸν ἀπαίνυτο, Τερψιχόρητε
 τέτρατον, ἑβδομάτην δ' Ἐρατώ μετεκίαδι μοίσην.
 ἠδὲ τριήκοντά με Πολύμνια νόσφισε μῆλων,
 Οὐρανίη δ' ἑκατόν τε καὶ εἰκοσι, Καλλιόπη δὲ
 βριδομένη μῆλοισι τριηκοσίοισι βέβηκε,
 σοὶ δ' ἄρα κρηφοτέροισιν ἐγὼ σὺν χερσὶν ἰκάνω
 πενήκοντα φέρων τάδε λείψανα μῆλα θεῶων.

Ἄλλο.

Τίπτε μοι τῶν καρῶν ἕνεκεν πληγῆσι πιέσεις
 ὦ μῆτερ, τὰ δὲ πάντα καλαὶ διμοιράσαντο
 παρθένοι. ἢ γὰρ ἐμοῖο μελισσιον ἑβδομα δοιά,
 ἢ δὲ δυωδέκατον Τιταίνη λάβεν, ἕκτον ἔχρασι,
 καὶ τρίτον Ἀσύοχη Φιλοπαύμονες, ἠδὲ Φίλινα,
 Εἰκοσι δ' ἀρπαξάσα Θέτις λάβε, δώδεκα Θίσβη

ἦν ὄρα καὶ δὲ γελᾷ Γλαύκη παλάμησιν ἔχουσα.
 ἔνδεκα, ἐν δὲ μοι κάρυον περιλείπεται οἶον.

Ἄλλο.

Πῶ σοι μῆλα βέβηκεν ἐμὸν τέκος, ἔκταμὲν Ἰνώ
 Δοιά, καὶ ὄγδοάτην μοῖραν ἔχει Σεμέλη,
 Αὐτονόη δὲ τέταρτον ἀφήρασεν, αὐτὰρ Ἀγαυή
 πέμπτον ἐμῶν κόλπων οἴχετ' ἀπαινομένη,
 Σοὶ δ' αὐτῇ δέκα μῆλα φυλάσσεται, αὐτὰρ ἔγωγε,
 ναὶ μὰ Φίλην Κύπριν, ἐν τόδῃ μῆνον ἔχω.

Ἄλλο.

Δρεψαμένη ποτὲ μῆλα Φίλαις διδάσσατο Μυρτώ,
 Χρυσίδε μὲν μῆλων πέμπτον πόρε, τέταρτον Ἡροῖ,
 Ἐννεακαιδέκατον Ψαμάθῃ, δέκατον Κλεοπάτρῃ,
 αὐτὰρ εἰκοσὸν δωρήσατο Παρθενοπέτῃ,
 δώδεκα δὲ Εὐάδῃ μῆνον πόρε, αὐτὰρ εἰς αὐτὴν
 ἤλυθον ἐκ πάντων, ἑκατὸν καὶ εἰκοσι μῆλα.

Ἄλλο.

Πέμπτον μοι κλήρα παῖ λάμβανε, δωδέκατον δὲ
 δέξο δάμαρ· πίσυρες δ' οὐίεες οἰχομένοιο
 παιδὸς, ἀδελφείοί τε δύο, καὶ ἀγάσωνε μήτηρ
 ἔνδεκάτην κλήρα μοῖραν ἴσασος ἔχε,
 Αὐτὰρ ἀνεψιοὶ δύο καὶ δέκα δέχθε τάλαντα.
 Εὐβελος δ' ἔχέτω πέντε τάλαντα Φίλος.

Πισοτάτοις δμώεσσιν ἑλευθερίην ἢ ἀποινα
 μιῶδον ὑπηρεσίης τοῖς δε δίδωμι τάδε,
 ὡδὶ λαμβανέτωσαν· Οἰήσιμος εἴκοσι πέντε
 μῶας ἔχέτω· Δᾶος δ' εἴκοσι μῶας ἔχέτω.
 πενήτηκοντα Σύρος, Συνετὴ δέκα, Τίβιος ὀκτώ,
 Ἐπτὰ δὲ μῶας Συνέτω παιδὶ δίδωμι Σύρος,
 Ἐκ δὲ τριηκόντων κοσμήσατε σῆμα ταλάντων,
 ἔξτετε δ' Οὐδαίῳ ζανὶ θυηπολίην.
 Δισσῶν εἰς δὲ πυρὴν, καὶ ἄλφιστα ἢ τελαμῶνας
 Εἰκαίην δοῖων σῶμα χάριν λαβέτω.
 (Διαθήκη.)

Ἄλλο.

Παλλὰς ἐγὼ χρυσῆ σφουρήλατος, αὐτὰς ὁ χρυσὸς
 αἰζήων πέλεται, δῶρον αἰδοπόλων.
 ἥμισυ μὲν χρυσοῖο Χαρίσιος, ὀγδοάτην δὲ
 Θέσπις, ἢ δεκάτην μοῖραν ἔδωκε Σόλων.
 αὐτὰς εἰκοσὴν Θεμίσιον, τὰ δὲ λοιπὰ τάλαντα
 ἐνέα, καὶ τέχνη δῶρον Ἀριστοδίκης.

Ἄλλο.

Ἀυγέην ἐρέεινε μέγασθίνος Ἀλκίδαο
 πληθὺν βεκολίη διζήμενος· ὅς δ' ἀπάμειπτο
 ἀμφὶ μὲν Ἀλφειοῖο ῥοᾶς φίλος ἥμισυ τῶν δε.
 μοῖρη δ' ὀγδοάτη ὄχθον Κρόνῳ ἀμφινέμονται,
 δωδεκάτη δ' ἀπάνευθε Ταραξίπποιο παρ' ἕρον,
 ἀμφὶ δ' ἄρ' Ἡλιάδα δῖαν εἰκοσὴν νεμέθονται.

αὐτὰρ ἐν ἀρκαδίῃ τρηκοσὴν προλέλοιπα,
λοιπὰς δ' αὖ λεύσσεις ἀγέλας τοδὲ πενήκοντα.

Ἄλλο.

Τύμβος ἐγὼ, κεύθω δὲ πολύστονα τέκνα Φιλίνης
τοῖον μαψιτόχων καρπὸν ἔχων λαγόνων
Πέμπτον ἐν Ἡϊθέοις, τρίτατον δ' ἐν παρθενικῆσι,
τρεις δέ μοι ἀρτιγάμυς δῶκε Φιλίνα κέρας.
λοιποὶ δ' ἡελίοιο πανάμμοροι, ἠδὲ ἢ αὐδῆς
τέσσαρες ἐκ λαγόνων εἰς Ἀχέροντα πύσσον.

Ἄλλο. ἐφεξῆς δὲ καὶ ὁ τρόπος τῆς πρά-
ξεως, καθ' ὃν λύεται.

ἔτος τοι Διόφαντον ἔχει τάφος. ἃ μέγα θαῦμα
ἢ τάφος ἐκ τέχνης μέτρα βλοιο λέγει,
Ἐπιτη κριζέου Βιότι θεὸς ὠπασε μοῖραν,
δωδεκάτη δ' ἐπιθεῖς μῆλα πόρε γλοάειν,
τῇ δ' ἄρ' ἐπ' ἐβδομάτῃ τὸ γαμήλιον ἤψατο φέγγος,
Ἐκ δὲ γάμων πέμπτῳ παῖδ' ἐπένευσεν ἔτα,
αἶ, αἶ, τηλύγετον δειλὸν τέκος, ἥμισυ πατρὸς
τῆ δὲ ἢ ἢ κρυερὸς μέτρον ἔλων Βιότι.
Πένθος δ' αὖ πισύρεσι παρηγορέων ἐνιαυτοῖς
τῇ δε πόσον σοφίῃ τέξμ' ἐπέρησε βλου.

Ἐνταῦθα εὐρεῖν δέον ἀριθμὸν, ὃ τὸ $\frac{1}{6}$ $\frac{1}{12}$
 $\frac{1}{7}$ $\frac{1}{2}$ προσλαβόντα τὸν 4, καὶ 5, ἥτοι τὸν 9, ἐν-
δείξονται σοι τὸν ζητούμενον. κεκλήσθω ὁ ζητούμενος. χ.

$$\text{Ἔσται } \chi = \frac{\chi}{6} + \frac{\chi}{12} + \frac{\chi}{7} + \frac{\chi}{2} + 9.$$

ἀφαιρέσεις

$$\chi 1008. = 168 + 84 + 144. + 504. + 9072.$$

ἢ συνάψει

$$\chi 1008 \text{ ————— } 900. + 9072.$$

ἀφαιρέσει τῷ δευτέρῳ ὄρει.

$$\chi 1008 - 900 \text{ ————— } 9072.$$

900

108

ἦτοι

$$\chi 108 \text{ ————— } 9072.$$

ὡς

$$\chi \text{ ————— } \frac{9072}{108}. \text{ ἦτοι } 84.$$

Τὸν αὐτὸν δὴ τρόπον λύσειέτις καὶ τὰ λοιπὰ τὰ ἀνωτέρω ἐκτεθέντα, καὶ τὰ τῆς αὐτῆς ἐχόμενα μέθοδοις.

ΤΟΥ ΑΓΓΟΥ
ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΑΣ.



ΤΟΥ ΑΥΤΟΥ
ΧΡΟΝΟΛΟΓΙΑΣ.



ΒΙΒΛΙΟΝ Α΄.

Ἔπος πρῶτος.

Τι ἐστὶ χρονολογία.

Χρονολογία ἔστι ἂν ἀπεκότως ἐηδεῖη ἢτε ἀπλῶς περὶ χρόνου τὸν λόγον ποιωμένη πραγματεία, καὶ ἢ τῶν χρόνων ἀπαριθμησις, συνημμένα τὰ ἐν αὐτοῖς πεπραγμένα ἔχουσα, καὶ ἕκαστα ἐν ἐκάστοις τῶν χρόνων ἐν οἷς πέπρακται διατάττασα ἢ καὶ χρονογραφίαν, καὶ χρονολογικὴν ἰσορίαν εἰσὶ τινὲς ὀνομάζουσι· κοινότερον μὲντοι χρονολογία, περὶ ἧς ἐνταῦθα ὁ λόγος, ἐστὶτε καὶ λέγεται ἐπισήμη τῷ χρόνῳ, καὶ τῶν τῆτε μερῶν, εἴτεν εἰδῶν, καὶ τῶν ἀνηκόντων αὐτοῖς θεωρητικὴ· ἐφ' ὅσον εἰς χρῆσιν πολιτικὴν, ὅς δ' εἰπεῖν καὶ ἐκκλησιαστικὴν ἀναφέρεται.

Ὁρος δεύτερος.

Τι ἐστὶ χρόνος.

Ὁ δὲ χρόνος μέτρον ἐστὶ κινήσεως κατὰ τὸ πρότερον καὶ ὕστερον. τῆτε δὲ μέρη ὥρα, ἡμέρα, ἑβδομάς, μῆν, ἐνιαυτός, καὶ παρὰ ταῦτα αἰών· περιῶν ἐρεῖμεν ἐφεξῆς.

Ὁρος τρίτος.

Τι ἐστὶν ἡμέρα.

Ἡμέρα κυρίως ἐστὶ χρόνος ἐφ' ὅσον ὁ ἥλιος ὑπὲρ τὸν καθ' ἡμᾶς καθοραῖται ὀρίζοντα, ἅμα τῷ παντὶ συμπεριφερόμενος. καὶ νύξ ὡσαύτως χρόνος ἐφ' ὅσον ὁ ἥλιος διακεῖται κατὰ τὴν αὐτὴν κίνησιν ὑπὸ τὸν ἡμέτερον ὀρίζοντα. καλεῖται μὲν τοι ἡμέρα καὶ τὸ ἐξ ἀμφοῖν συγκείμενον. ὃ καὶ ἡμερονύκτιον καὶ νυχθήμερον ἰδιαιτέρον λέγεται· ὡς ὅτε φαίμεν τῆτον ἢ ἐκαῖνον τὸν μῆνα ἐκ τοσούτων, ἢ τοσούτων συγκεῖσθαι ἡμερῶν, ἡμέρας καλῶντες τὰ ἡμερονύκτια. ἔτω τοίνυν λαμβανομένης τῆς ἡμέρας διαιρεῖσι ταύτην οἱ ἀστρονόμοι εἰς μέρη τέταρα πρὸς τοῖς ἑκκοσιν ἴσα ἀλλήλοις, ἅπερ ὥραι λέγονται, ἐκάστην δὲ τῶν ὥρῶν εἰς ἐξήκοντα πρῶτα, ἐξηκκοσὰ λεγόμενα, ἕκασον δὲ τῶν πρῶτων εἰς τοσαῦτα ἐξηκκοσὰ δεύτερα, καὶ τῶν δευτέρων ἕκασον εἰς τρίτα μέχρι τῶν ἑκτῶν συνεχίζοντες τὴν διαιρεσιν.

Ὅρος τέτατος.

Ἀρχὴ τῆς Ἡμέρας ἐστὶ χρόνος σύνδεσμος, ἐξ
ἧς ἡμέρα τις ἄρχεται, καὶ εἰς ἣν ἡ προηγουμένη ταύ-
της τελευτᾷ.

Σχόλιον πρῶτον. Πόθεν ἡ ἀρχὴ τῆς Ἡμέ-
ρας λαμβάνεται.

Αἱ ἀρχαὶ καὶ τὰ πέρατα τῶν ἡμερῶν ἔσσι πᾶσι
τὰ αὐτὰ. Χαλδαῖοι μὲν γὰρ, ἐτ' ἔν Βαβυλώνιοι,
Πέρσαι τε, καὶ Σύροι, καὶ ἄλλα πλείω τῶν ἀνατολι-
κῶν ἐθνῶν ἀρχὴν ἐλάμβανον τῆς ἡμέρας ἐκ τῆς
τῆ ἡλίου ἀνατολῆς· ἐξ ἐναντίας δὲ τέτοις Ἀθη-
ναῖοί τε, καὶ Ἴταλοι, καὶ Ἰουδαῖοι ἐκ τῆς δύσεως.
οἱ δ' Ἀραβες, καὶ οἱ πολλοὶ τῶν Ἀστρονόμων ἀπὸ
μεσημβρίας ἄρχονται· ἀνάπαλιν δὲ ἀπὸ μεσονυκ-
τίου ἤρχοντο τὸ πάλαι Αἰγύπτιοι, Μῆδοί τε καὶ Ῥω-
μαῖοι, οἷς παρεκολέθησαν Ἰσπανοὶ, καὶ Γερμανοὶ εἰς
δύο διαιρῶντες τὸ ἡμερονύκτιον, ἕμην συνεχῶς τὰς
ῶρας ἀριθμῶντες μέχρι τῆς κδ'. ἀλλ' ἀπὸ μὲν με-
σονυκτίου ἄχρι μεσημβρίας δώδεκα, ἀπὸ δὲ μεσημ-
βρίας ἄχρι μεσονυκτίου ἀριθμῶντες τὰς λοιπὰς δώ-
δεκα. ἀλλὰ καὶ ἐκκλησιαστικῶς ἡ ἀρχὴ τῆς ἡμερονυκ-
τίου ἀπὸ μεσονυκτίου λαμβάνεται (α). ἔχ' ὑποληπτέου
μέντοι κατὰ τὴν κοινὴν δόξαν ἴσα ἀλλήλοις τὰ ἡμε-

(α) Χρῖσ. ἱεροσ. Γεωγρ. ἰσταν. κεφ. 3.

ρονύκτια. εὐρίσκεται γὰρ καὶ τέτοις τὸ ἀνιστον ὡς
 περ καὶ ταῖς ἡμέραις καὶ ταῖς νυξί· ἀλλ' ἐν ταύταις
 ἡ ἀνισότης συμβαίνει παρὰ τὰς διαφορὰς οἰκίσεις
 καὶ τὰ τῆ πόλις ὑψώματα καὶ ταπεινώματα· ἥτις
 ἅπασιν ἐστὶ καταφανής, ὡς ὑπ' αὐτῆς μαρτυροῦμε-
 νη τῆς αἰοδήσεως. τίς γὰρ ἐκ οἷδε τὰς θεινὰς
 ἡμέρας μελζας εἶναι τῶν χειμερινῶν, καὶ τὰς νύκτας
 ἐλάττω τῶν νυκτῶν; ἐν δὲ τοῖς ἡμερονυκτίοις ἡ ἀνι-
 σότης συμβαίνει παρὰ τὸ ἀνώμαλον τῆς προαιρετι-
 κῆς λεγομένης τῆ ἡλίου κινήσεως. κἀκεῖνη μὲν ἡ-
 μέρας πρὸς ἡμέραν, ἡ νυκτὸς πρὸς νύκτα παραβαλ-
 λομένης εὐρίσκεται, αὕτη δὲ ἡμερονυκτίᾳ πρὸς ἡμε-
 ρονύκτιον. καὶ ὅσον ἡ πρώτη κατάδηλος τοῖς πᾶσι,
 τοσῆτον ἡ δευτέρα τοῖς πολλοῖς ἠγνόηται. ἐπεὶ δὲ
 τῆτο τοῖς πλείοσι ξένον ἂν δόξαιε καὶ ἀπίθανον,
 δεῖξαι ταύτην τὸν ἔνοντα τρόπον πειρασόμεθα,
 λαβόντες ἐξ ἀστρονομικῆς ἀποδείξεως, ἧς ἔργον τὰ
 τοιαῦτα ἐξακριβῶν, ὅτι ὁ ἥλιος παρὰ τήνδε τὴν
 φαινομένην κίνησιν, ἣν συγκινεῖται τῷ πρώτῳ κινή-
 τῷ ἀνίσχων, καὶ δύνων, καὶ μεσηραῶν, καὶ ἐτέ-
 ραν κινεῖται τὴν προαιρετικὴν λεγομένην κίνησιν,
 τὴν ἐπὶ τὰ ἐπόμενα τῶν ζωδίων, τὴν ἀπὸ δυσ-
 μῶν λέγω ἐπ' ἀνατολᾶς· αὕτη δὲ ἐκ ἐστὶν ἡ αὐ-
 τὴ ἐκάστοτε. ἔδδ' ἐν ἴσῳ χρόνῳ ἀπὸ ἀποτελεῖται· καὶ
 γὰρ τῶν διὰ μέσων τῶν ζωδίων κύκλον διερχόμε-
 νος ὑποτίθεται κοινότερον δαπανᾶν ἐφ' ἐκάστης ἡμέ-
 ρας ἐξηκοσὰ 59', 8'', 2''', ἐκ αἰεὶ μόντοι τῆτο
 φαίνεται ποιούμενος ἀλλ' ὅτε μὲν πλείω, ὅτε δὲ
 ἐλάττω.

Τῆτων ἔτω κεμένων ὑποκείδω νῦν ὑπάρχειν τὸν ἥλιον ὑπὸ τὸν ἡμέτερον μεσημβρινὸν συνοδεύοντα ἐν τινι τῶν ἀπλανῶν ἀσέρων εἶμὲν ἔν ἡ αὐριον κατὰ πῆν αὐτὴν ὥραν ὁ ἥλιος συνοδεύων τῷ αὐτῷ ἀσέρι τὸν μεσημβρινὸν καταλάβοι, ἔδὲ μία ἂν γένοιτο ἐν τοῖς ἡμερονυκτίοις παραλλαγὴ. νῦν δὲ τῆ μὲν ἥλιος ἐπὶ τὰ ἐπόμενα ἐνεχθέντος τῆ προαιρετικῆς κινήσει, τῆ δὲ ἡμερονυκτίς ὀριζομένη, ἔ τῆ τῆ ἀσέρος, ἀλλὰ τῆ τῆ ἥλιος ἀποκαταστάσει ἐπὶ τὸν αὐτὸν μεσημβρινὸν, ἔκ ἂν ἐξηθεῖη ἡμερονυκτιον ἢ τῆ ἀσέρος ἐπὶ τὸν μεσημβρινὸν ἀποκατάστασις, ἢ σαφέστερον εἰπεῖν ἢ τῆ παντὸς περιφορὰ μόνῃ ἀλλὰ μετὰ μέρος ἐκεῖνα, ὃ διήλθεν ὁ ἥλιος κατὰ τὴν προαιρετικὴν αὐτῆ κίνησιν· τῆτων δὲ τῶν μερῶν ἐκ ἀεὶ τὸ ἵσον τηθέντων ἀνάγκη ἢ τὰ ἡμερονυκτία ἄνισα γίνεσθαι. (α)

Ὅρος τέμπτος.

Τι ἐστὶν Ὄρα.

Ὄρα ἐστὶ μέρος τῆ ἡμερονυκτίς τὸ κδ'. οἱ γὰρ ἄλλως διαζῶντες τὸ ἡμερονυκτιον παραιτητέοι.

Σχόλιον.

Εἰσι τινὲς τῶν ἀστρονόμων εἰς δυσκαίδεκα μέρη εἶτ' ἔν ὥρας τέμνοντες τὸ ἡμερονυκτιον, ἢ ἐκάστην

(α) Ὄρα ἢ νικηφόρον τὸν βλεμ. φουσ. κισ. κδ'.

ἀπό τινος τῶν ζώων ἐπονομάζοντες. ἦτοι τὴν μὲν
 α'. μῦν, τὴν δὲ β'. βῆν, τὴν γ'. πάραδαιν, τὴν
 δ'. λαγῶν, τὴν ε'. κροκόδειλον, τὴν ε'. ὄφιν, τὴν
 ζ'. ἵππον, τὴν η'. πρόβατον, τὴν θ'. πίθηκον, τὴν
 ι'. ὄρνιθα, τὴν ιά'. κύνα, τὴν ιβ'. χοῖρον. ἀλλ' εἰκαὶ
 παρὰ τέττεσ πάντες οἱ ἄλλοι ἄνθρωποι εἰς εἴκοσι
 ἢ τέσσαρας ὥρας διαιεῖσι τὸ ἡμερονύκτιον, ἢ κα-
 τὰ τῆτο ἕδεν παραλλάττεσι, τῆς ἀρχῆς μέντοι
 τέττε ἔχ' ὁμοίως, ἕδ' ἀπὸ τῆ αὐτῆ παρὰ πᾶσι λαμ-
 βανομένης, ἔχ' ἢ τυχεῖσα παραλλαγὴ περὶ τὰς κλή-
 σεις αὐτῶν ἀναφύεται. αἱ μὲν γὰρ βαβυλώναι,
 αἱ δὲ Ἰταλικαί, ἢ ἄλλαι ἄλλως προσαγορεύονται.

Ὅρος ἕκτος.

Αἱ βαβυλώναι ὥραι εἰσὶν ἀλλήλαις ἴσαι, ἀπὸ
 τῆς τῆ ἡλῆς ἀνατολῆς ἀρχόμεναι, ἢ μέχρι τῆς κδ'.
 συνεχῶς ἀριθμύμεναι.

Ὅρος ἑβδομος.

Αἱ Ἰταλικαί ὥραι ἢ αὐταί ἴσαι, ἀρχονται
 ἀπὸ δύσεως ἡλῆς, ἢ ἀριθμοῦνται μέχρι τῆς κδ'.
 συνεχῶς.

Ὅρος ὄγδοος.

Αἱ ἀστρονομικαί εἰσὶν ἴσαι ἀλλήλαις ἀρχόμεναι
 ἀπὸ μεσημβρίας, συνεχιζομένης τῆς ἀπαριθμύ-
 σεως μέχρι τῆς κδ'.

Ὅρος ἑνάτος.

Αἱ Γερμανικαὶ ἴσαι ἔσαι ἀλλήλαις, ἀπὸ μεσονυκτίου ἄρχονται ἀριθμύμεναι δώδεκα ἄχρι μεσημβρίας, καὶ αἱ λοιπαὶ δώδεκα, ἀρχόμεναι ἀπὸ μεσημβρίας ἀριθμῶνται ἄχρι τῆ μεσονυκτίου τῆς ἐπομένης νυκτός.

Πόρισμα.

Ταῦτ' ἄρα αἱ μετὰ μεσημβρίαν Γερμανικαὶ ὥραι συμπίπτουσι ταῖς ἀστρονομικαῖς.

Ὅρος δέκατος.

Αἱ Ἰσδαϊκαὶ ὥραι, ἢ τῶν πλανητῶν, ἢ καιρικαὶ, τριχῶς γὰρ ἐπονομάζονται. δώδεκα μὲν εἰς τῆς ἡμέρας, καὶ ἕτεροι δώδεκα τῆς νυκτός, κατὰ πάντα χρόνον. Ἰσάριθμοι γὰρ αἱ ἡμερικαὶ ταῖς νυκτερικαῖς.

Πόρισμα πρῶτον.

Ἐκ τούτων συνάγεται πρῶτον δις τῆ ἐνιαυτῆ μόνον τετέσι κατὰ τὴν ἑαρινὴν, καὶ φθινοπωρινὴν ἰσημερίαν γίνεσθαι τὰς ἡμερικὰς Ἰσδαϊκὰς ὥρας ἴσας ταῖς νυκτερικαῖς.

Δεύτερον.

Ἐπειπερ τοῖς ἐκτὸς τῆ Ἰσημεριῆ οἰκῶσιν αἱ ἡμέραι ἄχρι μὲν τῆς θεριῆς τροπῆς αὐξάνονται, με-

τὰ δὲ ταύτην ἀρχὴ τῆς χειμερινῆς μειῶνται, συμβαίνει ἀνίσως εἶναι τὰς Ἰθαδαϊκὰς ὥρας ἀλλήλαις.

Τρίτον.

Ὅτι εὐχερῶς τὸ ποσὸν τῆς Ἰθαδαϊκῆς ὥρας ἡμερινῆς, ἢ νυκτερινῆς εὐρεθήσεται· δοθέντος γὰρ τῆ ὑψώματος τῆ πόλεως, ἢ τῆ πλάτους τῆ τόπῃ ἢ χαλεπὸν εὐρεῖν τὸ ποσὸν τῆς ἡμέρας, καὶ τῆς νυκτὸς τῶν κατὰ τὸν τόπον ἢ τὸ πλάτος ἢ τὸ ὕψος δεδοται. ἑκατέρας δὲ τῶν παρατὸν 12, διαιρέσεισ, ὃ ἐκ τῆς διαιρέσεως ἐξαχθεὶς ἀριθμὸς παραστήσει τὸ τῆς Ἰθαδαϊκῆς ὥρας ποσὸν· οἷον ἔσω ἡμέρα καθ' ἣν ἡ ζήτησις γίνεται ὥρων κοινῶν 15, διαιρεθῆτω ὃ 15 ἐπὶ τὸν 12, καὶ ἐπεὶ ἐξάγεται ὃ 1, καὶ $\frac{3}{12}$ ἦτοι 1, καὶ $\frac{1}{4}$, προδήλον ὅτι κατ' αὐτὴν τὴν ἡμέραν ἡ Ἰθαδαϊκὴ ὥρα σύγκειται ἐκ μιᾶς ὥρας κοινῆς, καὶ ἐνὸς τετάρτου τῆς αὐτῆς. ἐπεὶ δὲ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν ἡ νύξ ἐστὶ κοινῶν ὥρων ἑνῆς, καὶ διαιρημένη τῆ 9 παρατὸν 12, ἀναφέρεται τότε τὸ κλάσμα $\frac{9}{12}$, ὅπερ ἴσον τῷ δὲ $\frac{3}{4}$ συνάγεται τὴν νυκτερινὴν ὥραν ἴσην εἶναι τρισὶ τετάρτοις τῆς κοινῆς.

Σχόλιον.

Παρατὸν τὴν εἰς δώδεκα τῆς ἡμέρας, καὶ τῆς νυκτὸς διαίρεσιν, καὶ ἕτεραν οἱ Ἰθαδαῖοι τὸ πάλαι τῶν ἐποικιστῶν διανομὴν. ἔπειτα γὰρ διένεμον ἑκατέραν εἰς μέ-

ρη τέσσαρα· τὰ μὲν τῆς ἡμέρας μέση ὁμωνύμως
 ταῖς καιρिकाῖς ὥραις, ὥρας ἀποκαλῶντες· τὰ δὲ τῆς
 νυκτὸς ἰδίῳ ὀνόματι Φυλακάς. ἦσαν δὲ καὶ αὗται
 αἴησοι κατὰ τὰς ἀξιομετώσεις τῶν καιρικῶν ὥρῶν,
 ἐξ ὧν καὶ συνίσαντο. τῆς μὲν ἕν πρώτης Φυλακῆς
 ἀρχὴν ἐποιῶντο τὴν πρώτην ὥραν τῆς νυκτὸς, τῆς
 δὲ δευτέρας τὴν τετάρτην, τῆς δὲ τρίτης τὴν ἑβ-
 δόμην, τῆς δὲ τετάρτης τὴν δεκάτην. ὡσαύτως καὶ
 τῆς πρώτης τῶν ὁμωνύμων ταῖς ὥραις ὥρῶν τὴν ἀρ-
 χὴν ἐκ τῆς πρώτης ὥρας τῆς ἡμέρας λαμβάνοντες
 παρέτεινον ταύτην ἄχρι τῆς τρίτης.

Τῆτ' αὐτὸ ποιῶντες ἐφεξῆς ὅπερ καὶ ἐπὶ τῶν
 Φυλακῶν, πλὴν ὅτι τὸ δεύτερον σύστημα τῶν ὥρῶν
 τρίτην ἐκάλεον ὥραν ἐκ τῆς πρὸ αὐτῆ καιρικῆς ὥρας
 τὴν κλήσιν ἐρανιζόμενοι, τὸ δὲ τρίτον ὥραν ἕκτην,
 τὸ δὲ τέταρτον ἑνάτην. γίνεται τέτων μνεία καὶ
 ἐν εὐαγγελίοις. Φησὶ γὰρ ὁ κύριος. ἔχθ' δώδεκα
 ἢ ὥραι τῆς ἡμέρας εἰσὶν, ἐνθα προσεπινοῶν δεόν τὸ
 ἢ καιρικαί· καὶ εἰ ἦδεν ὁ οἰκοδεσπότης ὅποια Φυλα-
 ἢ κῆ τῆς νυκτὸς ὁ κλέπτης ἔρχεται, ἐγρηγόρησεν
 ἢ ἂν· Ἰωάννης δὲ καὶ Μάρκος οἱ ἱεροὶ εὐαγγελι-
 σαι διὰ τῶν τοιούτων ὥρῶν παριστῶσι τὸν χρόνον
 τῆς τῆ σωτῆρος σαυρώσεως. ἢ ὁ μὲν λέγων, ἦν
 ἢ δὲ ὥρα τρίτη καὶ ἐσαύρωσαν αὐτὸν, ὁ δὲ, ὥρα ἦν
 ἢ ὡσεὶ ἕκτη. ἢ ταῖς καιρिकाῖς ὥραις, ἀλλὰ τὰς
 ὁμωνύμους ταύταις χρώμενοι. διὸ τοιῶτον ἂν εἴη
 τὸ ὑπ' ἐκείνων λεγόμενον, καὶ ἢ διαφωνία ὡς τισὶν
 ἔδοξε ἀσεβῶς τε ἅμα καὶ λαν ἀμαθῶς τὰ τῶν

εὐαγγελίων ἐκλαμβάνουσιν, ὅτι παρεδόθη ὁ Σωτὴρ
 ὑπὸ τῷ Πιλάτῃ ἵνα τσαυρωθῇ τῇ τρίτῃ ὥρᾳ, ἦτοι
 τῇ ὁμωνύμῳ τῇ καιρικῇ, διεξοδευομένῃ ἤδη καὶ ἑγγύς
 ἕσθι ἀποπερατώσεως, καὶ τῆς ἕκτης ὅσον ἔπω ἐνεση-
 κείας. τῆτο γὰρ βάλεται τὸ, ὡσεὶ ἕκτη. ὅτι ἔπω
 ἀρχὴν εἰλήθη ἡ ἕκτη τῆς τρίτης εἰσέτι διαρκείας,
 ἑγγύς μέντοι γε ἦν, καὶ ὡσεὶ ἕκτη ὥρα ὁ χρόνος
 ἐκεῖνος ἐλογίζετο.

Πρόβλημα πρῶτον.

Τὰς ἀσερονομικὰς ὥρας εἰς γερμανικὰς ἀγαγῶν, καὶ
 ταύτας εἰς ἀσερονομικὰς.

Ἐπεὶπερ αἱ μετὰ μεσημβρίαν γερμανικαὶ ὥραι
 συνάχονται, καὶ συμπέτῃσι ταῖς ἀσερονομικαῖς ἐν
 μόναις ταῖς πρὸ μεσημβρίας, ἔξω χώραν τὸ ζητή-
 μενον, καὶ ταῦτα ἡνίκα αἱ δοθεῖσαι ἀσερονομικαὶ
 πλείους ὡσι τῶν δώδεκα. ἀπὸ τῆ ἀριθμῶ τοίνυν
 τῶν ἀσερονομικῶν ἀφαιρεθέντος τῆ 12, αἱ ἐναπο-
 λειφθεῖσαι ἔσονται ὥραι κατὰ γερμανὸς τῆς ἐπί-
 σης. οἷον ἔσω ὥρα ἀσερονομικὴ τῆς 13. Ἰανουαρίῳ
 κ'. αὕτη εὐρεθήσεται ἡ. ἔωθινὴ κατὰ Γερμανὸς
 τῆς ιη'. τῆ αὐτῆ.

Τῆμπαλιν δὲ τῇ δοθείσῃ πρὸ μεσημβρίας κα-
 τὰ Γερμανὸς ὥρα προσκειμένη τοῦ 12, ἀνακύπ-
 τασιν αἱ ἀσερονομικαὶ τῆς προηγουμένης ἡμέρας.

εἶον ἢ πρὸ μεσημβρίας ζ'. τῆς ιθ'. Ἰαν. ἔσαι
ιθ'. ἀστρονομικῶς τῆς ιθ'. τῆ αὐτῆ μηνός.

Πρόβλημα δεύτερον.

Τὰς τῶν Βαβυλωνίων ὥρας εἰς ἀστρονομικὰς ἀγαγῆν.
καὶ ταύτας εἰς τὰς τῶν Βαβυλωνίων.

Ἐπεὶ ἡ ἀρχὴ τῶν ἀστρονομικῶν ὥρῶν δίδασκα,
τῆς ἀρχῆς τῶν Βαβυλωνίων τεταρτημορίῳ. αἱ δὲ
πρὸ μεσημβρίας ὥραι κατὰ βαβυλωνίους τῆς προη-
γουμένης εἰσὶν ἡμέρας ἀστρονομικῶς, εὐρεθῆτω τὸ
ἡμισυ τῆς δοθείσης ἡμέρας, καὶ ἀφαιρεθῆτω τῶν Βα-
βυλωνίων ὥρῶν, καὶ τὸ λοιπόμενον ἔσαι παρασατι-
κὸν τῶν ἀστρονομικῶν. οἷον δεδόσθω κατὰ τὴν κά.
μαρτίαν, ἐν ἣ τὸ ἡμισυ τῆς ἡμέρας ἐξ ὑπάρχει
ὥρῶν, ἢ κατὰ βαβυλωνίους ὥρα θ'. δῆλον ὅτι αὐ-
τὴ ἔσαι τρίτη κατὰ τοὺς ἀστρονόμους τῆς αὐ-
τῆς ἡμέρας. Εἰ δὲ αἱ δοθεῖσαι ὥραι ἐλάττω, ὥστι
τῆ τεταρτημορίῳ, καὶ ἢ ἐγγχωρεῖ γενέσθαι ἀφαίρε-
σιν, συναφθῆτωσαν πρῶτον τῶ 24, εἶτα γινέσθω ἢ
ἀφαιρέσεις, ὃ γὰρ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς παρα-
στήσει τὰς ὥρας τῆς προτεταίας ἀστρονομικῶς. οἷον
ἢ κατὰ βαβυλωνίους δ'. ὥρα τῆς κά. μαρτίαν κβ'.
εἰσὶν ἀστρονομικῶς τῆς κ'. τῆ αὐτῆ.

Συνάπτονται δὲ αἱ δοθεῖσαι ὥραι τῶ 24, ὅτι
ἔπω ἂν ἀρξάντο τῆς κά. μαρτίαν οἱ ἀστρονόμοι, ἢ
κα τετάρτην ὥραν τῆς αὐτῆς ἡμέρας ἀριθμῶσιν οἱ

Βαβυλώνιοι, διάτοι τῷτο προσεδείσαι αὐται ταῖς εἰκοσι καὶ τέτταρσι τῆς προτερείας, καὶ τῆς μεταξύ Βαβυλωνίων καὶ Ἀστρονόμων διαφορᾶς, ἥτοι τῷ ἡμίσεως τῆς ἡμέρας ἀφαιρεθείσης, αἱ ἐναπολειπόμεναι τῆς κ'. ἡμέρας ὥραι ἔσονται ἀστρονομικῶς.

Δοθείσης δὲ τῆς ἀστρονομικῆς ὥρας, καὶ ζητημένης τῆς βαβυλωνίας προσιδέειναι δεόν τῇ δοθείσῃ τὸ ἡμισυ τῆς ἡμέρας. εἶδὲ τὸ ἐξ ἀμφοῖν ὑπερέχει τὸν 24, ἀφαιρετέον αὐτὸν ἀπὸ τῷ ὅλα. ἔσαι γὰρ διὰ μότης μὲν τῆς προδέσεως ἡ βαβυλωνία ὥρα τῆς αὐτῆς ἡμέρας, διὰ τῆς προαφαιρέσεως δὲ ἡ τῆς ἐπίσεως. οἷον εἶγε κατὰ τὴν κ'. μαρτίαι δοθῆ ἄρα ἀστρονομικῇ τρίτῃ, ἡ αὐτὴ κατὰ Βαβυλωνίαις εὐρεθήσεται Ϛ'. εἶδὲ δοθῆ ἡ κβ'. τῆς κ'. τῷ αὐτῷ μηνὸς, ἔσαι ἡ αὐτὴ δ'. τῆς κ'. κατὰ Βαβυλωνίαις.

Πόρισμα.

Ἐξ ὧν συνάγεται πῶς ἂν τις ἀγάγοι τὰς βαβυλωνίας ὥρας εἰς γεμανικὰς, καὶ τὰς γεμανικὰς εἰς βαβυλωνίας. ἀγαγὼν γὰρ ταύτας πρῶτον εἰς ἀστρονομικὰς τεύξαιτ' ἂν ἢ χαλεπῶς τῆς εἰς ἀλλήλας μεταποιήσεως, τῶν ἀστρονομικῶν μεταπιπτεσῶν ἐφ' ἐκάτερα. ἀλλ' ἔσι τῷτοι τυχεῖν καὶ ἀμέσως διὰ τῷ ἐπομένῃ προβλήματος.

Πρόβλημα τρίτον.

Τὰς βαβυλωνίας ὥρας εἰς γερμανικὰς ἀγαγεῖν
καὶ τῆμπαλιν.

Ληφθήτω τὸ ἡμινυκτερινὸν διάστημα κατὰ
τὴν δοθεῖσαν ἡμέραν ἐπὶ τὸ δοθεὲν πλάτος τῆ τό-
πυ ἐφ' ἧ ἡ ζήτησις γίνεται. τῆτο δὴ ταῖς βαβυ-
λωνίαις ὥραις προσεθεὶν, τῶν πρὸ μεσημβρίας γερ-
μανικῶν ὥρῶν ἔσαι παρασατικόν, εἶγε τὸ ἐξ ἀμ-
φοῖν συγκείμενον ἐλλείπει τῆ 12, εἶδὲ ὑπερέχει
τέττα, ἀφαιρεθήτω ἐξ αὐτῆ ὁ 12, καὶ ὁ ἐναπο-
λειφθεὶς ἀριθμὸς τῶν μετὰ μεσημβρίαν γερμα-
νικῶν ὥρῶν ἔσαι δηλωτικὸς. οἷον ἔσω ἡμινυκτερι-
νὸν διάστημα ὥρῶν 7, ὥρα δὲ κατὰ βαβυλωνίαις
τετάρτη, αὕτη ἑνδεκάτη πρὸ μεσημβρίας κατὰ γερ-
μανίαις λογιθήσεται. εἰάν δὲ ἡ ἡ δοθεῖσα ἐνάτη
κατὰ βαβυλωνίαις, δ' ἔσαι μετὰ μεσημβρίαν κατὰ
γερμανίαις. κειμένων δὲ τῶν γερμανικῶν ὥρῶν, καὶ
ζητημένων τῶν βαβυλωνίων ἀπὸ μὲν τῶν πρὸ με-
σημβρίας ἀφαιρεθήτω τὸ ἡμισυ τῆς νυκτὸς, ταῖς
δὲ μετὰ μεσημβρίαν προσεθήτω τὸ ἡμισυ τῆς ἡμέ-
ρας, καὶ γνωσθήσονται αἱ βαβυλωνίαι, ὡς δὴλον
ἐκ τῆ αὐτῆ ὑποδείγματος.

Πρόβλημα τέταρτον.

Τὰς ἰταλικὰς ὥρας εἰς γερμανικὰς ἀγαγεῖν,
καὶ τῆμπαλιν.

Δοθέντος τῆ πλάτους τῆ τόπου γνωθῆσεται τῆς
ἡμέρας καὶ τῆς νυκτὸς τὸ διάστημα, καὶ ὃ ἢ ζή-
τησις γίνεται. ἀπὸ τῶν Ἰταλικῶν τοίνυν ὥρων ἀ-
φαιρεθέντος τῆ ἡμινυκτερινῆ, γνωθῆσονται αἱ πρὸ
μεσημβρίας γερμανικαὶ ὥραι, εἴγε ὁ ἐναπολειφθεὶς
ἀριθμὸς ἐλλείπει τῆ 12, εἰδὲ ὑπερέχει, ἀφαιρετίον
ἔτι ἀπ' αὐτῆ τὸν δώδεκα, καὶ ὁ ἐσχάτως ἐναπολειφ-
θεὶς τῶν μετὰ μεσημβρίαν γερμανικῶν ὥρων ἔσαι
παρασατικός. οἷον ἔσω κατὰ τὴν κ'. μαρτίε ὥρα
κατὰ Ἰταλὸς ἐνάτη, ἔσαι αὐτὴ κατὰ γερμανὸς
τρίτη πρὸ μεσημβρίας. εἰδὲ εἴη κ'. κατὰ Ἰταλὸς
δευτέρα, ἔσαι μετὰ μεσημβρίαν κατὰ Γερμανὸς.

Ἐὰν δὲ αἱ δοθεῖσαι Ἰταλικάι ὥραι ἐλάττεσ
ᾧσι τῆ ἡμινυκτερινῆ διαστήματος προσκειμένεσ ταύ-
ταισ τῆ ἡμιημερινῆ, ἐξαχθήσονται αἱ μετὰ μεσημ-
βρίαν τῆσ προτεραίας ὥραι κατὰ γερμανὸς. οἷον
δεδόδω κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν ὥρα Ἰταλικὴ τε-
τάρτη συναπτομένη τῆ 6 τῶ 4. παραχθήσεται ἢ
10, τῆσ ι'. ὥρας μετὰ μεσημβρίαν τῆσ κ'. μαρτίε
γερμανικῶσ ὑπάρχων δηλωτικός.

Ἐμπαλιν δὲ ἀπὸ τῶν μετὰ μεσημβρίαν γερ-
μανικῶν ὥρων, εἴγε ὑπερέχωσι τῆ ἡμίσεος τῆσ ἡμέ-

ρας, ἀφαιρεθέντος αὐτῆ δὴ τῆ ἡμίσεως τὸ ἑναπο-
 λειφθὲν δηλώσει σοι τὰς ὥρας τῆς ἐπίσης κατὰ
 τὰς Ἰταλῆς. οἷον ἢ μετὰ μεσημβρίαν δεκάτη τῆς
 κ'. Μαρτίῃ γερμανικῶς, τετάρτη ἔσαι τῆς κα'. τῆ
 αὐτῆ Ἰταλικῶς.

Τελευταῖον δὲ εἰάν ὣσιν αἱ δοθεῖσαι γερμανι-
 καὶ ὥραι πρὸ μεσημβρίας, προδετίον ταύταις τὸ
 ἡμινυκτερινόν, ταῖς δὲ μετὰ μεσημβρίαν, ἐλάττο-
 σιν ἔμπης ὕσαι τῆ ἡμιημερινῆ, αὐτὸ δὴ τὸ ἡμι-
 νυκτερινόν, ἢ προσέτι τὰς ἄχρι μεσημβρίας ὥρας,
 ἢ ἔξομεν κατ' ἄμφω τὰς Ἰταλικὰς ὥρας τῆς αὐ-
 τῆς ἡμέρας. ἔσω γὰρ γερμανικὴ ὥρα τρίτη πρὸ με-
 σημβρίας τῆς κα'. μαρτίῃ τῷ 3 προσκειμένῃ τοῦ
 6, ἐξάγεται ὁ 9 τῆς ἐνάτης ὥρας τῆς αὐτῆς
 ἡμέρας κατὰ τὰς Ἰταλῆς παρασατικός. ἔσω δὲ
 ἢ μετὰ μεσημβρίαν δευτέρα συναπτομένῃ τῆ 2
 τῷ 6, ἢ 12, ἀναφύεται ὁ 20 τῆς εἰκοστῆς ὥρας
 Ἰταλικῶς τῆς αὐτῆς ἡμέρας δηλωτικός.

Πόρισμα.

Τῶν Γερμανικῶν ὥρῶν εἰς ἀστρονομικὰς, ἢ τέ-
 των εἰς γερμανικὰς ἀμειβομένων κατὰ τὸ πρῶτον
 πρόβλημα, πρόδηλον ὅτι ἢ αἱ Ἰταλικαὶ εἰς ἀστρο-
 νομικὰς ἀναχθῆσονται, ἢ αἱ ἀστρονομικαὶ εἰς Ἰτα-
 λικὰς.

Πρόβλημα πέμπτον.

Τὰς καιρικὰς ὥρας εἰς γερμανικὰς, καὶ ταύτας
εἰς καιρικὰς ἀγαγεῖν.

Εὐρεθῆτω πρῶτον κατὰ τὸ δοθέν πλάτος τοῦ
τόπου, καὶ κατὰ τὸν δοθέντα χρόνον, τὸ ποσὸν
τῆς τε ἡμέρας καὶ τῆς νυκτός, ἔτι δὲ καὶ ὁ χρόνος
καθ' ὃν ἀνατέλλει, καὶ καθ' ὃν δύει ὁ ἥλιος, εἴτα
διαιερέντος ἑκατέρου ἐπὶ τὸν 12 χωρὶς, ἔσαι τῶν
διὰ τῆς διαιερέσεως παραγομένων ἀριθμῶν, ὁ μὲν
τῆς ἡμερικῆς καιρικῆς ὥρας, ὁ δὲ τῆς νυκτερικῆς πα-
ρασατικός. ἔσω γὰρ ἡ δοθεῖσα ἡμέρα ὥρων ἔξ
πρὸς ταῖς δέκα, δῆλον τῷ καὶ μικρὸν ἐπισήσαν-
τι, ὅτι ληγέσης τῆς κατὰ γερμανὸς δ' . πρὸ με-
σημβρίας, ἀνίσχει κατ' αὐτὴν τὴν ἡμέραν ὁ ἥλιος,
δύει δὲ ὁ αὐτὸς τῆς κατ' αὐτὰς ἡ. μετὰ μεσημβρί-
αν περατωθείσης. διαιερέθτω δὴ ὁ 16 ἐπὶ τὸν 12,
καὶ ἔσαι πηλίκον $1\frac{1}{3}$. τῆς καιρικῆς ἡμερικῆς ὥρας
δηλονότι παρασατικόν, τὸ δὲ $\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ τὸ νυ-
κτερικῆς καιρικῆς ὥρας δηλωτικὸν διαιερέμενα τῆ 8
ἐπὶ τὸν 12. δοθείσης τοίνυν τῆς καιρικῆς ὥρας πολ-
λαπλασιασέον ἐπ' αὐτὴν τὸ πηλίκον, τὸν δὲ ὑπ' αὐ-
τῶν γενόμενον ἀριθμὸν συναπτεῖον ταῖς πρὸ τῆς ἀνα-
τολῆς τῆ ἡλίου γερμανικαῖς ὥραις, τὸ γὰρ ἔξ ἀμ-
φοῖν δηλώσει τὰς πρὸ μεσημβρίας γερμανικὰς ὥρας,
ἰλλεῖπον μέντοι τῆ 12, ὑπερέχον δὲ τὰς μετὰ με-
σημβρίαν, εἶγε τότε ἀφέλης τὸν 12. οἷον δεδωῖτα

καιρικὴ ἡμερινὴ ὥρα ὀγδόη, ἣν δεῖ ἀγαγεῖν εἰς γερμανικὰς· πολλαπλασιαζομένε τῆ 8, ἐπὶ τὸν $1\frac{1}{3}$ καὶ τῷ ὑπ' αὐτῶν $10\frac{2}{3}$, προσκειμένε τῆ 4, ἀπὸ δὲ τῆ ἐξ ἀμφοῖν $14\frac{2}{3}$ ἀφαιρεμένε τῆ 12. λείπεται ὁ 1 καὶ $\frac{2}{3}$ ὁ τῶν γερμανικῶν μετὰ μεσημβρίαν ὥρῶν σημαντικός.

Καὶ ταῦτα μὲν εἶγε ἡ δοθεῖσα ὥρα ὑπάρχει ἡμερινή. εἰάν δὲ ἡ ζήτησις γένηται περὶ νυκτερινῆς πολλαπλασιαστέον τὰς δοθείσας ἐπὶ τὸ νυκτερινὸν πηλίκον, καὶ τῷ ὑπ' αὐτῶν συναπτέον τὰς πρὸ τῆς δύσεως τῆ ἡλίου γερμανικὰς ὥρας· καὶν μὲν τὸ ἐξ αὐτῶν ἐλλείπει τῆ 12, τῶν μετὰ μεσημβρίαν γερμανικῶν ὥρῶν τῆς αὐτῆς ἡμέρας, εἰδὲ ὑπερέχει τῆς ἐπίσης ἔσαι παρασατικόν, εἰάν ἀφέλης τὸν 12, οἷον ἔσω ὥρα νυκτερινὴ ὀγδόη, τῆ 8 ἐπὶ τοῦ $\frac{2}{3}$ πολλαπλασιαζομένου πρόσθιν ὁ $5\frac{1}{3}$, ἔτος συναπτόμενος τῷ 8, ποιεῖ τὸν $13\frac{1}{3}$, ἐκ τῆς ἀφαιρεμένε τῆ 12, λείπεται $1\frac{1}{3}$ τῶν τῆς ἐπίσης γερμανικῶν ὥρῶν παρασατικός. ἀνάπαλιν δὲ δοθείσης τῆς γερμανικῆς ὥρας, καὶ ζητημένης τῆς καιρικῆς, ἀφαιρετέον τὰς πρὸ τῆς ἀνατολῆς τῆ ἡλίου γερμανικὰς ὥρας, καὶ τὸ λειπόμενον διαιρετέον ἐπὶ τὸ πηλίκον τῆς καιρικῆς· ἔσω γὰρ ὥρα γερμανικὴ 9. ἀφαιρουμένε ἀπὸ τῆ 9 τῆ 4, λείπεται ὁ 5, ἔτος ἐπὶ τὸν $1\frac{1}{3}$ διαιρούμενος παρέχει τὸν $3\frac{1}{4}$, τῆς καιρικῆς ὥρας σημαντικόν.

Πόρισμα.

Ἐπει κατὰ τὰ προσεχῶς εἰρημένα αἱ γερμανικαὶ ὥραι μεταποιῶνται εἰς βαβυλωνίαις, καὶ ἀστρονομικαῖς, ἢ Ἰταλικαῖς, ἔξῃσι ἢ τὰς καιρικὰς εἰς αὐτὰς ταύτας ἀγαγεῖν, ἢ τῆμπαλιν.

"Ορος δέκατος πρῶτος.

Μόριον ὠριατὸν χαλδαϊκὸν ἐστὶ τὸ χιλιοστὸν ὀγδοηκοστὸν τῆς ὥρας.

Σχόλιον.

Οἱ γὰρ Χαλδαῖοι διαιρῶντες τὸ ἡμερονύκτιον ὁμοίως τοῖς ἄλλοις εἰς μέρη 24 ἴσα ἀλλήλοις, ὑποδήρην ἕκαστον τέτων εἰς 1080, ἐλακίμ παρὰ τοῖς Ἰαδαίοις λεγόμενα. ἐν χεῖσει δὲ ταῦτα αὐτοῖς τε καὶ τοῖς ἀραψι ἢ ἄλλοις. ὥσε τὸ παρ ἡμῶν ἐξηκοστὸν πρῶτον τῆς ὥρας ἴσον ἐστὶ 18 ὠριαίοις Χαλδαϊκοῖς.

Πόρισμα.

Ἐκ τῶν εἰρημένων ὄηλον πῶς ἄν τις ἀγάγοι τὰ παρὰ Χαλδαίοις ὠριαῖα μόρια εἰς ἐξηκοστὰ, ἢ ἀνάπαλιν. εἰάν γὰρ ζητηθῇ τὸ πρῶτον, ἀναχθῆσονται διὰ διαιρέσεως αὐτῶν ἐπὶ τὸν 18, εἶδὲ τὸ δεύτερον, διὰ πολλαπλασιασμῆ. προκείδω γὰρ ὑποδείγματος χάριν εἰς ζήτησιν πόσοις ἐξηκοστοῖς ἰσοδυνα-

μῦσι τὰ 500 κατὰ Χαλδαίους ὠριαία μόρια, καὶ εὐρεθῆσονται = $27', 46'', 40'''$. ὁ γὰρ 500, ἐπὶ τὸν 18 διαιρέμενος παρέχει πηλίκον $27' \frac{7}{18}$ ἅπερ ἐξισῶνται $27', 46'', \frac{2}{3}$. εἰάν γάρ τις διέλῃ τὰ $60''$, ἃ εἰσὶν ἴσα ἐνὶ πρώτῳ ἐξηκοσῶ ἐπὶ τὸν 9 ἔξει πηλίκον τὸν $6'' \frac{2}{3}$, τότε ληφθέντος ἐπτάκις γενήσεται ὁ $46'' \frac{2}{3}$, ὅς ἐστιν ἴσος τῷ $27', 46'', 40'''$, τὰ γὰρ $\frac{2}{3}$ τῆς δευτέρας ἐξηκοσῆ ἰσοδυναμεῖσι $40'''$.

Ζητηθῆτω δεύτερον πόσοις Χαλδαίοις ὠριαίοις μορίοις ἴσα εἰσὶ τὰ $30', 15''$, καὶ εὐρεθῆσονται = $544, \frac{1}{2}$, τῆ γὰρ 30, ἐπὶ τὸν 18, πολλαπλασιαζομένη ἀναφύεται ὁ 540, εἰσὶ δὲ καὶ τὰ $15''$ ἴσα 4, καὶ $\frac{1}{2}$, ὠριαίοις εἰ γὰρ τὰ $60'' = 18$, τὰ $15''$ πάντως τοῖς 4, καὶ $\frac{30}{60}$, ἦτοι $4 \frac{1}{2}$, ἴσα ἔσονται.

Ὁρος δέκατος δεύτερος.

Τι ἐστὶν ἑβδομάς.

Ἡ ἑβδομάς ὡς καὶ τὸνομα δηλοῖ χρονικὸν σύστημα ἐστίν, ὑπὸ ἑπτὰ ἡμερονοκτίων συνισάμενον.

Σχόλιον.

Ταῖς ἑβδομάσι πρὸ τῶν ἄλλων οἱ Ἰουδαῖοι ἐχρήσαντο αὐτὸν τὸν θεοῦ ἐσηγητὴν ταύτης παράγον-

τες, ἐν ἡμέραις μὲν ἐξ τὸ πᾶν συμπηξάμενον, τῇ
 ἐβδόμῃ δ' ἀπὸ παντὸς ἔργου καταπαύσαντα. ἦν ἡ
 δι' αὐτὸ τῆτο καλῶσι σάββατον, ὅπερ τῇ ἐκείνων
 Φωνῇ σημαίνει κατάπαυσιν. ταῦτ' ἄρα ἀπὸ παν-
 τὸς ἔργου ἐν τοῖς σάββασι σχολάζουσι, τῆ νόμι-
 τῆτο αὐτοῖς διακελεύοντος. ἢ μόνον δὲ τὴν ἐβδό-
 μην τῆς ἐβδομάδος ἡμέραν καλῶσι σάββατον, ἀλ-
 λά ἡ αὐτὴν δὴ τὴν ἐβδομάδα, κατὰ τὸ ἐν εὐαγ-
 γελίοις εἰρημένον. ἠσεύω δις τῆ σαββάτη, τέτες
 δις τῆς ἐβδομάδος. τὰς δὲ λοιπὰς ἡμέρας καλῶσι
 πρώτην, δευτέραν, τρίτην, τετάρτην, πέμπτην, τὴν
 δὲ ἕκτην, ἔχ' ἕκτην, ἀλλὰ παρασκευὴν, οἷον ἐπρο-
 παρασκευὴν ἦσαν πρὸς τὸ σάββατον. ἐκεῖθεν τοί-
 γυν διέβη εἰς τε ἄλλας, ἡ εἰς ἡμᾶς ἢ τῆς ἐβδομά-
 δος χρεῖσις, μετὰ τινος μέντοι διαφορᾶς. ἡ γὰρ
 τὴν πρώτην ἡμέραν τῆς ἐβδομάδος κυρίαν, ἢ κυρια-
 κὴν καλῶμεν ἡμεῖς, διὰ τὸ κατ' αὐτὴν ἐκ τῶν νε-
 κρωῶν ἀναστῆναι τὸν κύριον, ἡ σχολὴν δὲ ἡ ἀργίαν
 ἐν αὐτῇ ἄγομεν, ἔχ' ἰσθαίκως, ἡ μετ' ἀλόγου
 δεισιδαιμονίας ὁμοίως ἐκείνοις, ἀλλ' εὐλόγως καὶ
 εὐσεβῶς, ὡς τιμῶντες τὴν τῆ σωτῆρος ἀνάστασιν
 τῶν δὲ λοιπῶν ἡμερῶν τὰς κλήσεις ἀπαραλλάκ-
 τως τηροῦμεν, τὰς τε ἄλλας τοῖς αὐτοῖς σημαί-
 νοντες ὀνόμασι, καὶ τὴν ἕκτην τῷ τῆς παρασ-
 κευῆς, καὶ τὴν ἐβδόμην τῷ τοῦ σαββάτου. καὶ
 ἡμᾶς μέντοι κυρίως σάββατον ὑπάρχει ἢ κυρια-
 κὴ, καὶ παρασκευὴ πρὸς αὐτὴν τὸ σάββατον.
 Φέρεται δὲ ὅτι πάντες οἱ παρ' αἰθίοψι, καὶ Ἀ-
 ραβί, καὶ Σύροις, καὶ Πέρσαις χριστιανοὶ πα-

πάσας τὰς τῆς ἑβδομάδος ἡμέρας κοινῶ ὀνόματι
 σαββάτ προσαγορεύουσι, διατέλλοντες ταύτας ἀπ' ἀλ-
 λήλων τῶ καταλλήλῳ ἐκάσῃ τακτικῶ ὀνόματι. τε-
 τίσι λέγοντες τὴν μὲν πρώτην σαββάτ πρώτον,
 τὴν δὲ δευτέραν, σαββάτ δεύτερον, καὶ ἑφεξῆς ὁ-
 μοίως. οἱ δὲ Αἰγύπτιοι καὶ ἄλλοι τοῖς πλάνησι τῶν
 ἀστέρων τὰς ἡμέρας τῆς ἑβδομάδος προσοικειῶντες,
 καὶ ἐκάστην, εἰὸς ἐκάστου τῶν πλανητῶν ἡμέραν ἔ-
 λεγον. ἦτοι τὴν πρώτην ἡμέραν Ἡλίου, τὴν δευτέ-
 ραν Σελήνης, τὴν τρίτην Ἄρεως, τὴν τετάρτην Ἐρ-
 μῆ, τὴν πέμπτην Διὸς, τὴν παρασκευὴν Ἀφροδί-
 τῆς, τὸ σάββατον Κρόνου, κατὰ τι ἕδος καὶ δόξαν
 ἀστρονομικὴν τὰς τοιαύτας κλήσεις ἐρασιζάμενοι· οἱ
 γὰρ ἀρχαῖοι τῶν ἀστρονόμων ἐκάσῳ τῶν πλανητῶν
 καθ' ἣν ἔλαχον τάξιν ἐπὶ τῶν ἑραίων κύκλων ἐκά-
 στην τῶν ὥρων ἀποκληρέμενοι, καὶ τὰς ἡμέρας ἐκείνῳ
 ἀπεκληρώσαντο. καὶ τὴν τυχεύσαν ἔμπης ἡμέραν τῶ
 τυχόντι αὐτῶν, ἀλλ' ὧ ἂν ἐμπέσῃ ἢ πρώτη ὥρα τῆς
 ἡμέρας αὐτῆς, ἦν ἐκ τῆ πλανήτε ἐπονομάζουσι. καὶ
 γὰρ ἐκ τῆς κυριακῆς τὴν ἀρχὴν ποιησάμενοι, καὶ
 ταύτην τῶ Ἡλίῳ ἀποκληρώσάμενοι, καὶ τὴν πρώτην
 ὥραν αὐτῆς τέτῳ ἀπονέμουσι, τὴν δευτέραν τῇ Ἀφρο-
 δίτῃ, τὴν τρίτην τῇ Ἐρμῇ, τὴν τετάρτην τῇ Σελήνῃ
 τὴν πέμπτην τῶ Κρόνῳ. τὴν ἕκτην τῇ Δίῃ, τὴν ἑβδό-
 μην τῶ Ἄρει, τὴν ὄγδοὴν πάλιν τῶ Ἡλίῳ, καὶ ἕτω
 καθεξῆς μέχρι τῆς εἰκοστῆς τετάρτης, ἥτις τῶ Ἐρ-
 μῇ ἀπονέμεται. ἀρξάμενοι δὲ πάλιν, ἐπεὶ ἡ τῆς δευ-
 τέρας πρώτη ὥρα τῇ σελήνῃ συμπίπτει, τῇ σελήνῃ
 ταύτην ἀπονέμουσι, καὶ ἡμέραν ταύτης καλεῖσι· ἕτω

ἢ ἐπὶ τῶν ἄλλων ποιήσαντες τὰς ἐπανυμίας τῶν ἡμερῶν ἀπό τινος τῶν πλανητῶν ἐραρίζονται.

Περὶ μηνῶν.

Ὁ μὲν κατὰ πρώτην τομὴν διαιρεῖται εἰς ἡλιακὸν ἢ σεληνιακόν. ὧν ἑκάτερος ὑποδιαιρεῖται εἰς ἀστρονομικὸν ἢ πολιτικόν. ὁ δὲ σεληνιακὸς ἀστρονομικὸς διαιρεῖται εἰς συνοδικὸν ἢ περιοδικόν.

Ὁρος δέκατος τρίτος.

Μὴν ἡλιακὸς Ἀστρονομικὸς ἐστὶ χρόνος, ὃν ὁ ἥλιος δαπανᾷ διερχόμενος τὸ δωδεκατημόριον τοῦ διαμέσων τῶν ζωδίων κύκλου, ὅσις κατὰ τὰς ἀκριβετέρας τῶν ἀστρονόμων ὑποτίθεται, $30^{\circ}, 10', 29', 5''$.

Ὁρος δέκατος τέταρτος.

Μὴν ἡλιακὸς πολιτικὸς ἐστὶ χρόνος ἐξ ὠρισμένων ὁλοκλήρων ἡμερῶν συγκείμενος, ἢ προσεγγίζων τῷ ἀστρονομικῷ.

Ὁρος δέκατος πέμπτος.

Μὴν σεληνιακὸς ἀστρονομικὸς, ὁ περιοδικὸς λεγόμενος ἐστὶ χρόνος, ἐν ᾧ ἡ σελήνη ὅλον τὸν ζωδιακὸν περιτρέχει κύκλον ἐπανακάμπτουσα ἐπὶ τὸ αὐτὸ σημεῖον, ὃθεν ἤρξατο φέρεσθαι, ὅσις σύγκειται ἐξ $27^{\circ}, 7', 43', 8''$.

Ὅρος δέκατος ἕκτος.

Μὴν σεληνικὸς ἀερονομικὸς, ὁ Συνοδικὸς κα-
λέμενος, καὶ κατ' ἀντωνομασίαν σεληνιακὸς μὴν ἐστὶ
χρόνος ὁ μεταξὺ δύο συζυγιῶν, ἢ συνόδων ἐφε-
ξῆς κειμένων, Ἡλίου τε καὶ Σελήνης, σύγκειται δὲ
ἐξ $29^{\circ}, 12'', 44', 3'', 11'''$.

Σχόλιον.

Ἰνα δὲ σαφέστερον γένηται τὸ λεγόμενον, δεδό-
σθω συνοδεύσασαν ἤδη τῷ ἡλίῳ τὴν σελήνην κατὰ τι
σημεῖον τῆς ἐκλεπτικῆς, φερέειπεν τῷ Κρείθ τὴν
ἀρχὴν, ἀποχωρῆσαι τέττα φερομένην ἐπὶ τὰ ἐπό-
μενα, κατὰ τὴν ἰδίαν αὐτῆς κίνησιν. τέττα τοίνυν
κειμένα, ἔπεται ὅτι ἠνικά καταλάβῃ πάλιν τὸ ση-
μεῖον, ἐξ ἧ περ ἤξατο φέρεσθαι, ἢ συνοδεύσει πάν-
τως κατὰ τὸ αὐτὸ αὐθις τῷ Ἡλίῳ, ὡς ἀποχωρή-
σαντος κακείνῃ ἐκεῖθεν τῇ ὁμοίᾳ κινήσει πρὸς τὰ
ἐπόμενα, ἀλλὰ δεήσει κακείνο προσέτι τὸ μέρος δια-
δραμεῖν, ὃ διήλθεν ὁ Ἡλῖος, ἵνα καταλάβῃ αὐ-
τὸν, καὶ ἕτερα γένηται σύνοδος. ἐπεὶ δὲ διέρχεται
ἡ Σελήνη τὸ διάστημα τῆτο κατὰ τὰς Ἀερονόμους
ἐν $2^{\circ}, 5', 0'', 55'', 11'''$, προσιδεμένων τέττων τῷ πε-
ριοδικῷ μηνὶ ἀναφύεται ὁ συνοδικός.

Ὅρος δέκατος ἑβδομος.

Μην σεληνιακὸς πολιτικὸς ἐστὶ χρόνος προσεγγιζῶν τῷ συνοδικῷ ἐξ ὀλοκλήρων ἡμερῶν συνιστάμενος.

Σχόλιον.

Αἴτιον τῆς τοιαύτης διαφορᾶς ἐστίν, ὅτι οἱ μὲν ἀστρονόμοι ἐν πᾶσι τηρῶντες τὸ ἀκριβές, ἢ δὲ βραχύτι παρορῶσιν, ἀλλὰ τὰς μῆνας λαμβάνουσι μετὰ τῶν προσκειμένων ταῖς ἡμέραις ὥρῶν ἢ ἐξηκοσῶν, ὡς συντένοντας αὐτοῖς εἰς εὐρεσίῃ συνοδῶν, ἢ διαμετρήσεων, καὶ μὴν ἢ αὐτῶν τῶν ἐκλείψεων τῶν Φωσῆρων τρίτων· ὁ δὲ πολὺς ἄνθρωπος δυσαρεσεῖται τοῖς τοιούτοις, μὴ ἔχων τὴν ὁμοίαν ἐκείνων φυλάττειν ἀκριβείαν. διὸ παρορῶμένων τῶν ὥρῶν τε ἢ τῶν ἐξηκοσῶν, ἐξ ὀλοκλήρων ἡμερῶν οἷ, τε ἡλιακοὶ ἢ σεληνιακοὶ μῆνες πολιτικῶς συνίστανται. καί τοι ἢ πάντες ἰσραήθιμος κεκλήρονται. τῶν γὰρ Ῥωμαϊκῶν ἡλιακῶν μηνῶν οἱ μὲν τριακονθήμεροι εἰσιν, οἱ δὲ μᾶ ὑπερέχοντες, ἔστι δ' ὅς ὅτε μὲν μᾶ, ὅτε δὲ δυσὶ τῷ τριακονθήμερῳ ἐλλείπων.

Οἱ δ' αὖ σεληνιακοὶ οἱ ἐξ ἡμερῶν 29 καὶ 30, ἐν μέρει συγκείμενοι ἐν χρήσει ὑπῆρχον τοῖς παλαιῶν ἀθηναίοις ἢ ἄλλοις ἔθνεσιν, ὡς ἐν τοῖς εἰσέπειτα δηλωθήσεται. ἐπεὶ δὲ ἐκ ταύτης τῆς ὑποθέσεως συμβαίνει μὴ συνάδειν τὰς πολιτικὰς ἀπα-

ειθμήσει ταῖς ἕραναις κινήσεσιν, ζητήσῃεν ἄν τις
 εὐλόγως, τῷ τρόπῳ γένοιτ' ἂν εὐμεθόδως τέτων
 τε κἀκείνων ἢ ἐξίσωσις. ὅθεν ἔτι παρὰ χορδῆν,
 τὸ τῆ λόγος, καὶ περὶ ταύτης βραχέα διαλαβεῖν.

Ἐξίσωσις σεληνιακῆ.

Πρόβλημα ἕκτον.

Δοθέντων τῶν συνοδικῶν καὶ πολιτικῶν σεληνιακῶν
 μηνῶν, τὴν τέτων ἐξίσωσιν εὐρεῖν.

Ἐπεὶπερ, ὡς εἴρηται, οἱ πολιτικοὶ σεληνιακοὶ
 μῆνες ὑποτίθενται συγκείμενοι ἐξ ἡμερῶν 29, καὶ
 30, καὶ τῆτε συμβαλεῖ παρορᾶσαι καθ' ἕκαστον
 τέτων 44', 3", 11" (ἅπερ συμποσῆμενα ἐν δια-
 σήματι ὀκτὼ καὶ τεσσαράκοντα μηνῶν πρὸς τοῖς ἐν-
 νεακοσίοις ποιῆσιν ἡμέρας ἑννέα πρὸς ταῖς εἴ-
 κοσι) δυνατόν μετὰ παρέλευσιν 984 μηνῶν προ-
 δεῖναι τέτοις τὰς 29, ἡμέρας ἀνθ' ἑνὸς ἐμβολί-
 μος, καὶ ἀριθμήσασαι μῆνας 949.

Ἄλλως.

Τῶν 44', 3", 11", μετὰ τρεῖς καὶ τριάκοντα
 μῆνας εἰς ἡμέραν 1. 13, 45', 3", συμποσῆμένων,
 εἴτις ἑκάστῳ τριακοσῶ τρίτῳ μηνὶ προδεῖ ἡμέραν
 μίαν τριακονθήμερον. τέτον ποιῆμενος προσεγγίσει
 τῇ ζητημένῃ ἐξίσωσιν τῶν μηνῶν.

Ἐξίσωσις ἡλιακῆ.

Πρόβλημα ἑβδομον.

Δοθέντος τοῦ ἡλιακῆ δρόμου, τοῖς ἡλιακοῖς πολι-
τικοῖς μῆσιν αὐτὸν ἐξισῶσαι.

Τῆ ἡλίου τὸν ζωδιακὸν περιπεύοντος ἐν 365° ,
 $5'$, $49''$. διελώντις τὰς 365 , ἐπὶ τὸν 12 , ποιή-
σειεν ἂν τὲς μὲν ἑπτὰ τῶν 12 , μηνῶν τριακονθη-
μέρης, τὲς δὲ λοιπὰς 5 , ὑπερέχοντας μίαν. ἐπεὶ
δὲ ἐν ἐκάστῃ δωδεκάδι καταλείπει 5° , $49'$, ποι-
ῶντα ἐν διαστήματι μηνῶν τεσσαράκοντα ὀκτώ 23° ,
 $16'$. ἤτοι ἡμέραν μίαν ἐγγύς, προσθεὶς ἐντῷ τῶν
τῆς τετάρτης δωδεκάδος μηνῶν ἡμέραν μίαν ἐξισά-
σειεν ἂν ὁ αὐτὸς τοὺς μῆνας τῷ δρόμῳ τῷ
ἡλιακῷ.

Περὶ ἐνιαυτῆ ἢ ἔτους.

Ὁ ἐνιαυτὸς, ὅς δὴ ἢ ἔτος ἢ κισσε διττὸς ἐ-
στίν, ἡλιακὸς, ἢ σεληνιακός· ἐστὶ δ' ἐκάτερος ἢ
ἀστρονομικὸς ἢ Πολιτικὸς.

Ὅρος δέκατος ἑβδομος.

Ἡλιακὸν ἀστρονομικὸν ἔτος ἐστὶ τὸ ἐξ ἡμερῶν
 365° , $5'$, $49''$, συνιστάμενον κατὰ τὲς ἀκριβετέ-
ρας τῶν ἀστρονόμων. λέγεται δὲ τὸ αὐτὸ ἢ τροπι-
κὸν ἢ ὡς ἀπότινος τῶν τροπικῶν σημείων ἀρχό-
μενον, ἀλλ' ὡς περιεκτικὸν ὑπέρχον τῶν ἡλιακῶν

τροπῶν, καὶ τῇ πρὸς τὰς τροπικὰς κύκλῳ τῆ Ἡλίου
προσχωρήσειτε καὶ ἀποχωρήσει ἀποτελέμενον.

Ὅρος δέκατος ὄγδοος.

Ἡλιακὸν πολιτικὸν ἔτος ἐστὶ τὸ ἐξ ἡμερῶν
ὀλοκλήρων συγκείμενον, ὅτε μὲν ἐκ 365, ὃ καὶ κοινὸν λέγεται, ὅτε δὲ ἐκ 366 ὃ δὴ καὶ βίσεξ-
τον προσαγορεύεται.

Ὅρος δέκατος ἑννατος.

Σεληνιακὸν ἀξρονομικὸν ἔτος ἐστὶ σύστημα δώδε-
κα μηνῶν συνοδικῶν, ἧτοι περιεκτικὸν 357ⁿ, 8ⁿ,
48', 38", 12".

Ὅρος κ'.

Τὸ σεληνιακὸν πολιτικὸν ἔτος διττὸν ἐστὶ, τὸ
μὲν κοινὸν, τὸ δὲ ἐμβόλιμον. καὶ κοινὸν μὲν ἐστὶ
τὸ ἐκ μηνῶν σεληνιακῶν πολιτικῶν δώδεκα, ἐμβό-
λιμον, δὲ τὸ ἐκ δέκα καὶ τριῶν μηνῶν συγκείμενον.
καὶ κεῖνο μὲν ἐστὶ 354, τῆτο δὲ 384, ἡμερῶν περιεκ-
τικόν.

Ὅρος κα'.

Ἀρχὴ τῆ ἔτους ἐστὶν ἡμέρα ὠρισμένη, ἐξ ἧς πᾶ-
σαι αἱ λοιπαὶ ἡμέραι τῆ ἔτους ἀριθμῶνται συνεχῶς.
εὐκρεύτερον δὲ ταύτην εἶναι μίαν τῶν ἰσημεριῶν, ἣ

τῶν τροπικῶν ἡμερῶν, ἵνα τὸ διάφορον αὐτῆς πρὸς τὰς ἄλλας ἡμέρας ἢ καταφανές. ἐν μὲν γὰρ ταῖς ἰσημερίαις ἢ ἰσότης ὑπάρχει τῶν ἡμερῶν καὶ τῶν νυκτῶν, ἐν δὲ ταῖς τροπαῖς ἢ ἀνισότης κατὰ τὸ μέγιστον καὶ ἐλάχιστον.

Σχόλιον.

Τῆτο ὑπότινων ἔθνῶν τηρέμενον εὐρηται. Χαλδαῖοι μὲν γὰρ καὶ Αἰγύπτιοι περίεχον τὴν μετοπωρινὴν Ἰσημερίαν τῆ ἔτους ἐποιῶντο τὴν ἀρχήν. Οἱ Ἰουδαῖοι περὶ τὴν ἐαρινὴν πρὸ τῆς εἰς Αἴγυπτον καταβάσεως. μετὰ γὰρ ταύτην τὴν τῶν Αἰγυπτίων δέξασθαι λέγονται, καὶ αὐτοὶ παραλεῖψαι ταύτην ἐκεῖθεν ἐξελεύοντες, ἔτω τῆ θεῶ διὰ Μωϋσέως θεσπίσαντος. Οἱ δὲ Ῥωμαῖοι πρὸ μὲν τῆ νημῆ ἐκ καλενδῶν μαρτίε τῆ ἔτους ἤρχοντο, ὑστερον δὲ ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίε. ὃ δὴ ἐξ ἐκείνων καὶ εἰς ἡμᾶς διεφοίτησε, πλὴν ὅτι ἡμεῖς τῶν ἀπὸ τῆς θείας ἐνανδρωπήσεως ἔτων τὴν ἀρχὴν ἐκ καλανδῶν Ἰαννουαρίε λαμβάνομεν. ἀρχὴν δὲ ἐνιαύσιον πολιτικῶς, ἢ κρεῖττον εἶπεῖν ἐκκλησιασικῶς, τὴν πρώτην τῆ Σεπτεμβρίε μηνὸς οἶδαμεν καὶ ἐορτάζομεν.

Ὅρος κβ'.

Ἐποχὴ ἐστὶν ὄρος χρονικὸς, ἀφ' ἧ, ὡς ἀπότιμος ἀρχῆς, τὰ ἔτη ἀριθμεῖν εἰώθασιν οἱ τοῖς τὴν ἐποχὴν διαταξαμένοις ἐπαναληθίσαντες. εἰσὶ δὲ ἐ-

καὶ πολλαὶ καὶ διάφοροι κατὰ τὰς διαφορὰς τῶν
 χρωμένων αὐταῖς ἔθνων, περὶ ὧν ἐν οἰκείῳ τόπῳ
 ῥηθήσεται.

Πρόβλημα ὄγδοον.

Δοθέντος ἔτους τινὸς τῆς τυχῆσης ἐποχῆς εἰς ἔτος
 ἑτέρας τινὸς ἐποχῆς ἀγαγεῖν.

Ληφθήτω περίοδος χρονικὴ μείζων τῶν κα-
 μένων ἐποχῶν, ἐφ' ἣν ἀναχθήτω ἑκατέρω αὐτῶν,
 ἵνα κατάδηλα γένηται τὰ τῆς περιόδου ἔτη, ἐξ ὧν
 ἄρχονται αἱ ἐποχαί. καὶ γὰρ εἰάν τὸ δοθέν ἔτος
 συναφθῆ τοῖς ἔτεσι τῆς περιόδου, τοῖς ἄξει τινὸς
 ἐποχῆς, καὶ ἐκ τῆς γενομένης ἀφαιρεθῶσι τὰ μέχει
 τῆς ἑτέρας ἐποχῆς ἔτη, γνωθήσεται τὸ ἔτος τῆς
 ἐποχῆς ταύτης ᾧ συμπίπτει τὸ δοθέν. οἷον εἰλήφ-
 θω περίοδος ἐτῶν ἑπτακισχιλίων, ἣτις ἐστὶ περιεκ-
 τικὴ πασῶν τῶν φερομένων ἐποχῶν, τὸ δὲ δοθέν
 ἔτος εἰκοσὸν ἐποχῆς τινὸς ἀρξαμένης τῷ τετρακο-
 σιοσῶ ἔτει τῆς περιόδου ταύτης, καὶ ζητηθήτω τίμη
 ἔτει συμπίπτει ἑτέρας τινὸς ἐποχῆς ἀρξαμένης ἀπὸ
 τῆς τριακοσιοσῆ. συναφθήτω ὁ 20 τῷ 400, ἀπὸ
 δὲ τῆς ἐξ ἀμφοῖν 420 ἀφαιρεθήτω ὁ 300, καὶ
 ὁ ἑναπολειφθεὶς 120 παρίσῃσιν, ὅτι τὸ δοθέν ἔτος
 συμπίπτει τῷ ἑκατοσῶ εἰκοσῶ τῆς ἀπὸ τῆς τριακο-
 σιοσῆ ἔτους τῆς περιόδου ἀρξαμένης ἐποχῆς.

Δοθέντος δὲ τῆ 120, συναφθῆτω τῷ 300, καὶ ἀπὸ τῆ 420, ἀφαιρεθῆτω τὸ 300, καὶ ἐναπολειφθήσεται ὁ 20.

Ἔσθ' ὅρος κγ'.

Ὁ αἰὼν τῶν πλεοναχῶς ἐστὶ λεγομένων, σημαίνει μέντοιγε κυριώτερον ἅπασαν τὴν χρονικὴν παράτασιν. ὡς δὲ ἐπὶ τῆ παρόντος λαμβάνεται, ὑπὸ ἐνατὸν ἐτῶν ὑποτίθεται συγκείμενος, κατὰ τὴν δόξαν καὶ συνθήκην τῶν νεωτέρων. ὅθεν ἔτω λαμβανόμενος, ἕδεν ἄλλο ἂν εἴη, ἢ σύστημα τούτων ἐτῶν, ταύτῃ δ' ἐστὶν εἰπεῖν ἐκατονταετής χρονικὴ περίοδος, ἢ ἐκατονταετηρής.

Περὶ διαφορῶν πολιτικῶν ἐτῶν.

Ἐ πρῶτον.

Περὶ Ῥωμαϊκοῦ.

Εἰ καὶ πάντες ἄνθρωποι, οἷς κέχρηται ἔτεσι, κατὰ τὰς κινήσεις τῶν Φωσφῆρων λαμβάνειν ταῦτα περῶνται, ἀλλ' ἐν γε ἢ κατὰ μίαν καὶ τὴν αὐτὴν κίνησιν. οἱ μὲν γὰρ τῆ τῆ ἡλίου, οἱ δὲ τῆ τῆς σεληνῆς κινήσει τὸ ἔτος, ὀρίζονται. εἰσι δὲ οἱ κατ' ἄμφω τὰς κινήσεις τοῖς ἔτεσι χρησάμενοι βέβηλονται κατὰ τινὰς περιόδους, ἃς αὐτοὶ ἐπινοήκασι τὰ σεληνιακὰ ἔτη τοῖς ἡλιακοῖς ἐξισῶσαι, καὶ ὀποκαθίστασθαι. αὐτίκα γὰρ οἱ Ῥωμαῖοι ἐν τοῖς ἄνω χρόνοις

τῆ τῆς σελήνης Φορᾶ τὸ οἰκεῖον ἔτος ὠρίζοντο ἀπὸ
 Ρ'ωμίλῃ λαβόντες τὰς ἀφορμάς, ἢ τῷ ἔθει ἢ
 διορισμῷ τῆτε κατακολυθίσαντες. ἀλλ' εἰς δέκα
 μῆνας τὸ ἔτος διανέμοντες, τὲς μὲν τριακονθήμε-
 ρες, τὲς δὲ μᾶ ὑπερέχοντας, ἐποίησαν αὐτὸ ἡμερῶν
 τριακοσίων, ἢ τεττάρων περιεκτικόν. ἐπεὶ δὲ ἐλ-
 λείπεν συνέβαινε τῆ σεληνιακῆ δρόμῃ ἡμέραις πεν-
 τήκοντα, ὡς λογιζομένῃ κατ' αὐτὰς ἡμερῶν 354,
 προσθέντες ἢ ταύτας τοῖς δέκα μηνσιν, οἶονεὶ ἐπα-
 γομένας, ᾠοντο συναπαρτίζεσθαι τὴν ἀπαρτίθ-
 μῆσιν αὐτῶν τῆ οὐρανια κινήσει. ὁ δὲ Νομᾶς με-
 τὰ Ρ'ωμίλον Φωρέσας τὴν ἀπάτην, τὰς τῶν μη-
 νῶν ἡμέρας ἐναλλάξας, καὶ ἑτέρους δύο μῆ-
 νας προσθεῖς, δωδεκάμηνον τὸ ἔτος εἰργάσατο ἐκ
 355 ἡμερῶν συνισάμενον. βουλόμενος δὲ τὴν

Μάρτιος.	31.	Ἰαννουάριος.	29.
Ἀπρίλλιος.	30.	Φεβρουάριος.	28.
Μαῖος.	31.	Μάρτιος.	31.
Ἰούνιος.	30.	Ἀπρίλλιος.	29.
Κυβιντίλιος.	31.	Μαῖος.	31.
Σεξτίλιος.	30.	Ἰούνιος.	29.
Σεπτέμβριος.	30.	Κυβιντίλιος.	31.
Ὀκτώβριος.	31.	Σεξτίλιος.	29.
Νοέμβριος.	30.	Σεπτέμβριος.	29.
Δεκέμβριος.	30.	Ὀκτώβριος.	31.
		Νοέμβριος.	29.
		Δεκέμβριος.	29.

Μῆνες κατὰ Ρ'ωμίλον.

Μῆνες κατὰ Νεμῶν.

τῷ ἔτους ἀρχὴν σώζεσθαι ἀπλαῖ, τῷτέσι συμβαί-
 νειν αἰεὶ κατὰ τὴν χειμερινὴν τροπὴν, ἐξ ἧς τὴν
 ἀρχὴν τῷ ἔτους ἐλάμβανεν, ἐμβολισμὸν τινα ἐπινοώ-
 ηκε, καὶ καθ' ἑκάστην διημέριαν μετὰ τὸν Φεβρουάριον
 γίνεσθαι διατάξατο, τὰς ἑλληνας καὶ τὴν τῶν ζηλώσας,
 καὶ ἐξ ἐκείνων λαβὼν τὰς ἀφορμὰς περαθέντων, ὡς
 ἐν τοῖς ἐξῆς δηλωθήσεται, τῇ προδῆκῃ ἑδέκα
 ἡμερῶν ἐξισῶσαι τὸν σεληνιακὸν δρόμον τῷ ἡλιακῷ.
 καὶ δὴ τῷ μὲν δευτέρῳ τῶν κατ' αὐτὸν ἐτῶν δύο καὶ
 εἰκοσιν ἡμέρας τῷ Φεβρουαρίῳ μηνὶ ἐπεπαριδιμῖσθαι
 ὤρισται, τῷ τετάρτῳ 23, τῷ ἕκτῳ 22, τῷ ὄγδῳ
 αὐτίς 23, καὶ τοῖς λοιποῖς ὡσαύτως ἐκ τριακοσίων
 ἐξήκοντα ἐξ ἡμερῶν, καὶ ἐξ ὧν τὸ ἡλιακὸν ἀερο-
 νομικὸν ἔτος, ὡς εἰσιν οἰόμενος συνίστασθαι. ἕτεροι
 δὲ φασὶ τὰς ἡμέρας ταύτας μεταξὺ τῆς κγ'. καὶ
 κδ'. τῷ Φεβρουαρίῳ ἐμβολίζεσθαι, καὶ μῆνα Μερκιδί-
 νον, κατὰ Πλάταρχον ὀνομάζεσθαι· καὶ ταῦτα μὲν
 ὁ Νημῶς. τῷ χρόνῳ μὲντοι τὸ τοῦτον ἔτος ἐξε-
 λήλεγκται ἐκπίπτον τῷ ἀληθῆς, καὶ χεῖρον ἐπιδιορ-
 θώσεως. διὸ ἦτε ἐπιδιορθώσις τῷ ἔτους, καὶ μὴν
 καὶ ὁ ἐτήσιος διορισμὸς καὶ ἐμβολισμὸς τοῖς κατ'
 ἐκείνους Ποντίφιξιν ἐπετράπη. ἀλλ' ἐκείνων, ὑπό-
 τε τῶν ἐν τέλει, καὶ τῶν τελωνῶν φθαρῶντων
 χεῖμασι, καὶ ἐλάττω, ἢ εἶδει, τὰ πλεῖστα τῶν ἐτῶν
 πεποικηκότων, μέχρι ἐβδομήκοντα καὶ ἐνέα ἡμερῶν
 ἐπὶ Ἰαλίῃ Καίσαρος διαμαρτάνοντες εὐρηται οἱ τῶ-
 τοις ἐπόμενοι, ἦτοι πρὸ ἐβδομήκοντα ἡμερῶν τὴν
 χειμερινὴν τροπὴν οἰόμενοι, καὶ τὴν ἀρχὴν τῷ ἔτους
 ποιῶμενοι. τὸ τοῦτον ἄτολμον τοπον ἐκκλίτων ὁ Ἰα-

λιος ὁ Καῖσαρ, τά τε ὑπ' ἐκείνων ἐσφαλμένα διορθώ-
 σασθαι, καὶ τὸ ἡλιακὸν ἔτος ἐπανορθώσασθαι προ-
 θυμύμειος, Σωσιγέμῃ τὸν ἐν ἀεροίοις διαβόητον
 ἐξ Αἰγύπτου μετεπέμψατο, ἡ τῆς τὴν ἐπανόρ-
 θωσιν τῷ ἔτους ἀνέθηκεν, ἔτος ἔν, κατὰ τὴν τῷ
 Καίσαρος βέβησιν, τήν τε ἀρχὴν τῷ ἔτους ἐπὶ τῆς
 χειμερινῆς τροπῆς ἀποκαταστήσαι, ἡ τὰς ὑπ' ἐκείνων
 ἐναπολειφθείσας ἡμέρας ἀναπληρῶσαι μηχανώμενος,
 δεκαπέντε μηνῶν, ἢτοι ἡμερῶν 445, τὸ ἔτος ἐκεῖ-
 νο συνεχίστατο ὃ δὴ κατὰ Ῥωμαίους ἔτος ἐκλήθη
 Κομφισιόνος τέττις συγχύτως. τὸ ἀπ' ἐκείνου δὲ
 ἐκ μηνῶν 12, ἢ ἡμερῶν τριακοσίων ἐξήκοντα πέντε ἢ
 ὡρῶν ἐξ τὸ ἔτος συνε-
 γάναι ὤρισται ἄλλὰ
 τὴν ἐκ τῶν ὡρῶν ἀπο-
 ποιούμενος δυσχέριαν,
 ὡς τῆς ἀρχῆς, καὶ τῆς
 τέλους ἐκάστου ἔτους ἕκ ἐξ
 ὀλοκλήρου ἡμέρας, ἢ δὲ
 ἐκ τῆς αὐτῆς ὥρας μελ-
 λόντων λαμβάνεσθαι,
 εἶγε ἀριθμοῦντο ἢ αἰώ-
 ραι πρὸς ταῖς ἡμέραις,
 ἐπὶ μὲν τῷ πρώτῳ δευ-
 τέρῳ ἢ τρίτῳ ἔτις τὰς
 ὥρας παρορᾶσθαι διετά-
 ξατο, τῷ δὲ τετάρτῳ εἰς ἡμέραν μίαν συμποσμη-
 νας λογιζέσθαι ἀνθ' ὅτι τὸ τέταρτον, ὄγδοον, δέ-
 κατον δεύτερον, δέκατον ἕκτον, ἢ τὰ λοιπὰ ἀνα-

Ἰαννουάριος.	31.
Φεβρουάριος.	28.
Μάρτιος.	31.
Ἀπρίλλιος.	30.
Μάιος	31.
Ἰούνιος.	30.
Ἰούλιος.	31.
Αὐγουστος.	31.
Σεπτέμβριος.	30.
Ὀκτώβριος.	31.
Νοέμβριος.	30.
Δεκεμβριος.	31.

Μῆνες κατὰ Ἰούλιον Καίσαρα.

λόγως ἐκ 366 ἡμερῶν ὑπάρχει συγκείμενα, καὶ βί-
σεξτα κατ' ἐκείνης καλύμενα, τῶν ἄλλων ἐκ 365
συνεσώτων.

Πρόβλημα ἕνατον.

Δοθέντος, ὅποσον ἦν τὸ ἔτος τῆς θείας ἐνανθρω-
πήσεως, τὰ πρὸ αὐτῆ, καὶ μετ' αὐτὸ βίσεξτα
εὐρεῖν.

Ἐπεὶ τὸ ἔτος τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως βί-
σεξτον κοινότερον ὑποτίθεται, διαιρημένων τῶν ἀπὸ
ταύτης ἐτῶν ἐπὶ τὸν 4, εἰμὲν ἕδεντι ἐναπολειφθῆναι,
βίσεξτον τὸ ἔτος ἐστίν, ἐφ' ᾧ ἡ ζήτησις γίνεται,
εἶδὲ ἐναπολειφθῆναι ἀριθμὸς, ἢ μονὰς αὐτὰ σοι
παρῆσεται, πόσον ἐστὶ τὸ ἔτος μετὰ βίσεξτον·
οἷον τὸ αψογή. ἐστὶ βίσεξτον, μηδενὸς ἐναπολειπο-
μένον ἐπὶ τῆς διαιρέσεως τῆ 1768 ἐπὶ τὸν 4, τὸ
δὲ αψογή. πρῶτον μετὰ βίσεξτον, ὅτι τῆ 1773
παρὰ τὸν 4 διαιρημένου ἐναπολείπεται μονὰς. τὸ
δὲ πρὸ ἐκείνου πεντηκοστὸν ὑπῆρξε πρὸ βίσεξτου
δεύτερον, οἷον ἦν τὸ μή. πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπή-
σεως. τῆ γὰρ 50 ἐπὶ τὸν 4 διαιρουμένου, ἐναπο-
λείπονται 2, ἐπεὶ δὲ τὰ ἑκατοσὰ πάντα βίσεξτα
εἰσὶν, ἀπόχη τῆς ἐσχάτους μόνους τῶν ἀριθμητικῶν
χαρακτήρων διαιρεῖν, ὡς ἐπὶ τῶν ἀνωτέρω τὸν 68,
καὶ 73.

Περὶ ἀπαριθμήσεως τῶν ἡμερῶν κατ'
αὐτὰς ἦτοι περὶ καλενδῶν, εἰδῶν,
ὧ νόμων.

Τοῦτος μὲν ὁ τῶν μηνῶν καὶ τῆ ἔτης κατὰ
Ρωμαίους διορισμός. παρ' ἐκείνων δὲ καὶ εἰς ἡμᾶς διε-
φοίτησε τὰ ὑπὸ Ἰουλίου Καίσαρος νομοθετηθέντα,
βραχύ τι μέντοι παρελαγμένα ὑπ' Αὐγούστου Καί-
σαρος, κατὰ τε τὰ ὀνόματα τῶν μηνῶν, καὶ τὴν πο-
σότητα τῶν ἐν αὐτοῖς ἡμερῶν. ὁ γὰρ Αὐγουστος
ζηλώσας τὸν Ἰέλιον ὁμώνυμον ἑαυτῷ πεποιηότα
τὸν κοινῆσιλιον, ἐν ᾧ ἐτέχθη, μετέδωκε καὶ αὐτὸς
τὴν Ἰδίαν ἑκωνομίαν τῷ σεξτιλίῳ μηνί, καλέσας
αὐτὸν Αὐγουστον, τῷ πλεῖστα κατὰ τῆτον τὸν μῆ-
να ζήλη καὶ μνήμης ἀξία διαπραξάσθαι, ἦτοι
ὑπατεῦσαι τὸ πρῶτον, τρεῖς θριαμβεῦσαι, τὴν Αἴ-
γυπτον ὑπήκοον Ρωμαίοις ποιήσασθαι, καὶ πέρας
ἐπιθεῖναι τοῖς ἐμφυλίοις πολέμοις. ἀλλὰ τέττε
τριακονθήμερος ὑπέρχοντος, ἵνα μηδὲ κατὰ τῆτον
ἡλτων ἢ τῆ Ἰουλίου, προσέθηκεν αὐτῷ ἡμέραν μίαν.
ἐπεὶ δ' ἐκ τέττε συνέβη τρεῖς μῆνας ἐφεξῆς ἐκ τριά-
κοντα καὶ μιᾶς συγκεῖσθαι ἡμερῶν, ἦτοι Ἰέλιον, αὐ-
γουστον, Σεπτέμβριον. ἀπὸ γὰρ μαρτίου πρότερον
ἀρχόμενοι συνίσαντο ἐκ 31, καὶ 30 ἐναλλάξ ἡμε-
ρῶν, τριακονθήμερος συνησάμενος τὸν Σεπτέμβριον
καὶ τὸν Νοέμβριον, μιᾶ τέτων ὑπερέχειν τὸν Οκτώ-
βριον, καὶ Δεκέμβριον ἐποίησεν. ἢ τῶν ἡμερῶν δὲ
κατ' αὐτὰς ἀπαριθμησὶς ξένητις δοκεῖ εἶναι καὶ ἀλ-

λόκοτος. ἔ γὰρ κατὰ τὴν Φυσικὴν πρόοδον τῶν
 ἀριθμῶν τὰς ἡμέρας ἀριθμῶσιν, ὁμοίως τοῖς ἄλλοις,
 ἔδε εἰς ἑβδομάδας αὐτὰς διανέμωσιν, ἀλλὰ τὲς μῆ-
 νας καλένδαις, ἢ εἰδοῖς, ἢ νόναις τέμνοντες, ταύ-
 ταις δὴ τὰς τῶν μηνῶν ἡμέρας ὑποσημαίνονται·
 ἢ καλένδαις μὲν καλῶσι τὰς παρὰ τοῖς ἔλλησι νε-
 μηνίας, νόνας δὲ τὰς ἑβδομάς, ἢ μὴν δὲ ἀπάν-
 των, ἀλλὰ τῶν τεσσάρων τέττων μηνῶν Φημι μαρ-
 τίς, μαΐου, ἰουλίου ἢ οὐτωβρίου, εἶδες δὲ τὴν
 δεκάτην πέμπτην ἑκάστη αὐτῶν. τῶν δὲ λοιπῶν μη-
 νῶν ἑκάστη τὴν μὲν πέμπτην νόνας, τὴν δὲ δεκάτην τρί-
 την εἶδες καλῶσιν. ἡνίκα τοίνυν βέλονται τι δηλώσαι
 τῇ πρώτῃ οἰσθητήριος μηνὸς προχθὲν, δὸς εἰπεῖν τῆ
 μαρτίς, ἐν καλένδαις μαρτίου λέγωσιν, εἰάν δὲ τῇ
 δευτέρῃ, ἢ τρίτῃ, ἢ τετάρτῃ, ἢ πέμπτῃ τῶν εἰρη-
 μένων τετάρτων μηνῶν, τῇ ἕκτῃ πρὸ νονῶν μαρτίου,
 ἢ πέμπτῃ, ἢ τετάρτῃ, ἢ τρίτῃ προσιδέντες ἑκάστη ἢ
 τὸ πρὸ νονῶν μαρτίς. εἰάν δὲ τῇ ἕκτῃ, τὸ πρὸ
 νονῶν μαρτίς μόνον λέγωσιν, ἐν δὲ τῇ ἑβδόμῃ το
 ἐν νόναις. ὡσαύτως τὰς ἑφεξῆς τῶν νονῶν ἡμέρας
 ἄχρι εἰδῶν ἀπὸ τέττων κατωνόμαζον λέγοντες τῇ ὕ-
 δῳ, ἐνάτῃ, δεκάτῃ, ἐνδεκάτῃ, δωδεκάτῃ, δε-
 κάτῃ τρίτῃ, ἔχ ἀπλῶς δὲ, ἀλλὰ τὸ πρὸ εἰ-
 δῶν ἑκάστη προσιδέντες, τῇ τε δεκάτῃ τετάρτῃ τὸ
 πρὸ εἰδῶν μόνον, ἢ τῇ δεκάτῃ πέμπτῃ τὸ ἐν εἰ-
 δοῖς ἀπονέμοντες. τὸν αὐτὸν τρόπον ἢ τὰς λοιπὰς
 ἀπὸ τῶν καλενδῶν τῆ ἐπομένῃ μηνὸς ὑποσημαίνονται,
 οἷον εἰπεῖν τὴν δεκάτην ἕκτην μαρτίς δεκάτην ἑβδό-

μην, πρὸ καλενδῶν Ἀπριλλίων ὀνομάζουσι, δηλονότι καὶ
 τὴν πρώτην τῆς Ἀπριλλίης ἐν τῇ ἀπαριθμήσει λαμβάνου-
 ντες. ἀλλὰ ταῦτα μὲν ἐπὶ τῶν τεττάρων ποιῶσι μηνῶν,
 ἐπὶ δὲ τῶν ἐχόντων τὰς νόκας κατὰ τὴν πέμπτην,
 τὰς τε εἰδὰς κατὰ τὴν δεκάτην τρίτην, τρεῖς μόνας ἡμέ-
 ρας ἐφ' ἑκάστη ἀπὸ τῶν νοῶν παραδηλῶσι, τὴν δευτέ-
 ραν, τρίτην, καὶ τετάρτην, ἑπτὰ δὲ ἐκ τῶν Εἰδῶν
 τὴν ἕκτην, ἑβδόμην, ὀγδόην, ἐνάτην, δεκάτην, δεκά-
 την πρώτην καὶ δεκάτην δευτέραν, τὰς δὲ λοιπὰς, ὡς
 περὶ καὶ ἐπ' ἐκείνων ἐκ τῶν καλενδῶν τῆς ἑξῆς μηνός.
 ταῦτ' ἄρα συμβαίνει τέτταρ' ὁμοίως ἡμῖν τε καὶ
 ἄλλοις τὰς κλήσεις τῶν ἡμερῶν ἔχεν ἐφ' ἀπάντων
 τῶν μηνῶν τῶν τε τριακονθημέρων, καὶ τῶν μιᾶ ἀν-
 τὶς ὑπερεχόντων. αὐτίκα γὰρ ἡμεῖς τῆς τε μαρτίης,
 καὶ τῆς Ἀπριλλίης τὴν ἰς. τῷ αὐτῷ ἀριθμητικῷ ὀνόμα-
 τι σημαίνομεν ἑκατέραν ἰς. ἀποκαλῶντες· ἐκεῖνοι
 δὲ τῆς μὲν μαρτίης τὴν ἰς, ἰζ' πρὸ καλενδῶν Ἀπριλ-
 λίης λέγουσιν, ὑκέτι δὲ καὶ τὴν ἰς. αὐτῆς ἰζ'. πρὸ
 καλενδῶν Μαΐων, ἀλλὰ ἰς. πρὸ καλ. Μαΐων. αἴ-
 τιον ταύτης τῆς διαφορᾶς, ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς μαρτίης
 ἀπὸ τῆς ἰς. μέχρι τῆς πρώτης Ἀπριλλίης συναριθμη-
 μένης μέντοι γε καὶ αὐτῆς πρώτης, δέκα καὶ ἑπτὰ ἡμέραι,
 ἀπὸ δὲ τῆς ἰς Ἀπριλλίης ἄχρι τῆς πρώτης Μαΐης
 ἕξ πρὸς ταῖς δέκα ἀριθμῶνται, τῆς αὐτῆς καὶ ἐπὶ
 τῶν ἄλλων ἀναλόγως εὐρίσκεται. περὶ δὲ τῆς τῶν
 ὀνομάτων τέττων παραγωγῆς τοιαύτη φέρεται, ἐσυνω-
 δὰ τοῖς ἀρχαίοις τῶν νεωτέρων φθραγγομένων.
 Θεόδωρος γὰρ ὁ Γαζῆς, ἐν τῷ περὶ μηνῶν αὐτῶ

Φιλοποιήματι. ἔτι περὶ τῶν γραφῶν κατὰ
 ἡ Πλάταρχον. ἔτι ἀλλὰ καὶ Ῥωμαῖοι ὡς Πλάταρ-
 ἡ χος ἰσορεῖ, τὴν εἰς τρεῖς διαίρεσιν τῆ μηνὸς πρὸς
 ἡ τὰς μεγίστας τρεῖς διαφορὰς τῆς Σελήνης τυγ-
 ἡ χάνουσι πρότερον πεποιηκότες. καλέοντας μὲν τὴν
 ἡ νημησίαν καλέσαντες, ὅτι περὶ τὴν σύνοδον ἔσα
 ἡ τόθ' ἡ σελήνη, ὡς περὶ λέληθεν, ἐπιλελοιπότες
 ἡ δὴ παντελῶς τῆ φωτός· τὸ γὰρ κλάμ Ῥωμαί-
 ἡ οῖς τὸ λάθρα διασημαίνει. " συνάγεται τοίνυν
 κατ' αὐτὸν προφανῶς ἐκ τῆ κλάμ τὰς καλέοντας
 παρὰ γεῶσαι. " ἐφεξῆς δὲ φησὶ, νόνας δὲ ὅταν κα-
 ἡ ταφανῆς πρῶτον ἀπὸ δυσμῶν γένηται νέα. Εἰ-
 ἡ δὲ δὲ ὅταν πανσέληνος ἔσα εὐειδεστέρα τὴν ὄψιν
 ἡ ἢ ἀλλ' ὅμως ὑστερον, καίτοι καθ' ἡλίον ἄγοντες
 ἡ τὴς μηνῆς, ὁμοίως ὀρίζοντες τὸν χρόνον καλέ-
 ἡ δας, καὶ νόνας, καὶ Εἰδὲς ἔτι καλέσιν ὀνόμασι
 ἡ καταχρώμενοι, οἷς πρότερον ἄγοντες κατὰ σελή-
 ἡ νην ἐχρῶντο κυρίως. " καὶ ταῦτα μὲν ἐκεῖνος. τῶν
 δὲ νεωτέρων οἱ πλείοσι τὸ τῶν καλενδῶν ὄνομα ἀπὸ
 τῆ καλῶ παρῆχθαι φασὶ ἔξματος, καίτοι τοῖς
 ἡ ἔλλησιν ὑδόλως ἐν χρήσει τὸνομα τῆτο γενόμενον,
 ἡ τῶ χρόνῳ ἴσως διέφθαρται. ἔθος γὰρ ἦν τοῖς
 Ῥωμαίοις ἐν ταῖς νημησίαις καλεῖσθαι ὑπὸ τῶν ἐν
 ἡ τέλει τὸν δῆμον, καὶ τὰ πρὸς διοίκησιν τῶν κοινῶν καὶ
 ἡ τῆς πολιτείας δόξαντα ἐνωτίζεσθαι. τὸ δὲ τῶν
 ἡ νοῶν παρὰ τῆ νόναμ, ὃ σημαίνει τὸ ἔνατον εἰ-
 ἡ λῆφθαι φασὶν, αἱ γὰρ νόναι τῆ ἐξ Σιδῶν ἐνάτη
 ἡ συμπίπτουσι, καὶ τὸ τῶν εἰδῶν ἀπὸ τῆ κατ' αὐτὰς
 ἡ ἀχρήστου ἔξματος Ἰδαῶρε, τρεῖς διαίρεσιν. ὅτι κατὰ

ταύτας τὰς ἡμέρας διχοτομῶνται οἱ μῆνες, εἰ καὶ
μὴ πάντες, ἀπόχρη μέντοι γε ἐνίοις τῆτο συμβῶν
αἴτιον γενέσθαι τῆς τοιαύτης τῶν ἡμερῶν κλήσεως.

Πόρισμα.

Ἐκ τῶν εἰρημένων συναγεται, ὅθεν εἴληπται
τὸ τῆ βισέξτη ὄνομα· τῶν γὰρ Ῥωμαίων καθ'
ἐκάστην τετραετίαν τὰς ἐπὶ τῶν τριῶν πρώτων ἐτῶν
παραλειπομένας ὥρας τῷ τετάρτῳ λογιζομένων,
τὴν δὲ προδήκην ταύτην ποιόντων ἐφεξῆς τῆς καθ'
τῆ Φεβρουαρίου, συνέβαινε αὐτοῖς καθ' ἐκάστην τε-
τραετίαν ἐπὶ τῆ τελευταίᾳ ταύτης ἔτους δις λέγειν
τὸ πρὸ καλενδῶν μαρτίε, ἥτοι κατά τε τὴν καθ' ἡ
τὴν μετ' αὐτὴν ἐμβόλιμον· ἐκ τῆ βίς τοίνυν καὶ
σέξτημ τῆς δις καὶ ἔκτου καθ' ἑλληνας,
συνετέθη ἡ Φωνὴ αὐτῆ βίσεξτος, καὶ τὸ ἔτος
τὴν κλήσιν ταύτην ἔδεξάτο, ὡς ἔχον ἐν ἑαυτῷ τὴν
προδήκην τῆς ἡμέρας κατὰ τὸν παρ' ἐκείνοις διο-
ρισμὸν.

Περὶ Αἰγυπτίᾳ ἔτους ἢ τῆ κατὰ Ναβονασάε.

Οἱ Αἰγύπτιοι κατ' ἀρχὰς μηνιαῖον ἐποίουν τὸ
ἔτος, ἐσύστρον δὲ ἑξήμηνον κατὰ Πλίνιον καὶ Πλά-
ταρχον, ἀλλὰ καὶ δωδεκάμηνον, ἔσχατον δὲ ἐκ 360 ἡμε-

ῥῶν τὸ δωδεκάμηνον συνισάμενον. ὑπὸ Ἀσέθ δὲ τε
 λβ'. βασιλέως Αἰγύπτου καὶ ἕτεραι πέντε ἡμέραι τῷ
 πέρατι τῷ ἔτους προσετίθησαν, ἃς δὴ ἐπαγομέναις
 ἐκάλουν· ἀλλ' ὅτε Ῥωμαίοις ὑπετάγησαν, τὴν κατ'
 αὐτὰς ἐνιαύσιον ἀπαρίθμησιν τῶν ἡμερῶν ἐδέξαντο,
 βραχύτι παραλλάττοντες, τὰς γὰρ οἰκείας μῆνας
 μετὰ τῶν ἐπαγομένων ἡμερῶν τηρήσαντες προσε-
 τίθου ὁμοίως τοῖς Ῥωμαίοις ἐφ' ἐκάστης τετραετι-
 ας ἐμβόλιμον ἡμέραν μεταξὺ τῆς κή, καὶ κδ'. τῷ
 Αὐγύστῳ μὲνός, ὅτι ἡ μὲν πέρας, ἡ δὲ ἀρχὴ τοῦ
 κατ' αὐτὰς ὑπῆρχεν ἔτους. συνέβη τὴν τοιαύτην προ-
 δῆκην πρῶτον γενέσθαι ἢ ἐν βισέξτῳ κατὰ Ῥω-
 μαίους ἔτει, ἀλλ' ἐν τρίτῳ μετὰ βισέξτον, ὅπερ καὶ
 Ἀκτιακὸν κέκληται, διὰ τὸ ἔ πολλῶ ὕπερον τῆς ἐν
 Ἀκτίῳ τῷ Αὐγύστου Καίσαρος νίκης τῷ τοιαύτῳ ἔτει
 αὐτὰς χεῖρασθαι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτου δῆλον, ὅτι τὸ Αἰγύπτιον ἔτος πρὸ
 τῆς προσθήκης ταύτης, μιᾷ ἡμέρᾳ ἐλλείπον τῷ Ῥω-
 μαίῳ, ἢ ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας τῷ αὐτῷ ἐλάμβαν-
 νε τὴν ἀρχὴν, ἀλλὰ καθ' ἐκάστην τετραετίαν τὰς ἡμέ-
 ρας παρήμεβεν, ὥστε κατὰ μίαν ἀπάσας διελθόν ἐν
 χιλίοις τετρακοσίοις καὶ ἐξήκοντα ἔτεσι τὴν ἀρχὴν
 καταλαβεῖν· ταῦτα δὲ τὰ 1464 ἔτη μέγας, καὶ
 κινικός, καὶ περίοδος σωθιακὴ ἐκλήθησαν, ὡς ἐκ
 τῆς ἐπιτολῆς τῷ κυνὸς ἀσέρος, ὃς Σώθης κατ' Αἰ-
 γυπτίους, καὶ ἑληνας δὲ Σύριος, λέγεται λαβόντα

τὴν ἀρχὴν. τοῖς ποιήτοις Αἰγυπτίοις ἔτεσι κέχρηται ἢ Πτολεμαῖος ἐν τῷ περὶ μεγάλης συντάξεως. ἀνθ' ὅτι ἢ παροπτία ταῦτα τῷ μέλλοντι τὰς τῶν νεωτέρων παρατηρήσεις ταῖς τῶν ἀρχαιοτέρων παραβάλλειν.

Περὶ ἔτους Αἰθιοπικῆ.

Τὸ Αἰθιοπικὸν ἔτος ταυτὸν ἐστὶ τῷ Αἰγυπτίῳ μόνοις διαφέρειν τοῖς τῶν μηνῶν ὀνόμασι.

Θώθ.	30.	Μασκαράμ.	30.
Φαωθ.	30.	Τυκύμτ.	30.
Α΄θύρ.	30.	Υ΄δάρ.	30.
Χοιάα.	30.	Τυσάσ.	30.
Τυβί.	30.	Τύρ.	30.
Μεχειρ.	30.	Ίανατίτ.	30.
Φαμενώθ.	30.	Μαγαβίτ.	30.
Φαρμουθί.	30.	Μιαζία.	30.
Παχών.	30.	Γινβάτ.	30.
Παυλί.	30.	Σύνε.	30.
Ἐπηφι.	30.	Α΄μλε.	30.
Μεσορί.	30.	Ναχάσε.	30.
Ἐπαγόμεναι 5.		Ἐπαγόμεναι 5.	

Μῆνες τῶν Αἰγυπτίων.

Μῆνες τῶν Αἰθιοπίων.

Περὶ ἔτους Συριακῆ.

Τὸ τῶν Σύρων ἔτος, ἡλιακὸν ἐστὶ καὶ δωδεκάμηνον, παραλλάττον τῷ ῥωμαϊκῷ κατὰ τε τὴν ἀρχὴν. ἀρχεται γὰρ ἐκ τῆς πρώτης τῷ ὀκτωβρίου, ἢ τὰς

κλήσεις τῶν μηνῶν, σῶζον μέντοι τὴν ποσότητα τῶν
ἐν αὐτοῖς ἡμερῶν.

Μῆνες Σύρων.	Τισρην πρῶτος.	31.	Οκτώβριος.
	Τισρην δεύτερος.	30.	Νοέμβριος.
	Κανούν πρῶτος.	31.	Δεκέμβριος.
	Κανούν δεύτερος.	31.	Ἰανουάριος.
	Σαβάτ.	28.	
	Ἐν βισέξτοις.	29.	Φεβρουάριος.
	Ἀδάρ.	31.	Μάρτιος.
	Νισάν.	30.	Ἀπρίλλιος.
	Ἀϊσάρ.	31.	Μάιος.
	Ναζιεάμ.	30.	Ἰούνιος.
	Ταμούξ.	31.	Ιούλιος.
	Ἀβ.	31.	Αὐγστος.
	Ἐλούλ.	30.	Σεπτέμβριος.

Μῆνες Περσῶν.	Φρουνδίν ἢ Φερβαρδίν.	30.
	Ἀρδεπάσχτ. ἀρδαβαίστ.	30.
	Κορδάδ.	30.
	Θιρ, ἐσφανδαμόδ.	30.
	Μορδάδ.	30.
	Σχααριρ σχαχειβάρ.	30.
	Μααρά μαχέρ.	30.
	Ἀβάν.	30.
	Ἀδάρ.	30.
	Δί.	30.
	Βεεμάν.	30.
	Ἀσπίεερ.	30.
	Ἐπαγόμεναι 5, ἐν πᾶσι προ- σετίθουν τὸ Μάϊ, ὃ ἐστὶ μῆν.	

Περὶ ἔτους Περσικῆ.

Οἱ Πέρσαι τὸ πρότερον ἔτι ἔχρωντο παραπλησίῳ τῷ Αἰγυπτίῳ ἐκ καλενδῶν Σεπτεμβρίων ἔχοντι τὴν ἀρχὴν, ἐκ μηνῶν δώδεκα τριακονδημέρων, ἡμερῶν δὲ τριακοσίων ἐξήκοντα, καὶ πέντε ἐπαγομένων, Μησερακὰ κατ' αὐτὰς λεγομένων, συνελάμενον. ἀλλ' ἐν τοῖς ὑστέροις χρόνοις ἐκλήθη Ἰρδεγερδικὸν, εἰς διαφορὰν τῆ, ὅπερ αὐτοὶ κατὰ τὸ ἀοθ'. ἔτος τὸ σωτήριον ἀστρονομικώτερον συνεσήσαντο, ἢ τῆς τυχῆσης ἀποδοχῆς ὑπὸ τῶν νεωτέρων ἀξιόμιμον, ὡς ἐξ ἡμερῶν 365ⁿ, 5ⁿ, 49', 15", 0"', 48"', συνεσηκός, καὶ μᾶλλον τῶν ἄλλων προσεγγίζον τῷ ἀληθεῖ.

Περὶ ἔτους Ἀττικῆ.

Ἀθηναῖοι δὲ καὶ τῶν ἄλλων ἑλλήνων συχνοὶ ἦγον τὰ ἔτη κατὰ τὴν τῆς σελήνης Φορὰν δωδεκάμηνα ποιῶντες, καὶ περὶ τὴν Φερινὴν τροπὴν τέτων ἀρχόμενοι. τῶν δὲ μηνῶν ἕκασον πρότερον μὲν τριακονδήμερον, ὑστέρον δὲ τὸς μὲν πλήρεις, τὸς δὲ κοίλους καὶ μιᾶ τῶν ἄλλων ἡμέρα λειπομένης ἐναλλάξ παρ' ἕνα συνεσήσαντο. οἱ δ' αὐτοὶ ἔτοι καὶ τῆ ἐνικαιδεκαετηρίδι χρώμενοι, ἔποιον ἐμβόλιμον τὸ γ'. ε'. η'. ια'. ιδ'. ις'. ις', ἔτος ταύτης τῆς περιόδου, προσθέντες ἕκασῳ τέτων ἐφεξῆς τῆ Ποσειδεῶνος καὶ ἕτερον μῆνα τριακονδήμερον καλέμενον Ποσειδεῶ-

β. ἢ ὑπερον, (α) πρὸς ἐξίσωσιν τῆς σεληνιακῆς κινήσεως τῇ ἡλιακῇ, καὶ ἀποκατάσασιν τῶν νεμηνιαίων τε καὶ πανσελήνων ἐπὶ τῷ αὐτῷ τῷ προτέρῳ χρόνου.

Περὶ ἀπαριθμήσεως τῶν ἡμερῶν κατ' Ἀθηναίους.

Ἡ εἰδυμὴν δὲ τὰς	Ἐκατομβαιῶν.	29.
ἡμέρας τριῶν δια-	Μεταγετηνῶν.	30.
εῖντες τὸν μῆνα. καὶ	Βοηδρομιῶν.	29.
τὸ μὲν Ἰσάμενον, τὸ	Μαιμακτηριῶν.	30.
δὲ μεσῶν, τὸ δὲ Φθι-	Πυανεψιῶν.	29.
νον λέγοντες. τὰς	Ποσειδεῶν.	30.
τοίνυν ἡμέρας ἐξ ἑνὸς	Γαμηλιῶν.	29.
τέτων τῶν τριῶν με-	Ἀνθεστηριῶν.	30.
ρῶν τῆς διαίρεσεως ἐ-	Ἐλαφηβολιῶν.	29.
σήμειον τῷ ἀναλο-	Μουνηχιῶν.	30.
γῶντι ἑκάστη τακτικῶ	Θαργηλιῶν.	29.
ὀνόματι προσχρώμε-	Σικιέροφοριῶν.	30.
νοι, πλὴν τῆς πρώτης, ἣν ἐκάλεον νεμηνιαίαν, καὶ τῆς		
ἑσχάτης, ἣτις ἐνὴ καὶ νέα (β) ἢ τριακάδος λέγεται.		
ἐπὶ δὲ τῷ τρίτῳ τμήματι ἢ προσιδέμεντες ὡς καὶ		
τοῖς ἄλλοις, ἢ ἀφαιρέμεντες καὶ ἀναλύοντες μέχρι		
τῆς τριακάδος κατὰ τὸ ἐξῆς διάγραμμα.		

Μῆνες Ἀθηναίων.

(α) Πτολεμ. μιν. συντ. βιβλίῳ δ'. Ἀρχοντος Ἀθήνησιν
Εὐάνδρου μηνὸς ποσειδεῶνος προτέρου.

(β) ὁ ἐστὶ παλαιὰ καὶ νέα, ἅτε δὴ πρὸς τε τὴν παροχρησίαν
καὶ τὴν ἐπιλοῦσαν σελήνην ἀνηκουσα.

- | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------------------|---------------|------------|----------|-----|--------------------------------|----------------------------------|-------|--------|------|----------|-------|---------|---------|-----------|----------|----------|
| 1. Νεμηνία. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2. Δευτέρα | } | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3. Τρίτη | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4. Τετάρτη | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5. Πέμπτη | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6. Ἑκτη | | | | | } Ἰσαμένου μηνός, ἢ ἀρχομένου. | | | | | | | | | | | |
| 7. Ἑβδόμη | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8. Ὀγδοή | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9. Ἐνάτη | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10. Δεκάτη | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11. Πρώτη. | | | | | | } Μεσοῦντος μηνός, ἢ ἐπὶ δεκάτη. | | | | | | | | | | |
| 12. Δευτέρα. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13. Τρίτη. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14. Τετάρτη. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15. Πέμπτη. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 16. Ἑκτη. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 17. Ἑβδόμη. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 18. Ὀγδοή. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 19. Ἐνάτη. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 20. Εἰκὰς, ἢ εἰκοσὴ. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 21. Δεκάτη. | } | Φθι- ἢ Ἐπὶ | } Πρώτη. | | | | | | | | | | | | | |
| 22. Ἐνάτη. | | | | νον | εἰκά- | Δευτέρα. | | | | | | | | | | |
| 23. Ὀγδοή. | | | | | | τος | δι, ἢ | Τρίτη. | | | | | | | | |
| 24. Ἑβδόμη. | | | | | | | | μη- | μετὰ | Τετάρτη. | | | | | | |
| 25. Ἑκτη. | | | | | | | | | | νός. | εἰκά- | Πέμπτη. | | | | |
| 26. Πέμπτη. | | | | | | | | | | | | δα. | } Ἑκτη. | | | |
| 27. Τετάρτη. | | | | | | | | | | | | | | } Ἑβδόμη. | | |
| 28. Τρίτη. | | | | | | | | | | | | | | | } Ὀγδοή. | |
| 29. Δευτέρα. | | | | | | | | | | | | | | | | } Ἐνάτη. |
| 30. Ἐτη καὶ νέα. | | | | | | | | | | | | | | | | |
| | } Ἡ τριανκός. | | | | | | | | | | | | | | | |

Πλήρης μὲν ὄντος τῆ μηνὸς ἢ μετὰ τὴν
ἐκάδα, λέγεται δεκάτη, κοίλα δὲ, ἐνάτη.

Πέμπτη, τετράς, τρίτη, μετὰ ταύτην δευτέρα.
Εἶς ἦν ἐγὼ μάλιστα πασῶν ἡμερῶν
Δέδοικα, πέφρικα, καὶ βδελύττομαι.
Εὐθύς μετὰ ταύτην εἶς ἔνη καὶ νέα.

(Ἀριστοφ. ἐν νεφέλαις.)

Περὶ ἔτους Μακεδονικῆ.

Τὸ τῶν Μακεδόνων ἔτος πρότερον μὲν ὑπῆρχε
σεληνιακὸν ὡς καὶ τῶν ἀθηναίων, πλην ὅσον ἐπὶ τῇ
τάξει τῶν μηνῶν, καὶ τοῖς τέτων ὀνόμασι διέφερε,
τῆ πρώτῃ τῶν παρὰ μακεδόσι μηνῶν τῷ μαιμαντι-
ριῶνι συμπέτοντος· ὕστερον δὲ ἡλιακὸν παραπλήσιον
τῷ ῥωμαϊκῷ ἀρχόμενον ἐκ τῆς πρώτης Ἰανναρίου, ὅς
δὴ κατὰ τινας συμπέτει τῷ Αὐδινῷ· ἀλλ' ἐπεὶ οὐχ
ἦ τυχεῖσα διαφορὰ εὐρίσκεται ἐν τοῖς τῶν μηνῶν ὀ-
νόμασι, ἄλλως τέτρες καλόντων τῶν Συρομακεδόνων,
καὶ ἄλλως Βιθυνῶν, καὶ ἄλλων· ἐκκείδωσαν ἐφεξῆς
τειχῶς τὰ τέτων ὀνόματα, καὶ αἱ ἡμέραι τῶν ῥω-
μαϊκῶν μηνῶν καθ' ἃς ἤρξαντο.

Μῆνες Μακεδόνων, καὶ Συρομακεδόνων.

Ἵπερβηταῖος.
 Δῖος.
 Ἀπελλαῖος.
 Αὐδιναῖος.
 Περίτιος.
 Δρύσιος.
 Ξανθικός.
 Ἀρεμισίος.
 Δαίσιος.
 Πάναμιος.
 Λῶος.
 Γορπιαῖος.

Μῆνες Βιθυνῶν.

Ἡρεως.
 Ἐρμειος.
 Μητρῶος.
 Διονύσιος.
 Ἡράκλειος.
 Δῖος.
 Βενδιδαῖος.
 Στρατήγιος.
 Ἀεῖος.
 Περιέπιος.
 Ἀφροδίσιος.
 Δημήτριος.

Μῆνες Παφλαῶν.

Ἀφροδίσιος.
 Ἀπογονικός.
 Αἰνικός.
 Ἴσλος.
 Καισάρσιος.
 Σεβασός.
 Αὐτοκρατορικός.
 Δημεξαρχικός.
 Πληθύτατος.
 Ἀρχιχερεύς,
 Ἐώσιος.
 Ῥωμαῖος.

Διήμεραι τῶν ἔτη μ. μηνῶν καθ' ἅς ἀρχονται.

24. Σεπτ. ζυγός.
 24. Οκτ. σκορπίος.
 23. Νοέμ. τοξοτ.
 24. Δεκ. αἰγ.
 23. Ἰαν. ὑδροχ.
 22. Φεβρ. ἰχθ.
 25. Μαρ. κριός.
 25. Ἀπρ. ταῦρος.
 25. Μάιος. δίδ.
 25. Ἰούν. καρκ.
 25. Ἰούλ. λέων.
 25. Αὐγ. κρηθ.

Οἱ μὲν Μακεδόνες ἀρχονται ἐκ τῆ δὲ, οἱ δὲ Συρομακεδόνες ἐκ τῆ Ἵπερβηταία.

Περὶ ἔτους Ἰσδαϊκῆ.

Ὡς ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις χροῶνται οἱ Ἰσδαῖοι ἔτε, σεληνιακὸν ἐστίν, ἀρχόμενον ἐκ τῆς προσεχῆς νημησίας τῇ ἑαρινῇ Ἰσημερίᾳ· τὸ μὲν κοινὸν δωδεκάμηνον, τὸ δὲ ἐμβόλιμον τρισκαιδεκάμηνον, τῶν τε μηνῶν οἱ μὲν τριακονθήμεροι, ἢ πλήρεις, οἱ δὲ κοῖλοι καὶ μιᾷ ἐλλείποντες ἐναλλάξ παρ' ἑνα· ἔσονται ποιῆσιν ἐπὶ τῆς ἐνεακαιδεκαετηρίδος ἐμβόλιμα τὸ τρίτον, ἔκτον, ὄγδοον, δέκατον πρῶτον, δέκατον τέταρτον, δέκατον ἑβδομον, δέκατον ἑννατον· ἔπω μέντοι δῆλον, ἐ καὶ ἐπὶ Μωσέως τῷ αὐτῷ ἢ παραπλησίῳ ἐχροῶντο ἔτε, καὶ ἐκ τῶν αὐτῶν μηνῶν κατὰ τὰ αὐτὰ συνισαμένῳ· ἐν γὰρ ταῖς Ἰεραῖς βίβλοις ἔνθα ὁ λόγος περὶ τῶν κατ' αὐτῆς ἑορτῶν πρῶτος καὶ ἑβδομος, μὴν ἀπλῶς λέγεται· ἀλλ' ἔδεν παρὰ τῆτο ἐν ἐκείναις περὶ μηνῶν εὐρίσκεται σαφέστερον, φέρεται μέντοι κοινότερον, ὅτι ἐν τοῖς Σελευκιδῶν χρόνοις, ἐ πολλῷ ὕστερον Ἀλεξάνδρου τῷ Μακεδόνα τοῖς σεληνιακοῖς ἐχρήσαντο ἔτεσιν, ὡς ἐκεῖνοι, καίτοι διενηχόσι, τῇ τε τάξει καὶ τοῖς ὀνόμασι, τῶν μηνῶν.

Περὶ ἔτους Ἀραβικῆ.

Καὶ τὸ τῶν Ἀραβῶν δὲ, καὶ Τέρκων ἔτος σεληνιακὸν ἐστίν, τὸ μὲν κοινὸν δωδεκάμηνον, τὸ δὲ ἐμβόλιμον τρισκαιδεκάμηνον πλήρεις, καὶ κοῖλος ἔχοντα τὴς μῆνας ἐναλλάξ.

Σεπτ. 1.	Τισρη ἦ Θερσι ΘεελίΦ	30.	Μηαράμ ΣαΦάε Ρ'αβνὲ α'.	30. 29. 30.
2.	Μαρσουάμ Μαρχεσουάν	29.	Ρ'αβιὲ β'. Γιμαδι α'.	29. 30.
3.	Χασλεὺ Κιδλεὺ	30.	Μηηες Γιμαδι β'. Ρ'αγιαβ	29. 30.
4.	Μηηες Τιβιτ	29.	Σααβάν Ρ'αμαδάν	29. 30.
5.	Σαββάτ	30.	Α'ράβων. Σχεβάλ	30. 29.
6.	Α'δάε Βεαδάε ἐν τοῖς ἐμβολίμοις.	29. 30.	Δηλκαϊδάδ Δουλειά	30. 29.
7.	Νισάν	30.	καθ	30
8.	Ἰάε	29.	ἐν τῷ κατ' αὐ-	
9.	Μηηες Σιβάν Σουϊάν	30.	τοὺς ἐμβολίμους ἔτα.	
10.	Ταμὲζ Θαμνί	29.		
11.	Α'β Α'ετ	30.		
12.	Ε'λάλ Ειλύ.	29.		

ΒΙΒΛΙΟΝ Β΄.

Περὶ περιόδων χρονικῶν.

Περὶ πεντεκαίδεκαετηρίδος,

ἥτις

Ἐπινέμεσις, καὶ Ἰνδικτιῶν κοινότερον
λέγεται.

Ὅρος κδ΄.

Ἰνδικτιῶν ἐστὶ περίοδος δεκαπέντε ἐτῶν συνεχῶς ἐπαναστρέφουσα. ὑπάρχει δὲ τριττῇ, Καισάρεια εἶπεν βασιλικῇ, Ῥωμαϊκῇ, καὶ ἡ τῆς Κωνσταντινπόλεως. ὧν ἡ μὲν ἀρχεται ἐκ καλενδῶν Ὀκτωβρίε, ἡ δὲ ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίου, ἡ δὲ ἐκ καλενδῶν Σεπτεμβρίου· ἐ μόνον δὲ ἡ περίοδος πᾶσα τοιαύτω καλεῖται ὀνόματι. ἀλλὰ καὶ ἕκασον τῶν ἐν αὐτῇ ἐτῶν τῆ αὐτῆ μετέχει ὀνόματος, προσαγορευόμενον Ἰνδικτιῶν, οἷον τὸ πρῶτον, πρώτη Ἰνδικτιῶν, τὸ δεύτερον, δευτέρα Ἰνδικτιῶν, καὶ ἐπὶ τῶν λοιπῶν ὁμοίως.

Σχόλιον.

Ὅσοι ὑπεκλήφασιν ἐξ Αὐγύστε Καίσαρος τὴν περίοδον ταύτην εἰληφέναι τὴν ἀρχὴν, βύβλονται σημαντικὴν ὑπάρχειν τὴν τοιαύτην Φωὴν τῆς ἐν Ἀκτίῳ κίρκης. κατὰ παραφθορὰν δὲ λέγεσθαι Ἰνδικτιῶν ἀντὶ

τῆ ἰνάκτιον. ἐκεῖνος γὰρ ἐν Ἀκτίῳ τῆς ἠπειρῆς Ἀντωνίου καὶ Κλεοπάτραν τρωπώσάμενος, καὶ ἀέμνησον τὴν νύκην ταύτην ποιῆσαι βυλόμενος, τὴν τοιαύτην περίοδον ἔθετο καλέσας in actio, ὃ ἐστὶν ἐν Ἀκτίῳ. οἱ δὲ ἐκ Κωνσταντίνου, ἢ Βάλεντος εὐρεθῆναι δοξάζοντες, ἕχθι τῆτο σημαίνειν ἐθέλκωσι, ἀλλὰ τὸ διάταγμα. ἀρχομένης γὰρ κατὰ πᾶν ἔτος τῆς ἰνδικτιόνης ἢ τῶν δασμῶν διατάττετο εἰσπραξις. Τὴν ἀπὸ καλ. Σεπτ. ἀρχομένην ἰνδικτιόνα οἱ οἰκουμενικοὶ πατριάρχαι ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις ἐγχαράττησιν ἐνίοις τισὶ τῶν γραμμάτων, εἰκαὶ ὠλυγώρηται ὑπότινων.

Πρόβλημα δέκατον.

Δοθέντος τινὸς ἔτους τὴν Ἰνδικτιόνα εὐρεῖν.

Εἰ καὶ πάντες ὁμοίως Ἀνατολικοὶ τε καὶ Δυτικοὶ τῇ Ἰνδικτιόνι κέχρηται, καὶ ταῖς ἐφεξῆς περιόδοις, ἐφαρμόττοντες ταύτας τοῖς ἔτεσι, καὶ κατὰ ταύτας ἐκεῖνα χαρακτηρίζοντες. ἀλλ' ἔν γε ὃ συμφώνως χωρῶσιν ἑκάτεροι περὶ τὴν εὐρεσιν, καὶ γὰρ ἔδὲ ἢ αὐτὴ ἑκατέρωθεν ἢ περὶ αὐτὰς ὑπόθεσις. ἐξητέον πρῶτον τῷ τρόπῳ οἱ Δυτικοὶ τὰς Ἰνδικτιόνας εὐρεσκῶσιν, ἢ γὰρ κατὰ τὰς Ἀνατολικὰς εὐρεσις ἐξήτητις ἂν εἴη καὶ πρόχειρος, περὶ ἧς εἰσέπειτα. τῷ δοθέντι ἔτεσι συναφθῆτω ὁ 3, ὃ δὲ ἐξ αὐτῶν ἀριθμῶς διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν 15, καὶ τὸ ἐναπολειφθῆν τὴν Ἰνδικτιόνα ἐνδείξεται. κἂν ἔδδεν ἐναπολειφθῆ, 16.

ἔσαι Ἰνδικτιών. οἷον δοθέντος ἔτους τῆ αψογ'.
 συνῆπται ὁ 3 τῷ 1773, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν 1776
 δικῆται ἐπὶ τὸν 15, καὶ ἐπει ἐναπολείφθη ὁ 6, Ἰν-
 δικτιόνα 5'. κατὰ τὰς Δυτικὰς τῆτο τὸ ἔτος ἔχειν
 παρῆκται. ἡ πρῶξις τὸ πρῶτον ἔχει ἐξ ὑποθέσεως, ἡ
 δὲ ὑπόθεσις ἔδει τε καὶ παραδόσει ἐρείδεται.
 λαβόντες γὰρ ἐκεῖνοι ἐγνωσμένον ἐκ παραδό-
 σεως, ἐντι τῶν πρὸ τῆς ἐτῶν, ὅπερ ἂν ἔχοι Ἰν-
 δικτιόνα 16'. οἷον ἐπὶ καὶ τὸ αχλβ'. καὶ διαιρῶντες
 τὸν 1632 ἐπὶ τὸν 15, ἐπει ἐναπολείπεται ὁ 12, συ-
 νάγασιν ἐπομένως ὅτι τὸ 16'. τῶν ἀπὸ τῆς θείας
 ἐνανθρωπήσεως ἐτῶν 16'. ἔσχεν Ἰνδικτιόνα. εἶδὲ τῆ-
 το πρόδηλον ὅτι τὸ πρῶτον τῶν πρὸ αὐτῆς ἔσχε
 τρίτην. τὸ δεύτερον, β'. τὸ δὲ τρίτον πρώτην,
 διά τοι τῆτο τὸν 3 τῷ δοθέντι προσιθέντες ἔτει τὸν
 ἐξ αὐτῶν διαιρῶσιν ἐπὶ τὸν 15. οἱ δ' αὐτοὶ θηρεύσ-
 σι καὶ τῶν πρὸ ἐκείνης ἐτῶν τὰς Ἰνδικτιόνας προσι-
 θέντες τὸν 11 ἀριθμὸν τῷ δοθέντι ἔτει, τὸν δὲ γι-
 νόμενον διαιρῶντες ἐπὶ τὸν 15, καὶ τελευταῖον τὸ ἐνα-
 πολεπόμενον ἀφαιρῶντες ἐξ αὐτῆ. εἰ γὰρ καὶ ἔκ
 ἦν ἐν χεῖσει ἡ περίοδος αὕτη τοῖς ἐν ἐκείνοις τοῖς
 ἔτεσι βεβιωκόσιν, ἔδεν μὲν τοι κωλύει, ὡς εἶγε ἦν,
 ζῆ τῆν καὶ ἐπ' ἐκείνων τὰς Ἰνδικτιόνας. οἷον δεδόσθω
 τὸ πρὸ τῆ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως τρίτον, συναπ-
 τομένου τοῦ 3, τῷ 11, γίνεται ὁ 14, ἔτος ἀφαι-
 ρέμενος ἀπὸ τῆ 15, ἐναπολείπει μονάδα, ὡσε τὸ
 ἐξῆθεν ἔτος ἔσχε πρώτην Ἰνδικτιόνα. αὐτῆ; δεδόσθω
 τὸ πρὸ τῆ τῆς θείας ἐναν. 1'. συναπτομένου τοῦ

11 τῷ 50, ἀναφύεται ὁ 61, τρίτη διαιρεθέντος ἐπὶ τὸν 15, ἀναπολείφθησεται μονάς, ἣτις ἀφαιρεμένη τῷ 15, ἀναπολείπει τὸν 14. τῆς 14, ἰνδικτιόνος παρασατικόν· προσίθεται δὲ τῷ δοθέντι ὁ 11. ὅτι ὑποτεθέντος τῷ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως γ'. ἔτης πρώτης ἰνδικτιόνος, ἔσαι τὸ ἐν ᾧ ἡ θεῖα ἐνανθρώπησις δ'. τὸ δὲ μετ' αὐτὸ 14. 15. ταῦτ' ἄρα συναπτόμενος ὁ 11 ἀριθμὸς τῷ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως δοθέντι ἔται, καὶ τῷ γινομένῳ ὡς ἐπὶ τῷ πρώτῳ ὑποδείγματος, ἢ τῷ ἀναπολείπομένῳ μετὰ τὴν διαίρεσιν ὡς ἐπὶ τῷ δευτέρῳ, ἀφαιρεμένη ἐκ τοῦ 15, εὐρίσκεται κατὰ τὰς Δυτικὰς ἢ ζητημένη Ἰνδικτιών.

Περὶ εἰκοσιοκτωετηρίδος, ἣτις ἔστι ἡλίου κύκλοι ὀνομάζεται.

Ὅρος κέ.

Ἡλίου κύκλοι περίοδος ἐστὶν ὀκτῶ καὶ εἰκοσιν ἐτῶν, ὧν παρελθόντων αἱ κυριακαὶ ἐκάστη ἔτος ταῖς αὐταῖς συμπίπτουσιν ἡμέραις τῶν μηνῶν, αἷς ἢ πρότερον, ἢ ἢ αὐτῇ ἐπάνεισι τάξις τῶν χαρακτηριστικῶν στοιχείων τῶν κυριακῶν. σημαίνεται δὲ τῇ αὐτῇ προσηγορίᾳ ἢ ἢ ὅλη περίοδος, καὶ ἑκαστὸν τῶν ἐν αὐτῇ ἐτῶν.

Σχόλιον.

Εἰς σαφεσέραν μὲν τοι κατάληψιν τῶν εἰρημέ-
 των ληπτέον ὅτι, ἐπεὶ τὸ Ῥωμαϊκὸν ἔτος ἐστὶ δι-
 τὸν, κοινὸν ἢ βίσεκτον, τὸ μὲν κοινὸν ἄτε δὴ ἔκ πέντε ἢ
 ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακοσίαις ἡμέραις συνεσηκός,
 ἢ ἐξ ἑβδομάδων δύο ἢ πενήκοντα, ἢ ἡμέρας μίας·
 ἐξ οἷας ἂν ἡμέρας ἀρξῆται εἰς τοιαύτην καὶ λήξῃ,
 ὁὸς εἰπεῖν, ἐὰν ἐκ κυριακῆς, εἰς κυριακὴν. τὸ δ' ἐφε-
 ξῆς τέτρω ἀρξῆται ἐκ δευτέρας. Εἰ τοίνυν ὑποθεθῶ-
 σιν, ὡς δὴ ἢ ὑποτέθενται τοῖς Δυτικοῖς τὰ ἑπτὰ
 πρῶτα τῶν εἰκοσιπεσάρων γραμμάτων, a. b. c. d.
 e. f. g. χαρακτηριστικὰ τῶν τῆς ἑβδομάδος ἡμερῶν,
 ἢ κατὰ σειρὰν αὐταῖς προσγραφῶσιν, ὡς ἔχουσιν
 ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων κατ' ἐπανάληψιν
 συνεχῆ, ἕκαστον τέτρω τὴν προσκληρωθεῖσαν αὐτῷ
 ἡμέραν ἐνδείξεται. ἀλλ' ὅπερ ἦν ἐπὶ τῆς δε τῆς ἔτους
 χαρακτηριστὸν τῆς δε τῆς ἡμέρας, φερ' εἰπεῖν κυρια-
 κῆς, ἢκέτι τὸ αὐτὸ εἶναι ἢ ἐπὶ τῆς ἐφεξῆς ἔτους,
 ἀλλ' ἕτερόν τι τέτρω τῶν ἑπτὰ τέτρω ἢ ἐπὶ τῶν
 ἄλλων συμβαίνοντος προδήλον, ὡς εἶπερ κοινὰ πάν-
 τα ἦσαν τὰ ἔτη, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἂν ἐπανέλθοι τά-
 ξεως τὰ σοιχεῖα μετὰ ἑπταετία, ἢ τῶν αὐτῶν
 ἡμερῶν, ὧν ἢ πρότερον εἶεν ἂν χαρακτηριστικὰ. Ἐπεὶ δὲ
 κατ' ἐκάστην τετραετία παρεμπύπτοντα τὰ βίσεξτα
 διακόπτουσι τὴν τοιαύτην σειρὰν. πρὸς δὲ, ἢ διὰ τὴν
 προδήκην τῆς ἐμβολίμου ἡμέρας, δύο λαμβάνουσι
 σοιχεῖα χαρακτηριστικὰ τῆς κυριακῆς, τὸ μὲν ἀπὸ
 τῆς πρώτης Ἰαννουαρίε ἀρχὴ τῆς κ'. Φεβρουαρίε, τὸ

δὲ ἀπὸ ταύτης μέχρι τῆς ἰσχύτης δεκεμβρίου,
 ἀνάγκη ἑπταπλασιασθῆναι τὴν τετραετίαν, ἵνα ἐπὶ
 τῆς αὐτῆς τάξεως ἐπανέλθωσι τὰ σοιχεῖα· ἔτω
 γὰρ συνδυασθήσεται πάντα ταῦτα, καὶ ἐπὶ τὸν πρῶ-
 του εἰσὸν ἐπανήξουσιν. Ἐῶ γὰρ τὸ μὲν α. χαρακτη-
 ρηρισὸν κυριακῆς, τὸ β. δευτέρας, καὶ τὰ λοιπὰ ἐ-
 φεξῆς μίας τινὸς τῶν ἐφεξῆς ἡμερῶν ἄχρι τῆ σαβ-
 βάτης, ἢ ἔσαι χαρακτηριστικὸν τὸ γ, τὸ δὲ ἔτος ἀρ-
 ξαδαὶ ἐκ κυριακῆς οἷον ὑπῆρξε τὸ αψοβ'. Ἐπει-
 τοῖνυν τὸ α. ἐπὶ τῆς τῆ ἔτους ὑπόκειται χαρακτη-
 ριστικὸν εἶναι κυριακῆς, πᾶσαι αἱ ἡμέραι, αἷς αὐτὸ
 πρόσκειται, ἐλογίσθησαν ἂν κυριακαί. εἴγε τὸ αὐ-
 τὸ ἔτος ἦν κοινόν, καὶ ἐπομένως ἔληξεν ἂν εἰς κυρια-
 κὴν· ταῦτ' ἄρα τὸ αψογ'. ἤρχεται ἂν ἐκ δευτέρας,
 καὶ τὸ α. ἐπὶ τῆδε τῆ ἔτους μετέπιπτεν ἂν εἰς τὸ
 β. εἶναι σημαντικόν, τὸ δὲ γ, κυριακῆς· μετὰ δὲ
 τῆτο ἐπὶ τῆ ἐξῆς ἔτους τὸ f. μεθ' ὃ τὸ e. εἶτα τὸ
 d. καὶ c. καὶ b. μεθ' ὃ αὐθις τὸ α. ἐξ ὑπαρχῆς,
 καὶ τὰ λοιπὰ ὡς πρότερον. ἐπεὶ δὲ βίσεξτον τὸ
 ἔτος ἐκεῖνο ὑπῆρξεν, ἢ διήρκεσεν ἐπὶ παντὸς τοῦ
 ἔτους τὸ α. χαρακτηριστικὸν εἶναι κυριακῆς, ἀλλὰ
 μέχρι τῆς κέ. Φεβρουαρίου. αὕτη γὰρ ἔσα σάββα-
 τον, μετέπεσε διὰ τὴν προδήκην εἰς κυριακὴν, τὸ
 τε προσκείμενον ταύτῃ γ. εἰς τὸ χαρακτηριστικὸν εἶ-
 ναι κυριακῆς μέχρι τέλους τῆ ἔτους. ἀλλὰ τῆτο τὸ
 ἔτος λῆξαν εἰς δευτέραν, ὡς βίσεξτον, ἀρχὴν τῆ
 μετ' αὐτὸ ἔτους τὴν τρίτην, καὶ τὸ f. χαρακτηριστι-
 κὸν ἐπ' αὐτῆ τῆς κυριακῆς εἶναι πεποίηκε. διὰ τὸν
 αὐτὸν λόγον μετὰ τὸ f. ἔσαι τὸ e, μετὰ τὸ c. τὸ

α, β, γ, δ, ε, ζ, η, θ, ι, κ, λ, μ, ν, ξ, ο, π, ρ, σ, τ, υ, φ, χ, ψ, ω, και καθεξῆς μέχρι τῆς ἀποκαταστάσεως τῶν αὐτῶν στοιχείων ἐπὶ τῆς προτέρας τάξεως, ἥτις ἀποτελεῖται ἐν ἔτεσιν ὀκτὼ πρὸς τοῖς εἴκοσιν. ὅθεν καὶ ἡ περίοδος αὕτη ἦλθε κύκλοι ὀνόμασαι, ὅτι κατ' αὐτὴν ἐπάνεισι τὸ χαρακτηριστικὸν στοιχεῖον τῆς κυριακῆς, ἐφ' ἧς ἐν ἀρχῇ ἔλαχε τάξεως, τῷ προσκεκληρῶσαι ὑπὸ τῶν ἀρχαίων τῷ ἡλίῳ τὴν κυριακὴν, [καὶ] ἡμέραν ἡλίου προσαγορεύσθαι.

Πρόβλημα δέκατον πρῶτον.

Τὸ ἔτος δοθέντος τῆς τῆς Ἡλίου κύκλος εὔρειν· καὶ τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικὸν στοιχεῖον εἶσαι κατὰ τῆς Δυτικῆς.

Οἱ Δυτικοὶ τὴν ἀρχὴν τῶν τῆς Ἡλίου κύκλων ἀπὸ τῆς πρὸ τῆς τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἐνάτη λαμβάνοντες, ὃ δὴ βίσεξτον λογίζεται, καὶ δυσι στοιχείοις GF. κατ' αὐτὴς χαρακτηρίζεται, τῶν τε πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως, καὶ τῶν μετ' αὐτὴν ἐτῶν τῆς κύκλος θηρεύσει προδίσει, καὶ ἀφαιρέσει τῆς ἐννέα ἀριθμοῦ· εἰάν γὰρ τὸ δοθὲν ἔτος ὑπάρχη τῶν μετ' ἐκείνην, προσιδέντες τῷ τῶν 9, τὸν ἐξ ἀμφοῖν διαίρησιν ἐπὶ τὸν 28, καὶ τὸν ἐναπολειπόμενον ἀριθμὸν λαμβάνουσι τῶν τῆς ἡλίου κύκλων σημαντικόν· μηδενὸς δὲ λοιπομένῃ μετὰ τὴν διαίρεσιν, ἔσαι ὁ τῆς ἡλίου κύκλος κή· ἐπὶ τῆς ἔτους ἐκείνου· οἷον ἐπὶ τῆς αἴψου· συναπτομένου τοῦ 1773 τῷ 9, τῆς δὲ ἐξ αὐ-

τῶν 1782 διαιρεμένου ἐπὶ τὸν 28, ἐπεὶ ἐναπολεί-
πεται ὁ 18, τὸν δέκατον ὄγδοον τῆς ἡλίου κύκλου
τῶν ἔτεα τέτρω προσοικῆσαι· τέτρω δὲ γνωσθέντος ἢ
τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηρησικὸν σιχαῖον γενήσεται
καταφανές· ἔσαι γὰρ ὁ συντρέχει ἐπὶ τῆς ἐξῆς κα-
ρονίε τῶν εὐρεθέντι κύκλω.

Κανόνιον τῶν τῆς Ἡλίου κύκλων κατὰ τὰς
δυτικῆς.

GF. α΄.	A. ια΄.	D. κ΄.
E. β΄.	G. ιβ΄.	CB. κα΄.
D. γ΄.	FE. ιγ΄.	A. κβ΄.
C. δ΄.	D. ιδ΄.	G. κγ΄.
BA. ε΄.	C. ιε΄.	F. κδ΄.
G. ς΄.	B. ις΄.	ED. κε΄.
F. ζ΄.	AG. ιζ΄.	C. κς΄.
E. η΄.	F. ιη΄.	B. κζ΄.
DC. θ΄.	E. ιθ΄.	A. κη΄.
B. ι΄.		

Περὶ ἑνεακαιδεκαετηρίδος, ἣτις ἔπε-
ρίδος Μέντωνος, ἔσελήνης κύκλοι λέ-
γεσθαι.

Ὅρος κς'.

Κύκλοι Σελήνης εἰσι περίδος ἑνέα ἢ δέκα ἐ-
τῶν ὧν πληρωθέντων αἰ νεομηνίαι τε, ἢ πανσέλη-
νοι κατὰ τὰς πάλαι ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπανέρχονται τῷ
ἔτους ἡμέρας· καλεῖται δὲ καὶ ἕκαστον τῶν ἐν αὐτῇ
ἐτῶν τῷ αὐτῷ ὀνόματι.

Σχόλιον.

Οἱ ἀρχαῖοι τῶν Ἑλλήνων, εἰ ἢ σεληνιακῶ ἐ-
χρῶντο ἔτεσι ὡς εἴρηται, ἐμήντοι ἀπλῶ ἢ ἀπολύ-
τω, ἀλλὰ καὶ πρὸς τὴν ἡλιακὴν ἀναφερομένῳ κίνη-
σιν· ἐνθεν τοι ἢ ἐξίσωσιν τινα τῶν κινήσεων, ἡλια-
κῆς Φημι ἢ σεληνιακῆς εὐρεῖν ἐπεράδθησαν· ἦτοι
περιόδου τινὸς τυχεῖν χρονικῆς, μεθ' ἣν ἀπὸ τῆς αὐ-
τῆς ἀν' ἡμέρας καὶ ὥρας τό, τε ἡλιακὸν ἔτος ἢ τὸ
σεληνιακὸν ἀρξαιτο, ἀφ' ἧς ἢ πρότερον· πολλαχῶς
ποίνυν τέτα ἐπιτυχεῖν περαθέντες, ἀλλ' ἐν ἀπασι
τῷ χρόνῳ ἀπάτην φωράσαντες, τελευταῖον διὰ τῆς
ἑνεακαιδεκαετηρίδος ἐγκρατεῖς γενέσθαι τῷ κυ-
νηγεσίῳ ᾗδθησαν· Ἐν γὰρ τοῖς ἀνω χρόνοις, ἐν Διε-
τηρίς.
οἷς ἔπω τὰ τῆς ἀστρονομίας αὐτοῖς ἐξηκείβωτο, τῇ
δυετηρίδι ἐχεύσαντο, κατὰ ταύτην οἰόμενοι ἀποκα-
τάσασθαι γίνεσθαι τῶν φωτήρων κατὰ τὴν οἰκείαν

αὐτῶν κίνησιν· ἀλλ' ἐξηλέγχθησαν τῷ χρόνῳ ψευ-
 δόμενοι, ὅπερ αὐτόθεν δήλον· δύο γὰρ σεληνιακά
 ἔτη, ὧν τὸ μὲν εἶη κοινὸν κατ' αὐτάς, ἦτοι δωδεκά-
 μηνον, τὸ δὲ ἐμβόλιμοι τῆσιν τρισκαιδεκάμηνοι πε-
 ριέχουσιν ἡμέρας ἐννέα καὶ τριάκοντα πρὸς ταῖς ἑπτα-
 κοσίαις, δύο δὲ ἡλιακὰ τριάκοντα πρὸς ταῖς ἑπτα-
 κοσίαις· ὥστε μεταξὺ τούτων κἀκείνων παρεμπίπτει
 ἐννέα ἡμερῶν διαφορὰν· ταῦτ' ἄρα ταύτην καταλι-
 πόντες πρὸς τὴν τετραετηρίδα ἀπέιδον· ἀλλὰ καὶ διὰ
 ταύτης τῆς σκοπημένῃς ἐκ ἔτυχον. Τέτταρα γὰρ ἔτη ἡλι-
 ακὰ συνίστανται ἐξ ἡμερῶν τετρακοσίων ἐξήκοντα καὶ μίας
 πρὸς ταῖς χιλιάς, ἀλλὰ τοσαῦτα σεληνιακὰ περιεκτι-
 κὰ ὄντα μηνῶν ἐννέα καὶ τεσσαράκοντα, ἢ κατ' ἄλλης πεν-
 τήκοντα, συσαθίζονται ἐξ ἡμερῶν τετρακοσίων τεσσα-
 ράκοντα ἐξ καὶ χιλίων, ἢ τετρακοσίων ἐβδομήκοντα πέν-
 τε πρὸς ταῖς χιλιάς· ἢ μικρὰ ἐκατέρωθεν ἢ δια-
 φορὰ· κατὰ γὰρ τὴν πρώτην ὑπόθεσιν ἔσαι ἡμερῶν
 δεκαπέντε κατ' ὑπεροχὴν, κατὰ δὲ τὴν δευτέραν τεσ-
 σάρων καὶ δέκα κατ' ἔλλειψιν, διὸ οἱ μετ' ἐκείνους
 τῆς Ὀκτωετηρίδος προσέσχον· ἀλλὰ καὶ αὕτη, εἰ καὶ προ-
 σεγγίζει τῇ ἀληθείᾳ, ἢ μὲν τοι παντάπασιν ἔχεται
 ἀκριβείας· καὶ ταῦτα γὰρ τὰ μὲν ἡλιακὰ ὀκτὼ ἔτη
 ἐξῆσιν ἡμέρας ἐνεακοσίας εἴκοσι δύο πρὸς ταῖς δι-
 σχιλίαις, τὰ δὲ σεληνιακὰ μίᾳ ἡμέρᾳ καὶ ἡμισείᾳ
 πλεονάσσει· τῶν μὲν πέντε κοινῶν ὄντων κατ' ἐ-
 κείνης, καὶ ἐκ μηνῶν ἐξήκοντα συνεσηκότες, τῶν δ'
 ἄλλων ἐμβολιμῶν, καὶ περιεκτικῶν ὄντων μηνῶν
 ἐννέα καὶ τριάκοντα· ἐπεὶ δὲ καὶ τούτοις τοιαύτη εὐ-
 ρίσκεται διαφορὰ, ἐκ ἂν εἶη κατὰ τὸ αὐτὸν πάντως

Τετρα-
ετηρίς·

ὀκτωε-
τηρίς·

χρένον ἀμφοτέρων ἢ ἀρχή· ἀλλὰ ἔαυτον ἂν ἀρ-
 ξαιτο τὸ ἡλιακὸν τῷ σεληνιακῷ· ὅθεν δοκιμωτέρα
 τύτων ἔδοξε τοῖς πάλαι ἢ Μέτωνος τῷ ἀθηναίου
 ἐνεακαιδεκαετηρεῖς, εἰ καὶ τοῖς νεωτέροις καὶ αὐτῇ
 μὴ κατὰ σκοπὸν βάλ्लιστα ἐφάνη, καὶ διὰ τῆτο ἀ-
 δοκιμὸς, ὡς κατωτέρω ἐξηγήσεται· ἀλλὰ πρότερον
 ἑπτεὸν περὶ τῆς κατὰ Μέτωνα ἑτησίας καὶ μηνιαίας
 ὑποθέσεως· ἔτος γὰρ, ὡς εἶκε, συνιστὰς τὸ μὲν
 ἡλιακὸν ἔτος ἐκ 365ⁿ, 6^w, 18', 56", 50", 31^{'''},
 34^{''''}, τὸν δὲ σεληνιακὸν μῆνα ἐκ 29ⁿ, 12^w, 45',
 47", 26", 48^{'''}, 30^{''''}, συνῆγε δὲ ἀστρονομικῆς ψη-
 φηφορίας ἐκ μὲν ἡλιακῶν ἑτῶν ἐννέα πρὸς τοῖς δέκα,
 ἡμέρας τριάκοντα ἐννέα, καὶ ἐνεακοσίας πρὸς ταῖς
 ἑξακισχιλίαις, καὶ ὥρας 23, τοσαύτας δὲ καὶ ἐκ
 μηνῶν διακοσίων τριάκοντα πέντε, καὶ ἐπομένως τὴν
 εἰς τὸ αὐτὸ πάλιν τῶν Φωσῆρων ἀποκατάσασιν· οἱ
 δὲ μετ' ἐκεῖνον καὶ ἐξ ἐκείνων τὴν περίοδον ταύτην
 ἐρανοσάμενοι, τὸ μὲν ἡλιακὸν ἔτος κατὰ τὸν τῷ
 Σωσιγένης διορισμὸν ἐξ ἡμερῶν 365, καὶ ὥ-
 ρων ἐξ συγκείσθαι ὑποτιθέμενοι, τὸν δὲ συνοδικὸν
 μῆνα ἐκ 29ⁿ, 12^w, 44', 30", συνῆγον ἐκ μὲν ἐννέα
 καὶ δέκα ἑτῶν, ἐν οἷς τὴνλάχισον τέτταρα ἂν εὐρε-
 θεῖεν βίσεξτα, ἡμέρας ἐνεακοσίας τριάκοντα ἐννέα
 πρὸς ταῖς ἑξακισχιλίαις, καὶ ὥρας δέκα καὶ ὀκτώ,
 τοσαύτας δὲ καὶ ἐκ μηνῶν διακοσίων τριάκοντα πέν-
 τε· ἀλλ' ἐπεὶ περὶ τὰ προκείμενα τοῖς μῆσι λεπτὰ
 εἰς πολιτικὴν χρῆσιν ἀνοίκεα, ἃ γὰρ ἀπασιν εὐπα-
 ρακολέθητος ὁ κατ' αὐτὰ ἐπιλογισμὸς, τὸν μῆνα
 ἐξ ἡμερῶν ἐννέα πρὸς ταῖς εἴκοσι καὶ δώδεκα ὥρῶν

λαμβάνοντες διὰ τὸ εὐχερέστερον, ἐποίουν ἐξ αὐτῶν
 τὰ σεληνιακὰ ἔτη, ἀπονέμοντες ἑκάσῳ μῆνας δυο-
 καίδεκα, τὴς μὲν ἐξ τριακονθημέρας καὶ πλήρεις,
 τὴς δὲ λοιπὰς μᾶ ἑλλείποντας καὶ κοίλους ἐναλλάξ
 παρ' ἑνα· καὶ γὰρ εἴτε ἐξ ἡμερῶν 29, καὶ ὥρων 12
 ληφθεῖη ἑκάστος τῶν μηνῶν, εἴτε ὁ μὲν τριάκοντα,
 ὁ δὲ μᾶ ἑλλείπων, τριακόσται πενήκοντα τέσσαρες
 ἡμέραι κατ' ἑκατέραν ὑπόθεσιν συναχθήσονται, καὶ
 τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐκ τοσούτων συσταθήσεται, ἑλλεί-
 πον τῆ ἡλιακῆ ἡμέραις ἑνδεκα· τούτων δὲ τῶν ἑνδε-
 κα ἡμερῶν ἐν ἑτέσι δέκα καὶ ἐννέα εἰς ἡμέρας ἐννέα
 πρὸς ταῖς διακοσίαις συμποσβιμένων, ἀναφύονται
 μῆνες ἑπτὰ, ἐξ μὲν πλήρεις, εἰς δὲ κοῖλος, ὅς
 προσετίθειν τῷ τρίτῳ, ἔκτῳ, ὀγδόῳ, δεκάτῳ πρώτῳ,
 δεκάτῳ τετάρτῳ, δεκάτῳ ἑβδόμῳ, δεκάτῳ ἑνάτῳ
 εἴτε τῆς περιόδου ταύτης ἑκασον ἑκάσῳ, ἐμβολιμαῖα
 ταῦτα ποιῶντες ἦτοι τρισκαιδεκάμηνα, ἵνα τὰ
 δέκα καὶ ἐννέα ἔτη κοινά τε Φημι καὶ ἐμβολιμαῖα πε-
 ριεκτικὰ γένωνται ἡμερῶν ἐνεακοσίων τριάκοντα πέν-
 τε πρὸς ταῖς ἑξακισχιλῆαις· ταύταις δὲ προσθεμέ-
 νων καὶ τῶν τεσσάρων τῶν ἐν τοῖς βισέξτοις· λογι-
 ζοῦνται γὰρ καὶ ταύτας προσήκει καὶ προσκεῖναι ὡς
 περ ἐν τοῖς ἡλιακοῖς, ἔτω καὶ τοῖς σεληνιακοῖς ἀ-
 παιτήσης τῆτο τῆς ἐξ ἀρχῆς ὑποθέσεως, κατ' ἣν
 ὑπόκειται τὸν μῆνα περιεκτικὸν εἶναι ἡμερῶν 29, ὥ-
 ρων 12, τῶν προσκειμένων λεπτῶν παρεωραμένων·
 συναχθήσονται καὶ ἐκ τούτων ἡμέραι, ὕσαι δὲ καὶ ἐκ
 τῶν ἡλιακῶν· αἱ δ' ἑκατέρωθεν λειπόμεναι ὥραι
 δέκα καὶ ὀκτὼ τῷ ἑφεξῆς βισέξτῳ προσίθονται· Ε-

πισάσεως μέντοι ἄξιον, ὅτι εἶπερ τὸ ἔτος, ἐξ ἧς ἡ ἀρχὴ τῆς περιόδου ταύτης ληφθῆ, πρῶτον ἢ μετὰ βίσεξτον, τέτταρα ἐν τῇ περιόδῳ ἔσονται βίσεξτα, ἦτοι τὸ τέταρτον, ὄγδοον, δέκατον δεύτερον, δέκατον ἔκτον, ἐὰν δὲ δεύτερον, ἢ τρίτον, ἢ καὶ βίσεξτον, πέντε· ἡ αὐτὴ μέντοι γε μέθοδος κατ' ἀμφοτέρως, τὰς τρόπων, πλὴν ὅτι κατὰ τὴν δευτέραν ὑπόθεσιν πλεονάζει ὁ τῶν ἡμερῶν ἀριθμὸς μᾶλλον ἢ μέρη καὶ ἑκατέραν ἐνεακαιδεκατηρίδα, ἡλιακὴν Φημί καὶ σεληνιακὴν.

Πρόβλημα δέκατον δεύτερον.

Δοθέντος τῆ ἔτους, τῆς τῆς σελήνης κύκλος εὐρεῖν.

Ἐπεὶπερ καὶ ἐπὶ τῶν τῆς σελήνης κύκλων, ὡς καὶ ἐπὶ τῶν τῆς ἡλίου, καὶ τῆς Ἰνδικτιόνος ὀπισθοδρομῶντες οἱ δυτικοί, εὐρίσκουσι τὸ ἔτος τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἐσχημέναι δύο κύκλος σελήνης, ἕκαστα τῆς κύκλος παντὸς ἔτους τῶν ἐπομένων τέτρω θηρεύουσι, προσιδέντες μονάδα τῷ δοθέντι, καὶ τὸν ἐξ ἀμφοῖν διαίρωντες ἐπὶ τὸν 19· ὁ γὰρ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸς μετὰ τὴν διαίρεσιν, τὰς ζητημένους κύκλος παρίσθῃ· καὶ μηδὲν ἐναπολειφθῆ, δέκατος ἕνατος κύκλος ἔσται ὁ ζητῆμενος.

Εύρεσις Ἰνδικτιόνος, ἡλίου κύκλων καὶ
σελήνης κατὰ τὰς ἀνατολικάς.

Οἱ δ' ἀνατολικοὶ ἀπονώτερον τὰ τοιαῦτα εὐ-
ρίσκουσι· τὴν γὰρ ἐκκλησιαστικὴν περιόδον ἀντ' ἐπο-
χῆς τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐτῶν χρώμενοι, ἢ συ-
νάχονται αἱ τρεῖς αὗται περίοδοι, καὶ συμπερατῆν-
ται τὸ δοθέν ἔτος ἀπ' ἐκείνης ἀριθμῶντες, καὶ τὸν
ἀναλογῶντα αὐτῷ ἀριθμὸν ἐπὶ τὸν 15, καὶ 19,
καὶ 28, διαιρῶντες τὰς ἐναπολειπομένης ἀριθμὸς τῶν
ζητημένων, λαμβάνουσι παρασατικές.

Περὶ τῆς κατὰ Κάλλιπον περιόδου.

Ὅρος. κζ'.

Ἡ κατὰ Κάλλιπον περίοδος ἐστὶ σύστημα ἐξ καὶ
ἐβδομήκοντα ἐτῶν συνεχῶς ἐπεισκευκλυμένων, ἐν οἷς
καθ' ἕκαστον ος'. ἔτος αἱ νημηναὶ καὶ πανσέληνοι ἐπὶ
τὸν αὐτὸν χρόνον κατ' αὐτὸν ἐπανίστασι.

Σχόλιον.

Ὁ γὰρ Κάλλιπος, ἑκατὸν ἕξερων ἔτεσι μετὰ
Μίτωνα, ἐξ ἑτέρων ὁρμώμενος ἀστρονομικῶν ὑποθέ-
σεων, καὶ τὸ μὲν ἡλιακὸν ἔτος 365 ἡμερῶν καὶ ὡ-
ρῶν 6 ὑποτιθέμενος, τὸν δὲ σεληνιακὸν μῆνα 29^η,
12^ο, 44', 25", καὶ ἐπομείως συνάγων καθ' ἑκάστην

ἑννεακαιδεκαετηρίδα ἡμέρας 6939, ἢ ὥρας 18, ἢ τετραπλασιάσας ταύτην, ἵνα καὶ αἱ προσκείμεναι ὥραι εἰς ἡμέρας συμποσοθῶσιν, καὶ ἡ περίοδος ἡ συγκειμένη ἐξ ὀλοκλήρων ἡμερῶν τὴν τῶν ἑβδομήκοντα, ἢ ἐξ ἑτῶν συνεχίσαστο περίοδον· συναγομένων δὲ ἐκ τῆτων ἡμερῶν 27759, ὅσαι δὴ ἢ ἐκ μηνῶν σεληνιακῶν 940 ἐμπεριεχομένων τέτοις τοῖς ἔτεσιν, ὤτετο μετὰ τὴν συμπλήρωσιν τῶν 76 ἑτῶν τὰς νεμηθίας καὶ πανσελήνης ἐπὶ τὴν πρώτην ἐπανιέναι χῶραν.

Περὶ τῆς καθ' Ἰππαρχον περιόδου.

Ὅρος. κή.

Ἡ καθ' Ἰππαρχον περίοδος συνεχίσκειν ἐξ ἑτῶν ἡλιακῶν 304 τριακοσίων τεσσάρων, ὧν πληρωθέντων ἐπανέρχονται καθ' Ἰππαρχον αἴτε νεμηθίαι ἢ πανσελήνοι ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἡμέρας, ἐφ' ἃς ἢ πρότερον.

Σχόλιον.

Καὶ γὰρ ὁ Ἰππαρχος τοῖς τῆ Καλλιπῆ μὴ ἀρεθεύς, ἀλλ' ἔλαττον τὸ ἡλιακὸν ἔτος ὑποτιθέμενος, ἦτοι 365^η, 5', 55', 12", συνῆγεν ἑπομέναις ταῖς αὐτῆς ὑποθέσεσιν ἐν τοῖς 76 ἔτεσιν, ὥρας ἐξ, καί τι πρὸς πλεονάζειν κατὰ Κάλλιπον, ἐν δὲ 304 ἔτεσι τετράκις τοσαύτας, ἦτοι ἡμέραν μίαν· διὸ τὴν οἰκείαν περίοδον τετραπλασίονα τῆς τῆ Καλλιπῆ

συνητάμενος, ἦτοι ἐτῶν τριακοσίων τεττάρων μηνῶν δὲ σεληνιακῶν ἑπτακόσιων ἐξήκοντα πρὸς τοῖς τρισχιλίοις ἐβόλετο περιεκτικὴν εἶναι ταύτην ἔχ ἡμερῶν 111036, ὅσαι δὴ συνάγονται ἐκ τῶν εἰρημένων μηνῶν, ἀλλὰ ἐξ 111035, αἴγε παράγονται κατ' αὐτὸν, καὶ ἐκκόπτεται ὁ κατὰ Καλλιπὸν πλεονασμὸς, ὅς ἐστὶ μιᾶς ἡμέρας.

Περὶ τῆς κατὰ Βίκτορα, ἢ Διονύσιον
περιόδου.

Ο' ρος. κθ'.

Ἡ Βίκτορος, ἢ Διονυσίου περίοδος συνέστηκε ἐκ 532 ἐτῶν ἡλιακῶν πολιτικῶν, μετ' ἃ αἰτὲ νη-μηνιαί, καὶ πανσέληνοι ἐπὶ τὰς αὐτὰς ἐπανέρχονται ἡμέρας.

Σχόλιον.

Τὴν περίοδον ταύτην πρῶτον μὲν φασὶν ἐπινοή-θῆναι ὑπὸ Βίκτορος ἐπὶ Ἰλαρίῳ πᾶπα ῥώμης· ὕπε-ρον δὲ ἐν χρήσει γενέσθαι καὶ τῇ ἐκκλησίᾳ εἰσηγη-σαμένῳ Διονυσίῳ, ὅς ὑπὸ τῶν δυτικῶν ἐξήγησας, ἦ-τοι ἐλάχιστος ἢ μικρὸς ἐπονομάζεται, εἰς εὐρεσιῶν τῶν τῆ ἡλίου, καὶ σελήνης κύκλων, καὶ μὴν καὶ τῆς τῆ ἀγίου Πάσχα ἰσοετίας· ἀνθ' ὅτε Διονυσιακὴ κατ' αὐτὸς λέγε-ται, καὶ κύκλος πασχάλιος, κατὰ δὲ τὸς ἀνατολι-κὸς ἄλφα· ὅτι τῶν ἐν τῷ γράμματι συμψη-

Φιζομένων, ὁ 532 συνίσταται ἀριθμός· αὐτὴ τὴν γένεσιν ἴσχει ἐκ τῆς ἐννεακαίδεκαετηρίδος, καὶ τῆς εἰκοσιοκτωετηρίδος· τῆ γὰρ 28 ἐπὶ τὸν 19 πολλαπλασιαζομένη, ἀναφύεται περιεκτικὴ ὄσα, ὡς εἴρηται, ἐτῶν μὲν 532, μηνῶν δὲ 6580, καὶ ἡμερῶν 194313· τοῖς γὰρ ὑποτιθεμένοις τὴν ἐννεακαίδεκαετηρίδα ἀληθεύουσιν ἐπὶ τῇ ἀποκαταστάσει τῶν νεμηνιῶν καὶ πανσελήνων, συνάγεται καὶ τὴν περίοδον ταύτην χρησιμεύειν, ἢ μόνον εἰς εὐρεσιν τῶν τῆ ἡλίου κύκλων καὶ σελήνης, ἀλλὰ γε δὴ καὶ κείνων.

Ἐλέγχος τούτων κατὰ τοὺς νεωτέρους.

Ταῦτα μὲν ἔστωι, οἱ δὲ νεώτεροι ἔδεμίαν τῶν τούτων περιόδων ἐγκρίνασιν, ἀλλὰ πάσας ὁμοίως ὡς ἐμποίησας τοῖς χρωμένοις ἀπάτην ἀποδοκιμάζουσι· περὶ γὰρ τῆς ἐννεακαίδεκαετηρίδος τι χερὶ καὶ λέγειν, ὅπως γε μάλλον τῶν ἄλλων διαμαρτάνουσα τῆ σκοπιᾷ ἐφάνη, καὶ διὰ τῆτο ἐν δίκῃ τῶν κατ' αὐτὰς χρονολογικῶν πινάκων ἐξέωσαι, ὡς ἐν τοῖς ἔπειτα δηλώθησεται· ἢ δὲ κατὰ τὰς ἄλλας ἀπάτη ὡδὲ πως ἐξελέγηται· ὑποτιθεμένοι οἱ νεώτεροι τὸ μὲν ἡλιακὸν ἔτος ἐξ ἡμερῶν 365ⁿ, 5ⁿ, 49', τὸν δὲ σεληνιακὸν μῆνα ἐξ ἡμερῶν 29ⁿ, 12ⁿ, 44', 3", 11"ⁿ· συνισάμενον, συνάγουσιν ἐκ μὲν 76 ἐτῶν 27758ⁿ, 10ⁿ, 4', ἐκ δὲ μηνῶν 940, 27758ⁿ, 18ⁿ, 9', 52", 20"ⁿ· καὶ ἀκολούθως τὴν ἐν τῆτοις διαφορὰν 8ⁿ, 9', 52", 20"ⁿ· ἀλλὰ ταύτης ἐν τρισὶ καὶ πενήκοντα πρὸς τοῖς πεντακοσίοις ἔτεσιν εἰς ἡμέραν συμποσμημένης, συμβαίνει

τὰς νεμηνίας θᾶττον λογίζεσθαι κατὰ Κάλλιπον,
καὶ ἐν τοσούτοις ἔτεσι πρὸ ἡμέρας μίας.

Ὅσαύτως ταῖς ἐξ ἀρχῆς ἐπόμενοι ὑποθέσει,
καὶ τὸν Ἰππαρχον εὐρίσκουσιν ἀπατώμενον, ἅτε δὴ
πρὸ τῆ ἀληθείας 1° , $8''$, $23'$, $29''$, $21'''$, τὰς νεο-
μηνίας συναγέσης τῆς κατ' αὐτὸν περιόδου, ἧτοι τῶν
304 ἔτων. ταῦτα γὰρ ἀποδιδόασιν ἡμέρας
 111033° , $16''$, $16'$, οἱ δὲ 3760, μῆνες 111035 ,
 $0''$, $39'$, $29''$, $20'''$, ὥσε τῶν μηνῶν πρὸς τὰ ἔτη
διαφορὰ κατ' ὑπεροχὴν 1° , $8''$, $23'$, $29''$, $21'''$.
ὁ δὲ Βίκτωρ κατὰ πάντα τῇ ἐννεακαιδεκαετηρίδι
ἐπόμενος ἔκ ἂν ἀληθεύσειε ψευδομένης ἐκείνης. ἀλ-
λὰ καὶ αὐτόθεν δῆλον τὸ ἕρθεν· τῆς γὰρ κατ'
αὐτὸν περιόδου ἐξ ἡμερῶν 194313, μηνῶν δὲ 6580
συνεσηκείας, ἐκ δὲ τοσούτων μηνῶν συναγομένων ἡ-
μερῶν 194311° , $7''$, $9'$, $6''$, $20'''$, ἀναφύεται με-
ταξὺ τῆτων διαφορὰ κατ' ἔλλειψιν 1° , $16''$, $58'$,
 $59''$, $40'''$, ὥσε θᾶττον ἂν συμβαίεν ἐπὶ τῆ παν-
τὸς αἱ τῶν φωσῆρων σύνοδοι καὶ διαμετρήσεις, ἢ
ταύτας παρίησιν ἢ κατὰ Βίκτορα περίοδος· αὐ-
τῇ γὰρ βραδύτερον τοῦ ἀληθοῦς συμβαινούσας
δείκνυσι.

Περὶ Περιόδου Ἐκκλησιαστικῆς,

ἢ

Ἰβλιανῆς.

Ὅρος. λ'.

Ἰβλιανὴ περίοδος ἐστὶ σύστημα χρονικὸν ἐξ ἐτῶν
7980 συγχεόμενον.

Σχόλιον.

Τῆς περιόδου ταύτης ἐν μὲν τοῖς ἄνω χρόνοις
Πανόδωρος μοναχὸς, πολλοῖς δ' ὕστερον ἔτασιν Ἰω-
σήφ Σκαλίγερὸς ὁ τῆ Ἰβλίε, ἐξ ἧ καὶ τὴν ἐπωνυ-
μίαν αὐτῇ ἐδέξατο, κοινότερον φέρονται ἐφευρεταί,
τὴν γένεσιν ἐκ τῶν τῆ ἡλίου καὶ σελήνης κύκλων καὶ
τῆς ἰνδικτιόνης ἐχέσεως· ἀναφύεται γὰρ ὑπὸ τῆ
15, 19, καὶ 28 πρὸς ἀλλήλους πολλαπλασιαζομέ-
νων· ἀλλ' εἰκαὶ ἐκ Πανοδώρου ἐκεῖνος ταύτην ἤρανετα-
το, ἐχ' ὁμοίως μέντοι τῷ τῷ ἐχέσατο· ἴδιον ταύ-
της τῆς περιόδου ἐστὶ τὸ ἕκαστον τῶν ἐν αὐτῇ ἐτῶν
ἴδιον ἔχειν κύκλους ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ Ἰνδικτιόνα,
ἢς ἕδεν ἕτερον τῶν πρὸ αὐτῆ ἔσχευ, ἢ ἕξει ἕτερόν τι
τῶν μετ' αὐτό. οἷον τὸ πρῶτον μόνον ἔτος ἔχει κύ-
κλον ἡλίου πρῶτον, καὶ κύκλον σελήνης πρῶτον, καὶ ἰν-
δικτιόνα πρῶτην· ὡσαύτως, καὶ τὸ ἔσχατον μόνον ἡλίου
κύκλον καὶ καὶ σελήνης 15. καὶ ἰνδικτιόνα 16. ἕδεν δὲ
τῶν ἄλλων τῆς τρεῖς τέττας, ἢ ἐκεῖνας ὁμοῦ, ἀλλ'
ἑτέρας, οἷτινες ἂν ἐκεῖνω συνέλθοιεν· καὶ γὰρ ἕκα-

στον ἰδίους κύκλους ἢ Ἰνδικτίοσι χαρακτηρίζεται· τὸ
 δὲ κινήσαν τέρας τὴν δε συμπῆξαι τὴν περίοδον εἰς
 τὸ ἐκ ποδῶν ποιῆσαι πάσας τὰς χρονολογικὰς ἀν-
 τιλογίας τε καὶ διαφωνίας. τῷ γὰρ χρόνῳ, τῷ ἀ-
 πό κτίσεως κόσμῳ ἀγνωσμένοις δι' ἄλλατε πολλὰ, ἢ
 ταῦτα διὰ τὸ μὴ συνάδειν τὴν τῶν Ὁ. ἐρημικῶν τοῖς
 ἑβραϊκοῖς ἀντιγράφοις, μήτε τὰ ἀντιγραφα ταῦτα,
 κἀκείνην τε τοῖς σαμαρειτικοῖς, ἔχ' ἢ τυχῶσα εὐρί-
 σκεται ἐν ταῖς ἰσορίαις διαφωνία. τῶν συγκεκα-
 μικότων ταύτας πρός τε ἀλλήλας, καὶ πρός τὴν θεί-
 αν διαφωνόντων γραφὴν, ἅτε δὴ ἐκάσθ' Ἰδίᾳ ἐπο-
 χῇ ἢ ἀπαριθμήσει τῶν ἐτῶν χρωμένου, καίτοι ἐν
 τοῖς πλείοσι συνῶδ᾽ ὀφθαλμοῦ. ἢ γὰρ ἀπ' ἀρ-
 χῆς ληφθεῖσα διαφωνία, ἢ τὴν ἐν τοῖς ἐξῆς ἔτε-
 σι διῴησι συμφωνίαν. ταῦτ' ἄρα ἐδείξε τοῖς τε πά-
 λαι ἢ νῦν τῆς περιόδου ταύτης, ἣτις περιεκτικὴ τυ-
 χάνουσα πασῶν τῶν χρονικῶν ἐποχῶν, εἴαν ἐν χρε-
 σσει γένηται, οἷα τε εἴη τὰς μεταξὺ διαφωνίας ἀνε-
 λειν, ὡς μηκέτι ἄλλου ἐξ ἄλλης τὰ ἔτη ἀριθμῶν-
 τος ἀρχῆς, ἀλλὰ πάντων μίαν ἢ τὴν αὐτὴν πηρύ-
 των ἀρχὴν τὴν ἐκ τῆς περιόδου ὑποτεθεῖσαν. ἐν μὲν
 δὴ τῷτο τῆς περιόδου τὸ χρεσίμον, ἕτερον δὲ ἔχ'
 ἦττον ἐκεῖν τὸ ῥαδίως τὰ ἔτη τῆς τυχῶσης ἐπο-
 χῆς πρός τὰ ἑτέρας ἐποχῆς ἔτη ἀνάγεσθαι, ἢ τί-
 νι τι ἂν εἴη σύνδρομον δείκνυσθαι.

Οὐχ' ὁμοίως μέντοι οἱ ἀνατολικοὶ τοῖς δυτι-
 κοῖς τῇ περιόδῳ κέχρηται· οἱ μὲν γὰρ ἀνατολικοὶ
 τῷ Πανοδώρῳ ἐπόμενοι ἀντ' ἐποχῆς τῶν ἀπό κτί-

σεως κόσμῳ ἐτῶν ταύτη χρώμενοι, καὶ τὸ ὅπ' ἐκείνου
μέχρι τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως πέντε χιλιάδας
ἀριθμῶντες ἐτῶν, καὶ ὀκτὼ πρὸς τοῖς πεντακοσί-
οις, τῷ εφθ' ἔτε τῆς περιόδου τὴν τῆ κυρίως προ-
σάπτει γένησιν, καὶ ἀπ' αὐτῆ τὴν τῆς θείας ἐ-
νανθρωπήσεως ἐποχὴν λαμβάνουσιν. οἱ δὲ δυτικοὶ
ἐκ τῶν ὑσέρων συλλογίζομενοι ἐκ τῆ τετρακισχιλιο-
στῆ ἑπτακοσιοστῆ δεκάτῃ τετάρτῃ ἔτις τῆς περιόδου
ταύτης τὴν ἀρχὴν ποιοῦνται τῆς κατὰ τὴν θείαν ἐ-
νανθρωπήσειν ἐποχῆς, ἥτοι πρὸ ἑπτακοσίων ἐννεήκοντα
καὶ πέντε ἐτῶν, ἢ οἱ ἀνατολικοὶ λαβόντες γὰρ ὁμο-
λογούμενον ὅπερ, ὡς εἴρηται, ἐκ τῶν ὑσέρων συνά-
γασι, τὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἔτος ἐσχηκέναι
κύκλον μὲν ἡλίου ι'. σελήνης δὲ β'. Ἰνδιπτιόνα
δὲ δ'. καίτοι καὶ περὶ τῆς δὴ τῆ ἔτις ἢ μικρὰ
ἢ πρὸς ἀλλήλους τῶν νεωτέρων διαφωνία, τῶν μὲν
προσεχῆς τῷ ἐν ᾧ ὁ σωτὴς ἐνηθρώπησεν οἰομένων,
τῶν δὲ πέμπτον ἀπ' ἐκείνου λογιζομένων, ἀλλ' ἀπαξ
τοῖς ἑξήδεσι κύκλοις καὶ τῇ Ἰνδιπτιόνη χαρακτηρισαν-
τες, καὶ ὡς ἀναντιρρήτου λαβόντες, καὶ διὰ τῆ ἐξῆς
ιδ'. προβλήματος τὸ τῆς περιόδου ἔτος, ἐν ᾧ ταῦτα
συτρέχασι θηρεύσαντες, ἐπεὶ εὕρισκται τοῖσιν
τὸ τετρακισχιλιεστὸν ἑπτακοσιοστὸν δεκάτον τέταρ-
τον· τοῦτο δὴ τῷ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἔτει
ποιοῦνται σύνδεσμον.

Πρόβλημα ιγ'.

Τῆ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως, ἢ μετ' αὐτῆς ἔτους δοθέντος, τὸ σύνδρομον αὐτῶ τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου ἔτος εὐρεῖν, καὶ τῆς τῆς ἡλίου καὶ σελήνης κύκλου, καὶ μὴν καὶ Ἰνδικτιόνα ὀρίσασθαι.

Τῶν ἔτους ὑπὸ τῶν νεωτέρων ὑποτιθεμένων, εὐχερῶς ἄν τις κατ' αὐτὰς θηρεύσειε τὸ ζητούμενον. Ἐἴσω γὰρ ἔτος τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιασὸν, καὶ ζητηθῆτω τίνι τῆς περιόδου ἔτι ὑπάρχει σύνδρομον. συναφθῆτω ὁ 1700 τῶ 4713, τὸ γὰρ δ' ψιγ'. ἔτος ὑπόκειται προσεγγῶς ἠγόμενον τῆ ἔτους τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως. ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν 6413 ἀριθμὸς ἔσται παρασατικός τῆ ἔτους τῆς περιόδου. Ἰσὺν εἴτις διέλθῃ ἐπὶ τὸν 28, καὶ 19, καὶ 15, εὐρήσει ἡλίου κύκλου πρῶτον σελήνης ι'. Ἰνδικτιόνα η'.

Δοθῆτω τὸ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως τρισχιλιοσὸν ἑνεακοσιοσὸν ὀγδοηκοσὸν τρίτον, ἀφαιρεθῆτω ὁ 3983 ἀπὸ τῆς 4713, καὶ ἐπεὶ ἐναπολείπεται ὁ 730, προδήλον ὅτι τὸ δοθὲν ἔτος ἐστὶ τὸ ψλα'. τῆς περιόδου, διατρεθέντος δὲ τῆς 731 ἐπὶ τὸν 28, καὶ 19, καὶ 15, γνωθῆσονται οἱ κύκλοι ἡλίου καὶ σελήνης, καὶ ἡ Ἰνδικτιών. εἰ δὲ τὸ πρὸ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως τρισχιλιοσὸν ἑνεακοσιοσὸν ὀγδοηκοσὸν τρίτον καὶ α'. εἴη τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου, καθ' αἰδὴ ἡ κοινοτέρα αὐτῶν πρεσβεία δόξα, πρὸ τῆς τὸν χρόνον γενέσθαι, λαμβάναν τὴν

κεχρῆν τῆς πολυθευλλήτε ταύτης χρονικῆς περιόδου οἱ γενάδαι ἀναγκάζονται. παραινῶσιν ἔμπης τὸς ἔτω διανοσμένους μηδὲως ἐπὶ τῷτο ξενίζεσθαι, τέργευι δὲ ἐπὶ τοιαύτῃ χρονικῇ ἀναπλάσει τὸ τῆς περιόδου ἀναλογιζομένους χεῖσιμον. ἀνάγκη γὰρ φασὶ τῶν τῶ ἡλίου καὶ σελήνης κύκλων καὶ τῆς ἰνδικτιόνοσ κατα συνθήκην συνισάντων, ἐπὶ τοσῶτου χρονικῶσ τῇ ἐπινοία συνεκδραμεῖν, ἵνα ἡ τῶτων κοινὴ ἀρχὴ κατὰδηλος γένηται.

Πρόβλημα. ἰδ'.

Τῶν τῶ ἡλίου καὶ σελήνης κύκλων, καὶ τῆς ἰνδικτιόνοσ δοθέντων, τὸ ἔτοσ τῆς Ἰβλιανῆσ περιόδου εὐρεῖν ἐφ' ὃ συντρέχουσι.

Πολλαπλασιασθέντω ὁ μὲν τῶ τῶ ἡλίου κύκλω ἀναλογῶν ἀριθμὸσ ἐπὶ τὸν 4845, ὁ δὲ τῶ τῆσ σελήνης ἐπὶ τὸν 4200, ὁ δὲ τῇ ἰνδικτιόνι ἐπὶ τὸν 6916, καὶ οἱ ἐξ αὐτῶν γινόμενοι ἀριθμοὶ συναφθῆτωσαν, ὁ δὲ ἐξ αὐτῶν διαίρεθῆτω ἐπὶ τὸν 7980, καὶ ὁ ἐναπολειπόμενος ἀριθμὸσ ἔσαι δηλωτικὸσ τῶ ζητημένου ἔτοσ τῆσ περιόδου· οἷον ἔωσαν οἱ δοθέντες κύκλοι μὲν σελήνης 7, ἡλίου δὲ 11, ἰνδικτιῶν δὲ 16. πολλαπλασιασθέντω ὁ μὲν 4200 ἐπὶ τὸν 7, ὁ δὲ 4845 ἐπὶ τὸν 11, ὁ δὲ 6916 ἐπὶ τὸν 15, καὶ οἱ ἐκ τῶτων συναφθῆτωσαν εἰς ἕνα τὸν 18643523. ἔτοσ δὲ διαίρεθῆτω ἐπὶ τὸν 7980, καὶ ἐπει ἐναπολείπεται ὁ 2895 ἀριθμὸσ, παρῆσθαι ὅτι τὸ δι-

σχιλιοςὸν ὀκτακοσιοσὸν ἐννενημοσὸν πέμπτον ἔτος
ἔχει τὰς δοθέντας κύκλους, καὶ τὴν δοθεῖσαν ἰνδι-
τιόνα.

Δεῖξις.

Ὁ γὰρ $4200 = 28 \cdot 150 = 15 \cdot 280 =$
 $19 \cdot 221 + 1$ ἦτοι ἐπὶ ὁ 4200 ἀριθμὸς γίνεται
πολλαπλασιαζομένου τῷ 28, ἐπὶ τὸν 150, ἢ τοῦ
15 ἐπὶ τὸν 280, ἢ τῷ 19 ἐπὶ τὸν 221, προ-
σκεμμένης τῷ ὑπὸ αὐτῶν γινομένῳ μονάδος, ἴσος ἐστὶ
τοῖς ἀριθμοῖς τοῖς διὰ πολλαπλασιασμῶ ἐκείνων γι-
νομένοις ἔχει ἅμα, ἀλλ' ἐκάσῳ χωρὶς· γνωοθήσεται
δὲ ὅτι ὁ ὑπὸ τῷ 28 ἐπὶ τὸν 150 πολλαπλασιαζο-
μένῳ, ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῷ 15 ἐπὶ τὸν 280, εἰάν
γένηται ὡς ὁ 15 πρὸς τὸν 28, ἕτως ὁ 150 πρὸς
ἄλλον τινὰ, εὐρεθήσεται γὰρ ὁ 280· ὁμοίως ὡς ὁ
19 πρὸς τὸν 15, ὁ 280 πρὸς ἄλλον τινὰ καὶ εὐ-
ρεθήσεται ὁ 221 + 1· ὁ δὲν τῷ 4200 πολλαπλα-
σιαζομένῳ ἐπὶ τὸν 7, καὶ τῷ γινομένου διαιρεμένου
ἐπὶ τὸν 15, καὶ 28 χωρὶς, ἔδεντι ἐναπολείπεται·
ἐπὶ δὲ τὸν 19, διαιρεθέντος ἐναπολειφθήσεται ὁ 7,
ὅπερ γένοιτ' ἂν σαφέστερον διὰ τῷ ἐπομένου ἐπιλο-
γισμῶ· καὶ γὰρ ὁ $4200 \cdot 7 = 28 \cdot 150 \cdot 7 = 28 \cdot$
 $1050 = 15 \cdot 280 \cdot 7 = 15 \cdot 1900 = 19 \cdot 221 \cdot 7$
 $+ 7 = 19 \cdot 1547 + 7$ ἦτοι ὁ ἐκ τῷ 4200 ἐπὶ τὸν
7 ἴσος ἐστὶ τῷ ὑπὸ τῶν 28, 150, 7, πρὸς ἀλλή-
λους πολλαπλασιασθέντων, ταῦτ' ὅτι ἐστὶν εἰπεῖν τῷ
ἐκ τῷ 1050 ἐπὶ τὸν 28· ὁ γὰρ 1050 γίνεται
ἐκ τῷ 150 ἐπὶ τὸν 7, καὶ ἕτως ἐφεξῆς· ὥστε ὁ

4200. 7, ὑπὸ μὲν τῷ 28, καὶ 15, καταμετρεῖται,
ἐκέτι δὲ ὑπὸ τῷ 19.

Ἐτι ὁ 4845 = 19. 323 = 28. 173 + 1,
ὁμοίως ὁ 6916 = 19. 364 = 28. 217 = 15.
461 + 1. ὁθεν τὸν αὐτὸν τρόπον δευχθήσεται ἂν
ὁ 4845 ἐπὶ τὸν 11 πολλαπλασιασθῇ, καὶ ὁ γε-
νόμενος ἐπὶ τὸν 19, καὶ 15 διαιρεθῇ, μηδέν τι ἑ-
ναπολείπεσθαι, ἐπὶ δὲ τὸν 28, διαιρημένου ἑναπο-
λείπεσθαι τὸν 11.

Ὡσαύτως ἂν ὁ 6916 ἐπὶ τὸν 15 πολλα-
πλασιασθῇ, καὶ ὁ γενόμενος ἐπὶ τὸν 19, καὶ 28 δι-
αιρεθῇ μηδέν ἑναπολείπεσθαι· εἰ δὲ καὶ ἐπὶ τὸν 15
διαιρημένος ἔδεν ἑναπολείπεται, ἀλλὰ καὶ ὕτως ἡ Ἰν-
δικτιῶν κατάδηλος γίνεται· τὸ γὰρ μηδέν ἑναπολειφ-
θῆναι παρέρησιν εἶναι Ἰνδικτιόνα τὴν 1ῆ ὥσε καὶ καὶ
οἱ ἐκ τῶν 4200, 4845, 6916 ἀριθμῶν διὰ πολ-
λαπλασιασμῶν ἐπὶ τὸν 7, 11, καὶ 15 γινόμενοι εἰς
ἓνα συναφθῶσι, πρόδηλον ὅτι ὁ ἐκ τῆς συνάψεως
ἀποδοθεὶς ἀριθμὸς, ἂν μὲν διαιρεθῇ ἐπὶ τὸν 28, ἑ-
ναπολειφθήσεται ὁ 11, ἐδὲ ἐπὶ τὸν 19, ὁ 7, ἐδὲ
ἐπὶ τὸν 15, μηδέν, ἃ παρέρησι κύκλος μὲν ἡλίας 11,
σελήνης δὲ 7, Ἰνδικτιόνα δὲ 1ῆ.

Ἐπει δὲ ἡ περίοδος καταμετρεῖται ὑπὸ τῷ 15,
28, 19, καταμετρήσει καὶ αὕτη ὁμοίως τέτοις τὸν
ἀποδοθέντα ἀριθμὸν κατὰ τὸν 15, καὶ ἑκαταμετρή-
σει κατὰ τὸν 28, καὶ 19· δι' ὃ ἀφαιρεῖται ἐκένου

ὁ τῆς περιόδου σημαντικὸς ἀριθμὸς, ὡσάντις ἐγγυωρεῖ,
ὃ δὴ ἀποτελεῖται διὰ τῆς διαιρέσεως· ὁ δὲ ἐναπολει-
πόμενος ἀριθμὸς ἦτοι ὁ 2895 τῷ ζητωμένου ἔτους
τῆς περιόδου παραλαμβάνεται δηλωτικὸς, ὃ προσοι-
κεῖται ἡλίου μὲν κύκλος 11, σελήνης δὲ 7, ἰνδι-
κτίονα δὲ 16.

Περὶ τῆς τῷ σωτηρίου Πάσχα τῶν σπεν- τη ἑορτῆς.

Προοίησις.

Τῶν προεκτεθεισῶν περιόδων δύο ἐς ταμάλινα,
καὶ τῇ ἐκκλησίᾳ ἐν χεῖρει ἐγένοντο, ἢ ἐνεακαιδεκα-
τηρὶς λέγω, καὶ ἢ ἐκοσιοκτωετηρὶς, ὡς συντελεῖσαι
εἰς εὐρεσίαν τῆς τῷ Πάσχα πανηγύρεως, καὶ τῶν τότε
ἐξημμένων κινητῶν ἑορτῶν, ἃς δεσποτικὰς οἱ ἀρχαῖοι
ἐκάλεον· ἀλλ' ἵνα καθ' ὁδὸν ὁ λόγος ἡμῶν βαδίξῃ,
σκεπτέον πρῶτον ὅσα περὶ τῷ τυπικῷ Πάσχα, καὶ
τῷ σωτηρίου Πάσχα θεῶν τε καὶ τοῖς θεοῖς ἀνδράσι
τεθέσπισαι· ἐκ τούτων γὰρ καὶ τὸ χεῖρισμον τῶν πε-
ριόδων γνωσθήσεται· περὶ μὲν ἔν τῷ τυπικῷ Πάσχα
τοιαύδε φέρεται παρὰ τῇ θεῶν γραφῇ (α) «εἶπε δὲ
» κύριος πρὸς Μωϋσῆν καὶ Ἀαρὼν ἐν γῆ Αἰγύπτου λέ-
» γων· ὁ μὲν ἔτος ὑμῶν ἀρχὴ μηνῶν, πρῶτος ὑμῶν
» ἐστὶν ἐν τοῖς μηνὶ τῷ ἐνιαυτῷ· λάλησον πρὸς πᾶ-

(α) Β' ἐξόδου κεφ. ιβ', Λευϊτ. κεφ. ιβ', Α'ριθ. κεφ. δ'.

» σαν συναγωγὴν υἰῶν Ἰσραὴλ λέγων· τῇ δεκάτῃ
 » τῆ μηνὸς τέττα λαβέτωσαν ἕκαστος πρόβατον κατ'
 » οἶκος πατριῶν· καὶ μετ' ὀλίγα· πρόβατον τέλειον
 » ἐνιαύσιον, ἄρσεν, ἄμωμον, καὶ ἔσαι ὑμῖν διατετη-
 » ρημένον ἕως τῆς τεσσαρεσκαίδεκάτης τῆ μηνὸς τέ-
 » ττα, καὶ σφάξουσιν αὐτὸ πᾶν τὸ πλῆθος συναγωγῆς
 » υἰῶν Ἰσραὴλ πρὸς ἑσπέραν, καὶ φάγονται τὰ κρέα
 » τῇ νυκτὶ ταύτῃ ὀπτα πύρι, Πάσχα ἐστὶ κυρίως· ἐξ
 » ὧν ἀριδῆλως συναγεται ἡ ἰδ', τῆ πρώτῃ μηνὸς δεῦν
 » τὸ Πάσχα θύεσθαι· πρώτος δὲ μῆν, σεληνιακὸς δη-
 » δηλονότι, ἐστίν, ἢ ἡ ἰδ'. συμπίπτει τῇ ἑαρινῇ Ἰση-
 » μερίᾳ, ἣ προσεχωῶς ταύτῃ ἔπεται, κατὰ τε Ἰώσηπον,
 » καὶ Ἀνατόλιον Λαοδικεῖας ἐπίσκοπον παρ' Εὐσεβίῳ
 » τῆ Παμφίλι. (α) Τῷ δὲ μηνὶ τῷ ξανδικῷ, ὅς
 » Νισὰν παρ' ἡμῖν καλεῖται, καὶ τῆ ἔτος ἐστὶν ἀρχὴ
 » τεσσαρεσκαίδεκάτη κατὰ σελήνην ἐν κριῷ τῆ ἡλίου
 » καθ' ἑσῶτος· τῆ γὰρ τῷ μηνὶ τῆς ὑπ' Αἰγυπ-
 » τίως δαλίας ἠλευθερώθημεν, καὶ τὴν θυσίαν, ἣν
 » τότε ἐξιόντας Αἰγύπτῃ θύσαι προῖπον ἡμᾶς, Πά-
 » σχα λεγομένην δι' ἔτος ἑκάστου θύειν ἐνόμισε· καὶ
 » δὴ τελῆμεν αὐτὴν κατὰ φατρίας, μηδεὶς τῶν
 » τεθυμένων εἰς τὴν ἐπιῶσαν τηρημένον· πέμπτη δὲ
 » καὶ δεκάτη διαδέχεται τὴν τῆ Πάσχα ἢ τῶν ἀζύ-
 » μων ἑορτῇ ἑπτὰ ἡμέρας ἕσα, καὶ ἦν ἀζύμοις
 » τρέφον)· (β) ἔχει τοίνυν ἐν τῷ πρώτῳ ἔτει τὴν

(α) Ἰώσηπος Ἰουδαϊκῆς ἀρχαιολογίας βιβλίῳ γ'. κεφ. ι'.

(β) Ἀνατόλιος παρ' Εὐσεβίῳ ἐκλ. Ἰσραη. βιβ. ζ'. κεφ. λβ'.

νεμηνίαν τῆ πρώτῃ μηνός, ἣτις ἀπάσης ἐστὶ ἀρ-
 χὴ τῆς ἐννεακαιδεκαημερίδος τῆς κατ' Αἴγυπτίους
 μὲν Φαμενώθ' ἕκτη καὶ εἰκάδι, κατὰ δὲ τὰς Μα-
 κεδόνων μῆνας δύσεα δευτέρα καὶ εἰκάδι, ὡς δ'
 ἂν εἴποιεν Ῥωμαῖοι πρὸ ἕνδεκα καλανδῶν ἀπριλλία.
 εὐρίσκεται δὲ ὁ ἥλιος ἐν τῇ προκειμένῃ Φαμενώθ'
 ἕκτη καὶ εἰκάδι ἢ μόνον ἐπιβάς τῆ πρώτῃ τμήμα-
 τος, ἀλλ' ἤδη καὶ τετάρτην ἡμέραν ἐν αὐτῷ δια-
 πορευόμενος· τῆτο δὲ τὸ τμήμα πρώτον δωδεκα-
 τημέριον, καὶ Ἰσημερινόν, καὶ μηνῶν ἀρχὴν, καὶ κε-
 φαλήν τῆ κύκλου, καὶ ἄφεισιν τῆ τῶν πλανητῶν
 δρόμου καλεῖν εἰώθασιν· τὸ δὲ πρὸ τῆς μηνῶν ἑ-
 σχατον, καὶ τμήμα δωδέκατον, καὶ τελευταῖον δω-
 δεκατημέριον, καὶ τέλος τῆς τῶν πλανητῶν περιό-
 δου· διὸ καὶ τὰς ἐν αὐτῷ τιθεμένους τὸν πρώτον
 μῆνα, καὶ τὴν τεσσαρεσκαιδεκάτην τῆ Πάσχα κατ'
 αὐτὴν λαμβάνοντας, ἡμικρῶς, ἢ δ' ὡς ἔτυχεν ἀ-
 μαρτάνεν Φαμέν· ἐστὶ δὲ ἕχ ἡμέτερος ἕτος ὁ λό-
 γος, Ἰουδαίοις δ' ἐγινώσκετο τοῖς πάλαι, καὶ πρὸ
 χριστοῦ, ἐφυλάττετο πρὸς αὐτῶν μάλις· μα-
 θεῖν δ' ἐστὶν ἐκ τῶν ὑπὸ Φίλωνος, Ἰωσήφου, Μου-
 σαίων λεγομένων καὶ ἢ μόνον τέτων, ἀλλὰ καὶ τῶν
 ἐπι παλαιότερων, ἀμφοτέρων Ἀγαθοβέλων τῶν
 ἐπίκλην διδασκάλων Ἀριστοβέλου τῆ πάνυ, ὅς ἐν
 τοῖς ἑβδομήκοντα κατελεγμένους, τοῖς τὰς ἱεράς
 καὶ θείας ἐρμηνεύσασιν γραφὰς Πτολεμαῖω τῷ Φι-
 λαδέλφω, καὶ τῷ τῆς πατρὸς, καὶ βίβλους ἐξηγη-
 τικὰς τῆ Μωσέως νόμου τοῖς αὐτοῖς προσεφώνησε
 βασιλεῦσιν· ἔτοι τὰ ζητούμενα κατὰ τὴν ἐξοδον

» ἐπιλύοντες, φασὶ δεῖν τὰ διαβατήρια θύειν ἐπίσης
 » ἅπαντας μετὰ Ἰσημερινῶν ἑαρινῶν μεσοῦτος τῆ
 » πρώτου μηνός· τῆτο δ' εὐρίσκεισθαι, τὸ πρῶτον
 » τμήμα τῆ ἡλιακῆ, ἢ ὡς τινες αὐτῶν ὠνόμασαν ζωο-
 » φόρον κύκλον, διεξιόντος ἡλίου· Ὁ δ' Ἀριστοβου-
 » λος προσίθησιν, ὡς εἴη ἐξ ἀνάγκης τῆ τῶν δια-
 » βατηρίων ἑορτῆ, μὴ μόνον τὸν ἥλιον τὸ Ἰσημερι-
 » ρὸν διαπορεύεσθαι τμήμα, καὶ τὴν σελήνην δέ· τῶν
 » γὰρ Ἰσημερινῶν τμημάτων οὐτῶν δύο, τῆ μὲν
 » ἑαρινῆ, τῆ δὲ μετοπωρινῆ, καὶ διαμετρεῦντων ἀλλη-
 » λα, δοθείσης τε τῆς τῶν διαβατηρίων ἡμέρας τῆ
 » τεσσαρεσκαίδεκάτῃ τῆ μηνός μεθ' ἑσπέραν, ἐση-
 » ζεται μὲν ἡ σελήνη τὴν ἐναντίαν κατὰ διάμετρον
 » τῷ ἡλίῳ τᾶσιν, ὡς περ εἴη ἕξαι ἐν τοῖς πανσελή-
 » νοις ὄραν, ἔσονται δὲ ὁ μὲν κατὰ τὸ ἑαρινὸν Ἰση-
 » μερινὸν ὁ ἥλιος τμήμα, ἢ δὲ ἐξ ἀνάγκης κατὰ
 » τὸ μετοπωρινὸν Ἰσημερινὸν, ἢ σελήνη· οἶδα πλεῖ-
 » στα καὶ ἄλλα πρὸς αὐτῶν λεγόμενα, τῆτο μὲν πι-
 » θανά, τῆτο δὲ κατὰ τὰς κυριακὰς ἀποδείξεις προι-
 » όντα, δι' ὧν παριστάνειν περῶνται τὴν τῆ Πάσχα,
 » καὶ τὴν τῶν ἀζύμων ἑορτὴν δεῖν πάντως μετ' Ἰση-
 » μερινῶν ἄγεσθαι· παρήμι δὲ τὰς τοιαύτας τῶν
 » ἀποδείξεων ὑλας ἀπ' αὐτῶν, ὧν περιήρηται μὲν τὸ
 » ἐπὶ τῆ Μωσέως νόμῳ κάλυμμα, ἀνακεκαλυμμένῳ
 » δὲ τῷ προσώπῳ λοιπὸν ἦδη χεῖρον, καὶ τὰ χεῖ-
 » ρα εἰ κατοπτρίζεσθαι μαθηματὰ τε καὶ παθήμα-
 » τα· τῆ δὲ τὸν πρῶτον παρ' Ἑβραίοις μῆνα περὶ Ἰση-
 » μερινῶν εἶναι, παρασατικά καὶ τὰ ἐν τῷ Ἐνὸχ μα-
 » θήματα· καὶ ταῦτα μὲν ἐπὶ τοσούτοις· τὸ δὲ σω-

τήριον Πάσχα, ἢ τύπος ἐκεῖνο καὶ σκιά, ἀνεκαθέρ-
 ῆ ἐκκλησία ἀποσολικαῖς κατακολεθῆσα παραδόσεσιν
 ἐδέσπισεν εορτάζεσθαι τῇ μετὰ τὴν τεσσαρεσκαίδε-
 κάτην τῆ πρώτῃ μηνὸς ἐπομένη κυριακῇ, ταύτης εἴτε
 κυριακῆς ἕσης, εἴτε τινος ἄλλης τῶν τῆς ἐβδομάδος
 ἡμερῶν· τὸ μὲν ἵνα ὡς περὶ τῇ πρώτῃ τῇ μετὰ τὸ νο-
 μικὸν Φάσκα κυριακῇ ἐκ νεκρῶν ἀνέστη ὁ κύριος, ἕτω
 καὶ τοῖς ἑπτα χρόνοις ἢ τῆς ἀναστάσεως τελεῖται ἐ-
 όρτη, τὸ δὲ ἵνα μὴ τοῖς Ἰουδαίοις συνεορτάζωσιν οἰπι-
 σοί· ὡς ἔστιν ἰδεῖν παρ' Εὐσεβίῳ τῆ Παμφίλου, (α)
 καὶ ἄλλοις· ἃ δὴ ἤ, τε ἐν Νικαίᾳ πρώτη ἐπεκύρωσε, καὶ
 ἢ ἐν Ἀντιοχείᾳ ἐπεσφράγισαν ἀγιώταται σύνοδοι.

Κανὼν πρώτος τῆς ἐν Ἀντιοχείᾳ συνόδου.

» Ὅρον ἐξενήνοχεν ἢ ἐν Νικαίᾳ πρώτη σύνοδος
 » ὑπ' ὄψιν τῆ εὐσεβῆ βασιλέως Κωνσταντίνου, τὴν
 » τῆ ἀγίῃ Πάσχα τελετὴν μὴ συναίμα τοῖς Ἰουδαίοις
 » τῆς χριστιανῆς ἄγειν, ἀλλ' ὡς περὶ τοῖς νόμοις καὶ
 » τῷ φρονήματι, ἕτω καὶ τῷ διαλλάττοντι τῶν ἡμε-
 » ρῶν τέτων ἀποδιῆσασθαι· τῆς δὲ τὸν ὅρον ἐκεῖ-
 » νον παραλύειν τολμῶντας κληρικῆς, καὶ ἕτω τὸν
 » λαὸν πειρωμένους διδάσκειν τῇ ἀφαιρέσει ζημιῶν
 » τῆς ἱερωσύνης.

(α) Ἐκλ. Ἱστορ. βιβλ. ἰ. κεφ. κγ'.

Πόρισμα πρώτον.

Ἐκ τῶν ἑξῆς συνάγεται, ὅτι ὑποτιθεμένης τῆς ἰσημερίας ἐν τῇ κα'. τῆ κατὰ Ῥωμαίους Μαρτίου μηνός, ὡς περ ἦν ὅτε ἡ ἐν νικαία συνεκροτήθη πρώτη σύνοδος, ἐὰν ὁ σεληνιακὸς πρῶτος μὴν ἐν τῇ ὀγδόῃ τῆ αὐτῆ ἀρξῆται, ἡ τεσσαρεσκαίδεκάτη ἐκείνη συμπεσεῖται τῇ κα'. τῆ Μαρτίε· ἢ πρῶτος ἔσται ἕκτος μὴν κατὰ Μωσῆν· εἰμὲν ἔν αὐτῇ τύχῃ ἕσα σάββατον τῇ ἐξῆς κβ'. ἕση κυριακῇ, τὸ σωτήριον ἀντελεσθεῖη Πάσχα, εἰμήτις εἶποι μὴ δεῖν ἐν ταύτῃ τελεῖσθαι, ἵνα μὴ ἢ ἔτω οἱ πιστοὶ τοῖς Ἰουδαίοις Φανώσι συνεορτάζοντες· εἶδ' ἡ κα'. Μαρτίε εἴη κυριακῇ, τελεσθεῖη ἂν τὸ Πάσχα τῇ κη'. Μαρτίε ἦτοι τῇ ἐξῆς κυριακῇ· ἐὰν δὲ ὁ σεληνιακὸς α'. μὴν ἀπὸ τινος ἡμέρας τῶν πρὸ τῆς ὀγδόης τῆ Μαρτίε ἀρξῆται, ὁ τοιοῦτος ἔκ ἂν εἴη πρῶτος μὴν ὡς ἐσχηκὼς τὴν τεσσαρεσκαίδεκάτην πρὸ τῆς ἰσημερίας· ἀλλ' ἕτερός τις τῶν ἀπὸ μιᾶς τινὸς τῶν μεταξὺ τῆς ζ'. Μαρτίε ἢ ε'. Ἀπριλλίε ἐχόντων τὴν ἀρχὴν· ἕκατος γὰρ τῶν ἀπὸ τινος τῶν ἡμερῶν τῶν ἐκείνων εἴκοσι ἢ ἐννέα ἔσων τὸν ἀριθμὸν ἀρχόμενος, πρῶτος ἐστίν, ὅτι ἡ κατ' αὐτὸν ἰδ', ἡ τῇ ἑαρινῇ ἰσημερία, ὡς τῆ ἐν τῇ ὀγδόῃ Μαρτίε ἀρχομένη, ἡ ἑτέρα τιμὴ τῶν μετ' ἐκείνην ἡμερῶν ἔσται συμπύπτουσα, ὡς τῶν λοιπῶν μηνῶν τῶν παρὰ τὴν ὀγδόην Μαρτίε ἀρχομένων· ἀλλ' ἔδ' ὁ ἀπὸ τῆς ε'. Ἀπριλλίε ποιόμενος τὴν ἀρχὴν πρῶτος ἂν εἴη, τοιοῦτος γὰρ ὁ πρὸ αὐτῆ, ἦτοι ὁ ἐν τῇ ὀγδόῃ Μαρτίε λαβὼν τὴν ἀρχὴν.

Πόρισμα δεύτερον.

Ἐπι δηλῶται σαφῶς, τῷ χάριν ἢ τῷ σωτηρίου Πάσχα ἑορτὴ ἀνεισι μὲν μέχρι τῆς κβ'. Μαρτίου, κάτεισι δὲ μέχρι τῆς κέ'. Ἀπριλλίς· ὅτι εἰ μὲν ὁ πρῶτος μὴν ἀρξῆται ἐκ τῆς η'. Μαρτίου, τῇ κβ'. τῷ τῷ ἑσαι ἢ ἑορτῇ· εἰδὲ ἐκ τῆς ε'. Ἀπριλλίς, τῇ κέ'. τῷ αὐτῷ· νεμηνίας γὰρ συμβάσης τῇ ε'. τῷ Ἀπριλλίς συμπεσῶται ἢ ἰδ'. τῷ μηνὸς τῇ ιη'. τῷ αὐτῷ, ἥτις εἰάν μὲν τύχη ἕσα ἄλλητις τῶν ἡμερῶν ἐκτὸς κυριακῆς, τῇ ἑφεξῆς τὸ Πάσχα τελεῖται κυριακῇ, εἰάν δὲ ἢ κυριακῇ, διὰ τὸ μὴ συνεορτάζειν τοῖς Ἰουδαίοις τῆς πιαῖς, ἢ τοῖς τεσσαρεσκαίδεκατίταις, ὑπερτίθεται ἢ ἑορτῇ τῇ ἐχομένῃ κυριακῇ, ταῦτὸ δ' ἐστὶν εἰπεῖν τῇ κέ'. τῷ Ἀπριλλίς.

Περὶ τῆς τῶν χρονολογικῶν πινάκων κατασκευῆς.

Ἐπεὶ τοῦνυ εἰς εὐρεσιν τῆς ἡμέρας τῆς πανσέπτε τοῦ Πάσχα ἑορτῆς προσαπαιτεῖται ἢ γνῶσις τῆς τεσσαρεσκαίδεκάτης τῷ πρώτου μηνὸς, καὶ τῆς μετ' αὐτὴν κυριακῆς, πρῆγου ἂν ἡμῖν γένοιτο ἢ μέθοδος τῆς εὐρέσεως αὐτῶν· ἢ μίαν μὲν τοι, εἰδὲ παρὰ πᾶσιν ἢ αὐτῇ· καὶ περὶ μὲν τῶν ἄλλων λέγειν περιττὸν, τῶν τὰ τοιαῦτα πραγματευσά-

μένων, (α) περὶ δὲ τῆς μεθόδου, ἧπερ ἢ τῶν ῥωμαίων ἐκκλησία ἐχρήσατο, διὰ τῶν ὑπ' ὄψιν κειμένων χρονολογικῶν πινάκων περασόμεθα ὡς ἐν συντετμημένως καὶ σαφῶς διαλαβῆν· ὧν ἐσηγήσῃς Διονύσιος ὁ τῆσπιπλην Ἐξίγυβς, εἴτε αὐτὸς εἴη ὁ πρῶτον τῆς πίνακος συμπηξάμενος, εἴτε ὑφ' ἑτέρου τινὸς κατεσκευασμένοις χρῆσάμενος, ἀμφοτέρω γὰρ φέρεται.

Ἐν τέτοις πρῶτον μὲν κεῖνται αἱ ἡμέραι τῶν δώδεκα μηνῶν σιχηδὸν ἀπὸ τῆς πρώτης Ἰαννουαρίου, ἄχρι τῆς ἐσχάτης Δεκεμβρίου· δεύτερον δὲ τὰ ἑπτὰ πρῶτα λατινικὰ γράμματα a, b, c, d, e, f, g, κατ' ἐπανάληψιν συνεχῆ συσοιχῆντα ἐκείναις, καὶ τρίτον οἱ τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος χαρακτῆρες· εἰώθασι δὲ τινες καὶ ἑτέροι ἄττα ἐγχαράττεν τοῖς πίναξι, οἷον τῆς τῶν καλανδῶν, καὶ νοῶν, καὶ Εἰδῶν σημαντικὰς ἀριθμῆς, καὶ τὰ ὀνόματα τῶν καθ' ἑκάστην ἡμέραν ἀγίων· ἀλλὰ ταῦτα παρελήφθη, ὡς μηδὲν ἡμῖν πρὸς τὸν προκείμενον σκοπὸν συμβαλλόμενα· ὃ δὲ πρὸ τῶν ἄλλων ἐπιστάσεως ἄξιον, ἢ τάξις ἐστὶ τῶν τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος χαρακτῆρων, οἱ καὶ χρυσοῖς ἐχαράττοντο γράμμασι, καὶ χρυσοῖς

(α) Οἷον ὁ θεὸς Ἰππόλυτος Πόρτου ῥώμης, διὰ τῆς ἐκαταετηρίδος, καὶ ὁ τοῦ πασχαλίου, ἧτοι τοῦ ὁ τόμου τῆς βυζαντινῆς συγγραφῆς κανόνας συμπηξάμενοι εἰς εὐρεσίαν συντελοῦντας τῆς τοῦ Πλάσχου ἑορτῆς.

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τὰς ἀρχαιότερους.

Γανουάριος.	Φεβρουάριος.	Μάρτιος.	Ἀπρίλιος.
1 a. III.	1 d.	1 d. III.	1 g.
2 b.	2 e. XI.	2 e.	2 a. XI.
3 c. XI.	3 f. XIX.	3 f. XI.	3 b.
4 d.	4 g. VIII.	4 g.	4 c. XIX.
5 e. XIX.	5 a.	5 a. XIX.	5 d. VIII.
6 f. VIII.	6 b. XVI.	6 b. VIII.	6 e. XVI.
7 g.	7 c. V.	7 c.	7 f. V.
8 a. XVI.	8 d.	8 d. XVI.	8 g.
9 b. V.	9 e. XIII.	9 e. V.	9 a. XIX.
10 c.	10 f. II.	10 f.	10 b. II.
11 d. XIII.	11 g.	11 g. XIII.	11 c.
12 e. II.	12 a. X.	12 a. II.	12 d. X.
13 f.	13 b.	13 b.	13 e.
14 g. X.	14 c. XVIII.	14 c. X.	14 f. XVIII.
15 a. XVIII.	15 d. VII.	15 d.	15 g. VII.
16 b.	16 e.	16 e. XVIII.	16 a.
17 c. VII.	17 f. XV.	17 f. VII.	17 b. XV.
18 d.	18 g. IV.	18 g.	18 c. IV.
19 e. XV.	19 a.	19 a. XV.	19 d.
20 f. IV.	20 b. XII.	20 b. IV.	20 e. XII.
21 g.	21 c. I.	21 c.	21 f. I.
22 a. XII.	22 d.	22 d. XII.	22 g.
23 b. I.	23 e. IX.	23 e. I.	23 a. IX.
24 c.	24 f.	24 f.	24 b.
25 d. IX.	25 g. XVII.	25 g. IX.	25 c. XVII.
26 e.	26 a. VI.	26 a.	26 d. VI.
27 f. XVII.	27 b.	27 b. XVII.	27 e.
28 g. VI.	28 c. XIV.	28 c. VI.	28 f. XIV.
29 a.		29 d.	29 g. III.
30 b. XIII.		30 e. XIV.	30 a.
31 c. III.		31 f. III.	

ἐκαλεῖτο ἀριθμὸς διὰ τὸ χρήσιμον· ἐπεὶ γοῦν,
 οἷς ταῦτα μεμηχάνηται, σκοπὸς ἦν τὰς νημησίας
 καὶ πανσελήνους ἐκάστου ἔτους ἐκ προχείρου πολιτι-
 κῶς ὑπὸ πάντων γινώσκεισθαι, ἀμέλει ἀριθμουμέ-
 νων τῶν μηνῶν τινῶν μὲν τριακονθήμερων, τινῶν δὲ ἢ
 μιᾷ ἑλλειπόντων ἐναλλάξ παρ' ἑνα· καθ' ὃν δὲ χρό-
 νον ταῦτα ἐποιοῦν, νομηνια ἐγένετο [τῆ κγ'. τοῦ
 Ἰαννουαρίου, διάτοι τοῦτο ὁ τοῦ πρώτου κύκλου τῆς
 σελήνης χαρακτῆρ εὐρίσκειται ταύτῃ συσοιχῶν, εἴ-
 τα τῆ κα'. Φεβρουαρίου, τῆ κγ'. Μαρτίου, τῆ κα'.
 Ἀπριλλίου, τῆ κα'. Μαΐου, τῆ ιδ'. Ἰουνίου, τῆ
 ιδ'. Ἰουλίου, τῆ ιζ'. Αὐγούστου, τῆ ις'. Σεπτεμ-
 βρίου, τῆ ιε'. Ὀκτωβρίου, τῆ ιδ'. Νοεμβρίου, ἢ
 τελευταῖον τῆ ιγ'. Δεκεμβρίου, τῶν κατ' ἐκείνο τὸ ἔ-
 τος, ἔτι δὲ καὶ τῶν ἀναλογούντων αὐτῶ ἐτῶν,
 νομηνιῶν ὑπάρχων παρασατικός· τοῦτ' αὐτὸ κα-
 πὶ τῶν ἐπομένων ἐτῶν τηρήσαντες ἄχρι τῆ ιδ', τῆς
 τῶν ἄλλων κύκλων χαρακτῆρας ἐν οἰκείοις ἐκάστου
 τόποις ἐνεχάραξαν, τὰ μὲν τῶν ἐτῶν κοινὰ ἢ δω-
 δεκάμηνα, τὰ δὲ ἐμβόλιμα ἢ τρισκαιδεκάμηνα πε-
 ποιηκότες, κατὰ τὰ εἰρημέναις, ἔνθα περὶ τῆς ἐννεα-
 καιδεκαετηρίδος τὸν λόγον ἐποιοῦμεθα· ἐπ' ἐνίων
 μέντοι ἢ τάξις τῶν χαρακτῆρων ἐνήλλακται ὡς ἐπὶ
 τοῦδε III. ὅσις κεῖται ἐπὶ τῆς πρώτης καὶ ἐπὶ τῆς
 ἐσχάτης τοῦ Ἰαννουαρίου, δέον ἐπὶ τῆς λ'. ἵνα ὁ
 κατὰ τὸν Ἰαν. σεληνιακὸς μὴν κῆλος ἦ, ἢ ἐπλή-
 ρης, ὡς καὶ ὁ πρὸ αὐτοῦ πλήρης ὑπάρχων, καὶ
 ᾧσι δύο πλήρεις μὴ ἐφεξῆς· ἀλλὰ τοῦτο τυχόν

εγένετο ἵνα μὴ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν ἦτοι τὴν λ'.
τῆ Ἰαννουαρίε δύο χαρακτῆρες συνέλθωσιν, ὁ III.
καὶ XIII.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων ἄντις γνοίη σαφῶς ἢ τὸ τῶν πι-
νάκων χερίσμιον· εὖρον γὰρ οἱ τούτοις χερσάμε-
νοι κατὰ τὸ δοθέν ἔτος, τόντε τῆς σελήνης κύ-
κλον, ἢ τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτῆριστικὸν γράμμα
διὰ τοῦ ια'. ἢ ιβ'. τῶν ἀνωτέρω προβλημάτων, ἢ
ἄλλως πῶς ταῦτα προεγνωσμένα ἔχοντες· ἢ διὰ
μὲν τοῦ τῶ κύκλω ἀναλογουῦντος χαρακτῆρος, τὴν
τε νομηρίαν ἢ τὴν ιδ'. τοῦ πρώτου μηνός, ἐπὶ
τῶν πινάκων ἐθήρευσαν, διὰ δὲ τῆ χαρακτῆρι-
κοῦ τῶν κυριακῶν γράμματος τὴν μετ' ἐκείνην πρώ-
την κυριακὴν τῆς τοῦ σωτηρίου Πάσχα ἡμέρας ἐγ-
κρατεῖς ἐγίνοντο· εἴη γὰρ ἂν αὕτη ἢ μετὰ τὴν
ιδ'. τοῦ πρώτου μηνός συσσιχῆσα τῶ εὐρεθέντι
γράμματι.

Περὶ τοῦ κανονίου τῶν πασχαλίων ὄρων.

Ἀλλ' ἵνα ἢ τῆς ζητουμένης ἡμέρας εὖρεσις
προχειροτέρα γένηται, ἢ ἕτερον κανόνιον ὁ Διονύ-
σιος συνεσήσατο τῶν πασχαλίων ὄρων καλούμε-

νον· εἰσι δὲ ὄροι πασχάλιοι ἡμέραι, αἷς ἢ ἰδ'. τῆς
 σελήνης, ἢ τῆ Ἰσημερίᾳ προσεχεστέρα, συμπίπτει
 καὶ ἕκαστον τῶν κύκλων αὐτῆς· θηρεῖται δὲ ταύ-
 τας ἐκεῖνος ἀρχόμενος ἕκτινος ἔτους, ὡπερ ὁ ἰδ'.
 τῆς σελήνης συντρέχει κύκλος, καὶ ὁ ἢ πασχα-
 λιος νομηνία ἐπὶ τῆς τετάρτης εὐρεται τοῦ Ἀ-
 πριλλίου· καὶ ἐπεὶ τὸ ἔτος τοῦτο ἐμβόλιμον ὑπάρ-
 χον ἔσχηκεν ἡμέρας 383, διὰ τὸ συγκειῶσαι ἐκ
 μηνῶν ἕξ μὲν τριακονθήμερων, ἑπτὰ δὲ μῶν ἑλλει-
 πόντων, ἀπὸ τῆς ἑθείσης τετάρτης εἰληφὼς τὴν
 ἀρχὴν, καὶ ἡμέρας 383, ἀριθμησάμενος, ἔθετο ἐπὶ
 τοῦ πρώτου κύκλου νομηνίαν πασχάλιον τὴν κγ'.
 Μαρτίου, καὶ ἐπομένως ὄρον πασχάλιον τὴν πέμπ-
 τὴν Ἀπριλλίου, ἀπὸ δὲ τῆς κγ'. Μαρτίου ἡμέρας
 354, ἀριθμησάμενος, εὕρεν ἐπὶ τῆ δευτέρου κύ-
 κλου νομηνίαν πασχάλιον τὴν ιβ'. Μαρτίου, ὄρον
 δὲ πασχάλιον τὴν κέ. ἀπὸ δὲ ταύτης 384, ἐμ-
 βόλιμον γὰρ τὸ ἔτος, ἀριθμησάμενος τὴν λα'.
 Μαρτίου νομηνίαν, τὴν ιγ'. Ἀπριλλίου ὄρον
 πασχάλιον ὤρισάτο· τοῦτ' αὐτὸ καὶ ἐπὶ τῶν ἄλ-
 λων πεποιηκὼς τὰ μὲν κοινὰ δηλονότι ἔτη λαμβά-
 νων δωδεκάμηνα, τὰ δὲ ἐμβόλιμα τρισκαιδεκάμη-
 να, τὸ παρὲν συνεήσατο κανόνιον, ἢ δὲ χρῆσις αὐ-
 τοῦ τοιαύτη.

*Ἐχωντις ἐγνωσμένον, ὡς καὶ ἀνωτέρω, ἐπὶ
 τοῦ τυχόντος ἔτους τοῦς τε τῆς σελήνης κύκλους,
 καὶ τὸ τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικὸν γράμμα, διὰ

μὲν τοῦ χαρακτηῆρος τῶν κύκλων τὸν πασχάλιον
 ὄρον ἐπὶ τοῦ κανονίου εὐρέσει, διὰ δὲ τοῦ προσκει-
 μένου τούτῳ γράμματος παραβαλὼν αὐτὸ τῷ τῆς
 κυριακῆς χαρακτηηριστικῷ γράμματι, τὴν τοῦ Πά-
 σχα εἰσεται ἡμέραν, τοσαύτας ἡμέρας τῷ πασχα-
 λῷ ὄρω προδείς, ὅσα δὴ καὶ τὰ ἐξῆς τούτῳ ὑ-
 πάχεια γράμματα, μέχρι τοῦ τῆς κυριακῆς χα-
 ρακτηηρισικοῦ.

Καθίου τῶν Παρχαλιῶν ὄρων κατὰ Διούσιον, τῆ εὐρίσκων ἐν τινὶ ἡμέρᾳ ἐκάστου τῶν πρώτων
 μηνῶν ἐμπίπτει ἡ ἰδ'. τῆς ☉ κατ' ἐκάστον κύκλον τῆς ἐνεακαιδεκατημέρας, γνωμῆς ἐκ τῆ
 ἰδ'. κατὰ τοὺς Πλάκας.

I.	5. Ἀπριλλίς.	D.
II.	25. Μαρτίου.	G.
III.	13. Ἀπριλλίς.	E.
IV.	2. Ἀπριλλίς.	A.
V.	22. Μαρτίου.	D.
VI.	10. Ἀπριλλίς.	B.
VII.	30. Μαρτίου.	E.
VIII.	18. Ἀπριλλίς.	C.
IX.	7. Ἀπριλλίς.	F.
X.	27. Μαρτίου.	B.
XI.	15. Ἀπριλλίς.	G.
XII.	4. Ἀπριλλίς.	C.
XIII.	24. Μαρτίου.	F.
XIV.	12. Ἀπριλλίς.	D.
XV.	1. Ἀπριλλίς.	G.
XVI.	21. Μαρτίου.	C.
XVII.	9. Ἀπριλλίς.	A.
XVIII.	29. Μαρτίου.	D.
XIX.	17. Ἀπριλλίς.	B.

Περὶ τῆς ἐπὶ Γεηγορείου δεκάτου τρίτου πάπα ῥώμης γενομένης ἑπανόρθωσης τῆς τε Ἰσημερίας, ἔ τῶν χρονολογικῶν πινάκων.

Οὕτω μὲν ἐξηγεῖτο τοῖς ἀρχαιοτέροις τῶν δυτικῶν ἢ τῆ σωτηρίᾳ Πάσχα πάνσεπτος ἐορτῆ, μέχρι τῆ χιλιοσῆ πεντακοσιοσῆ ὀγδοηκοσῆ δευτέρῃ ἔτους τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως· ἐπεὶ δὲ τῷ χρόνῳ ἐφωρέθησαν μὴ συνάδοντα ταῖς ἡραναῖς κινήσεις τά τε κατὰ τὰς Ἰσημερίας ἢ ἡλιακὰς τροπὰς, ἢ τὰ κατὰ τὴν σελήνης κύκλου ὑποτιθέμενα, ἑπανόρθωσίν τινα οἱ τῆς δυτικῆς ἐκκλησίας ἐπινενόησαν ἐπὶ Γεηγορείᾳ γ'. τοῦ τῆς πρεσβυτέρας ῥώμης ποντίφικος, διαμαρτάνοντας τῆ σκοπῆ ἀποδεικνύοντες τὴν χρονολογικὴν πίνακα, ἢ ἀναγκαστικῶς ἀπαιτῶντας τὴν ἑπανόρθωσιν· εἰ γὰρ, φασί, τῆ ἡλιακῆ δρόμου ὑπὲρ τὸ μέτρον ἀκριβὲς αἰ 305ⁿ, 6^o, ὡς περ ὑπὸ Σωσιγένης διώρεται, ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἀν πάντως ἀπετελοῖτο ἡμέρας ἢ ὥρας διηλεκῶς ἢ Ἰσημερία· ἐπεὶ δὲ κατὰ τὰς ἀκριβεστέρας παρατηρήσεις τῶν ἀστρονόμων τὸ ἡλιακὸν ἔτος ἐξ 365ⁿ, 5^o, 59' συνέστηκεν, ἐπόμενον ἀν εἴη προλαμβάνειν τὴν Ἰσημερίαν ἐνδεκά πρώτοις ἑξηκοσὶς τὸν κατὰ Σωσιγένην διορισμόν· ὡς ἐὰν ἐπίτινος ἔτος κατὰ μεσημβρίαν ὄντος τοῦ ἡλίου ἐν τῇ κα'. δὸς εἰπεῖν τῆ Μαρτίᾳ γένηται Ἰση-

μερία, ἐπὶ τῆ ἐφεξῆς τῆ τῶ ἔτους πρὸ μεσημβρίας
 γενήσεται, ἥτοι πρὸ ἑνδεκα πρώτων ἐξηκοσῶν ταῦ-
 τα δὲ, ὡς καὶ ἡ ἐξ αὐτῶν διαφορὰ, εἰ καὶ βραχυτά-
 τη, καὶ μέχρι τινὸς ἀνεπαίδητος, καὶ ὅδε πᾶσι προ-
 φαίης, ἀλλὰ προϊόντος τῆ χρόνος εἰς ὀλοκλήρης ἡ-
 μέρας συμποσωθήσεται· γνωθήσεται δὲ ἔτω λο-
 γισαμένοις· εἰτὰ 11', ἐνὸς ἔτους διαφορὰ, τὰ 1440,
 ἥτοι μία ἡμέρα πόσων ἂν εἴη ἔτων διαφορὰ· καὶ εὐ-
 ρεθήσεται διὰ τῆς πράξεως 131 ἔτων ἔγγιστα· ὁ-
 ρθεν ἀρχομένοις ἀπὸ τῆ τριακοσιοσῆ εἰκοσῆ πέμπτου
 ἔτους, ἐν ᾧ κατὰ τὴν κοινοτέραν δόξαν, ἢ ἐν νικαία
 πρώτη συνεκροτήθη Ἰερὰ σύνοδος, καὶ ἡ Ἰσημερία
 τῇ κα'. Μαριτίσ συνέπιπτε, μέχρι τῆ χιλιοσῆ πεν-
 τακοσιοσῆ ὀγδοηκοσῆ δευτέρῃ ἔτους τῆς θείας ἐαν-
 θρωπήσεως, συναγονται ἡμέραι δέκα· καὶ ἐπομένως ὁ
 τῆς Ἰσημερίας δεκαήμερος ἀναποδισμός· ταῦτ' ἄρα
 ἔκ ἂν ἐκτελοῦντο ἢ, τε ἑορτῇ τῆ Πάσχα, καὶ αἰτῆτε
 ἐξημμένοι ἑορταὶ κατὰ τὰ ὑπὸ τῆς ἐν Νικαία συνόδου
 θεσπιθέντα· ὁ δὲ καὶ παραδειγματικῶς ἡμῖν ἐπι-
 χερεῖτις ἀποδεικνύει τῶν περὶ τὰ τοιαῦτα θεῶν καὶ
 θεομοτέρων πρὸς τὴν διόρθωσιν· φησὶ γὰρ κατὰ τὸ
 χιλιοσὸν πεντακοσιοσὸν ἔτος ἀπετελείθη τὸ Πάσχα
 κατὰ τὸ προεκτεθέν κανόνιον τῇ ιδ'. τῆ Ἀπριλίου,
 ἦσαν γὰρ ἐν τῆ τῶ ἔτει ἡλῆς μὲν κύκλοι κέ. σε-
 λήνης δὲ ιδ'. κυριακῆς δὲ χαρακτηριστικὰ γράμματα
 ED, ἀλλ' ἔκ ἔχρη τῇ ἐξηθείσῃ ἡμέρᾳ τελεωθῆναι,
 ἀλλὰ τῇ ιε'. Μαριτίσ· ὅτι κατὰ τὴν ἀστρονομικὴν ἀκρι-
 βεαν νημηθία ἐγένετο ἐπὶ τῆς πρώτης τῆ αὐτῆ, καὶ ἡ ἀπ'
 αὐτῆς ἀριθμημένη ιδ', ὡς ἔσα μετὰ τὴν Ἰσημερίαν τοῦ

Μάιος.	Ἰούνιος.	Ἰούλιος.	Αὐγούστος.
1 b. II.	1 e	1 g. XIX.	1 c. VIII.
2 c.	2 f. XIX.	2 a. VIII.	2 d. XVI.
3 d. XIX.	3 g. VIII.	3 b.	3 e. V.
4 e. VIII.	4 a. XVI.	4 c. XVI.	4 f.
5 f.	5 b. V.	5 d. V.	5 g. XIII.
6 g. XVI.	6 c.	6 e.	6 a. II.
7 a. V.	7 d. XIII.	7 f. XIII.	7 b.
8 b.	8 e. II.	8 g. II.	8 c. X.
9 c. XIII.	9 f.	9 a.	9 d.
10 d. II.	10 g. X.	10 b. X.	10 e. XVIII.
11 e.	11 a.	11 c.	11 f. VII.
12 f. X.	12 b. XVIII.	12 d. XVIII.	12 g.
13 g.	13 c. VII.	13 e. VII.	13 a. XV.
14 a. XVIII.	14 d.	14 f.	14 b. IV.
15 b. VII.	15 e. XV.	15 g. XV.	15 c.
16 c.	16 f. IV.	16 a. IV.	16 d. XII.
17 d. XV.	17 g.	17 b.	17 e. I.
18 e. IV.	18 a. XII.	18 c. XII.	18 f.
19 f.	19 b. I.	19 d. I.	19 g. IX.
20 g. XII.	20 c.	20 e.	20 a.
21 a. I.	21 d. IX.	21 f. IX.	21 b. XVII.
22 b. IX.	22 e.	22 g.	22 c. VI.
23 c.	23 f. XIII.	23 a. XVII.	23 d.
24 d.	24 g. VI.	24 b. VI.	24 e. XIV.
25 e. XVII.	25 a.	25 c.	25 f. III.
26 f. VI.	26 b. XIV.	26 d. XIV.	26 g.
27 g.	27 c. III.	27 e. III.	27 a. XI.
28 a. XIV.	28 d.	28 f.	28 b.
29 b. XII.	29 e. II.	29 g. XI.	29 c. XIX.
30 c.	30 f.	30 a.	30 d. VIII.
31 d. XI.		31 b. XIX.	31 e.

Σεπτέμβρ.	Οκτώβριος.	Νοέμβριος.	Δεκέμβριος.
1 f. XVI.	1 a. XVI	1 d.	1 f. XIII.
2 g. V.	2 b.	2 e. XIII.	2 g. II.
3 a.	3 c. XIII.	3 f.	3 a.
4 b. XIII.	4 d. II.	4 g.	4 b. X.
5 c. II.	5 e.	5 a. X.	5 c.
6 d.	6 f. X.	6 b.	6 d. XVIII.
7 e. X.	7 g.	7 c. XVIII.	7 e. VII.
8 f.	8 a. XVIII.	8 d. VII.	8 f.
9 g. XVIII.	9 b. VII.	9 e.	9 g. XV.
10 a. VII.	10 c.	10 f. XV.	10 a. IV.
11 b.	11 d. XV.	11 g. IV.	11 b.
12 c. XV.	12 e. IV.	12 a.	12 c. XII.
13 d. IV.	13 f.	13 b. XII.	13 d. I.
14 e.	14 g. XII.	14 c. I.	14 e.
15 f. XII.	15 a. I.	15 d.	15 f. IX.
16 g. I.	16 b.	16 e. IX.	16 g.
17 a.	17 c. IX.	17 f.	17 a. XVII.
18 b. IX.	18 d.	18 g. XVII.	18 b. VI.
19 c.	19 e. XVII.	19 a. VI.	19 c.
20 d. XVII.	20 f. VI.	20 b.	20 d. XIV.
21 e. VI.	21 g.	21 c. XIV.	21 e. III.
22 f.	22 a. XIV.	22 d. III.	22 f.
23 g. XIV.	23 b. III.	23 e.	23 g. XI.
24 a. III.	24 c.	24 f. XI.	24 a.
25 b.	25 d. XI.	25 g. XIX.	25 b. XIX.
26 c. XI.	26 e.	26 a.	26 c. VIII.
27 d. XIX.	27 f. XIX.	27 b. VIII.	27 d.
28 e.	28 g. VIII.	28 c.	28 e. XVI.
29 f. VIII.	29 a.	29 d. XVI.	29 f. V.
30 g.	30 b. XVI.	30 e. V.	30 g.
	31 c. V.		31 a. XIII.

νομικῶς Φάσκα, ἢ δὲ 14. τῆ σωτηρίας Πάσχα, αἶτε
 δὴ ἔσα πρώτη μετ' αὐτὴν κυριακὴ ὑπῆρξεν ἂν παρα-
 σατική· ἐτελείωθη τοίνυν βραδύτερον ἢ ἔδει ἡμέρας
 τριάκοντα πέντε· ἢ λαμβανομένης τῆς νομηνίας κα-
 τὰ τῆς χρονολογικῆς πίνακος ἐπὶ τῆς 4. Μαρτίου
 ἔχρησεν τελεσθῆναι ἐν τῇ κβ'. ἵνα τοίνυν τὸ τοιοῦτον
 ἐκκλίνωσιν ἄτοπον, καὶ ἔτεξ' ἄττα ἀναγκαιῶς ἐπό-
 μενα, οἷον ἐπεῖν, τῆς τῶν Ἰσημεριῶν ἑαρινῆς καὶ
 Φθινοπωρινῆς, καὶ τῶν τροπῶν θερινῆς καὶ χειμερι-
 νῆς προποδισμῶς, καὶ τῶν μὲν ἑαρινῶν ἑορτῶν εἰς
 θερινὰς, τῶν δὲ θερινῶν εἰς φθινοπωρινὰς μετά-
 βασιν, ἀφαιρετέαν εἶναι ἠγήσαντο τὴν γενομένην
 προσθήκην τῶν ἡμερῶν κατὰ τὴν πολιτικὴν ἀπαρίθ-
 μησιν, καὶ ἦν τὸ πολιτικὸν ἡλιακὸν ἔτος μῆζον εἰ-
 ληπταὶ τῆ ἀστρονομικῆ ἐξηκοσοῖς πρώτοις ἔνδεκα· τρι-
 χῶς δ' ἂν γένοιτο ἢ τοιαύτη ἀφαίρεσις, ἢ ἐπὶ μιᾶς
 τεσσαρακοστίας πάντων τῶν τῶν κοινῶν λογιζόμενων,
 ἢ ἐν δέκα μιστὶ δέκα ἡμερῶν παραλειφθέντων, ἢ
 τελευταῖον ἐπίτινος τῶν μηνῶν ἅπαξ, καὶ τῶν δέκα
 ὀμῶ παραρωθέντων, ὃ δὴ καὶ ἔδοξεν ἅπασιν· ἀντ'
 ὅτε ἐπὶ τῆ αφπβ'. τὸν Ὀκτώβριον μῆνα τῶν ἄλ-
 λων προελόμενοι, ὡς ἢ πολλὰς τὰς ἑορτασίμους ἢ
 ἐπισίμους ἡμέρας περιέχοντα, καὶ διὰ τῆτο ἕδεμίαν
 παραλλαγὴν κατὰ τὰς τῶν ἑορτῶν ἡμέρας ἐπάξοντα,
 ἐν τῆτῳ ἐποίησαν τὴν ἀφαίρεσιν τῆς 4. ἡμέραν τοῦ
 Ὀκτωβρίου 14. τῆ αὐτῆ ὀνομάσαντες· τῆτε δὲ γε-
 νομένης συνέβη τὴν Ἰσημερίαν γενέσθαι ἐν τῇ κατ'
 αὐτῆς εἰκοστῇ πρώτῃ Μαρτίῳ, καὶ τὰς λοιπὰς ἑορτάς
 τελεῖσθαι, εἰ καὶ μὴ ἐν τῷ αὐτῷ χρόνῳ, ἐν ᾧ καὶ πρόσ-

τερον· ἀλλ' ἔνγε κατὰ τὰς αὐτὰς ἡμέρας τῶν μηνῶν,
 ἢ τὰς ὁμωνύμους ἐκείναις· ταῦτ' ἄρα καὶ θαυμά-
 ζεται παρ' αὐτοῖς ἕτος ὁ τρόπος τῆς ἐπανορθώσεως,
 ἅτε δὴ ἔχ' ὅπως ἐκποδῶν ποιησάμενος τὰ προση-
 μένα ἄτοπα, ἀλλά γε καὶ τὰς κλήσεις τῶν ἡμερῶν,
 ἐν αἷς αἱ Ἰσημερίαι τὸ πρόοθεν, καὶ τροπαὶ καὶ ἑορ-
 ται ἐγίνοντο, διασώζων τὰς αὐτάς· μήτε τοῖς ὑπὸ
 τῶν ἀρχαιοτέρων κεμένοις ἀντιφθεγγόμενος, καὶ
 τοι ἐναλλάττων ταῦτα καὶ ἐπανορθούμενος· ὡς περ
 γὰρ ἐπ' ἐκείνων ἐν τῇ κα'. Μαριτίβ ἡ ἑαρινὴ ἤγετο
 Ἰσημερία, ἕτω καὶ ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις κατ'
 αὐτὰς ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας λογίζεται, τότε Πά-
 σχα μετὰ τὴν Ἰσημερίαν ἀποτελεῖται· ἐπεὶ δὲ καὶ
 τοῖς ἑπτα χρόνοις τοῖς ῥωμαϊκοῖς ἔτεσιν ἔμελλον
 χεῖνθαι, ἵνα μὴ καὶ τὸς μεταγενεστέρας, δίκην τῶν
 προγενεστέρων, διορθώσεως δεησομένους εἰάσωσι, δέ-
 δοκται τὴν ἐκ τῶν 11'. συμβαίνουσαν προοδήκην, καὶ
 ἐν 400, ἔτεσιν εἰς 3^η, 1^ο, 20'. συμποσθεμένην δι' ἀ-
 φαιρέσεως τριῶν ἡμερῶν ἐφ' ἑκάστης τετρακοσαετη-
 ρίδος κωλύσαι· διὸ ἐν τοσούτοις ἔτεσι τὰ τρεῖς τῶν
 ἐν αὐτοῖς ἐμπεριεχομένων ἑκατοσῶν ἐτῶν κοινὰ ἀν-
 τι βισέξτων λογίζονται, μόνον δὲ τὸ τέταρτον βίσεξ-
 τον· αὐτίκα γὰρ τὸ χιλιοσὸν ἑξακοσιοσὸν βίσεξτον τε-
 τηρηκότες, τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν κοινὸν ἀντι βισέξ-
 τε ἐλογίσαντο· λογίζονται δ' ἔτι καὶ τὸ χιλιοσὸν ὀκ-
 τακοσιοσόν, καὶ τὸ χιλιοσὸν ἑνακοσιοσόν· τὰ δὲ
 δισχιλιοσὸν βίσεξτον, καὶ ἐφεξῆς ὁμοίως· αἱ τοιαῦται
 μέντοι γε ἀφαιρέσεις, εἰ καὶ ὅπως κωλύσῃ τὸν
 τῆς Ἰσημερίας προποδισμόν, ἀλλὰ τὴν τάξιν ἀνατρέ-

πρὸς τῶν ἐν τῷ κανονίῳ τῆ ἡλίου κύκλων χαρακτη-
 ρηστικῶν γραμμῶν· δι' ὃ ἐδέησεν αὐτοῖς ἐναλλά-
 ξαι ἢ ταύτην, ἢ ἐπανορθώσασθαι· μέχρι γὰρ τοῦ
 αφβ. ἔτις ἐν χεῖρσι ἦν αὐτοῖς τὸ προεκτεθὲν κα-
 νόνιον, ἐν ᾧ ὁ α'. τῆ ἡλίου κύκλος δύο ἴσχηκε γραμ-
 ματα χαρακτηρηστικὰ τῆς κυριακῆς ἦτοι τὰ GF·
 ἐπεὶ δὲ ἐν τῷ τῷ ἔτις ὑπῆρξαν ἡλίου κύκλοι 23,
 καὶ γράμμα χαρακτηρηστικὸν κυριακῆς τὸ G, πρό-
 δηλον ὅτι ἢ τῆ Οκτωβρίου ἐκείνη πέμπτη ἡμέρα
 ὑπῆρχε παρασκευὴ, ταύτης δὲ λογιθῆσης ιε'. με-
 τέπεσε τὸ προσκείμενον τῇ ιε'. γράμμα τὸ ἐν τοῖς
 πίναξι λέγω τὸ A, εἰς τὸ σημαντικὸν εἶναι παρα-
 σκευῆς, τὸ δὲ ἐξῆς τῷ b, σαββάτου, τὸ δὲ ἐ-
 ξῆς τῷ b, ἦτοι τὸ c, κυριακῆς· ὅθεν τῆ κγ'. κύ-
 κλος κληρωσαμένου τὸ c χαρακτηρηστικὸν κυριακῆς,
 τῆ δὲ κδ'. τὸ b, ὡς λήξαντος τῆ κγ'. εἰς παρα-
 σκευῆν, τῆ δὲ κε'. ὡς ἐν βισέξτῳ ὄντος ἔτις τὸ ag
 τῆ κς'. τὸ f, τῆ κζ'. τὸ e, τῆ κη'. τὸ d ἐκλη-
 ρώσατο ὁ α'. κύκλος τὰ cb, ἀντὶ τῆ gf, συνέστητε
 ὑπὸ τῶν νεωτέρων τὸ παρὸν κανόνιον, ὅπερ διήρκε-
 σεν ἂν ἐπὶ πολὺ, εἰμὴ ἢ τῶν βισέξτων εἰς κοινὰ
 μετάπτωσις ἀνέκοπτε τὴν αὐτῆ συνέχισαν· ἀλλὰ
 τῆ χιλιοσῆ ἑπτακοσιοσῆ ἀντὶ βισέξτε κοινῆ παρ' αὐ-
 τοῖς λογισθέντος, μέχρι τῆς ὑπῆρξε τοῖς δυτικοῖς
 χρήσιμον τὸ κανόνιον τῆτο· ἀπ' ἐκείνης δὲ μέχρι τι-
 νὸς ἄλλο, καὶ ἄλλο, ἄχρις ἂν γένηται ἐπὶ τὸ αὐτὸ
 ἐπανάκαμψις, ἢ ἐν τῷ δισχιλιοσῷ πεντακοσιοσῷ ἔ-
 τει τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἀποδεικνύσιν γίνεσθαι·
 ἐπεὶ γὰρ τὸ χιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν ἴσχηεν ἡλίου κύ-

CB.	1.	A.	8.	F.	15.	D.	22.
A.	2.	GF.	9.	E.	16.	C.	23.
G.	3.	E.	10.	DC.	17.	B.	24.
F.	4.	D.	11.	B.	18.	AG.	25.
ED.	5.	C.	12.	A.	19.	F.	26.
C.	6.	BA.	13.	G.	20.	E.	27.
B.	7.	G.	14.	FE.	21.	D.	28.

κλον α'. πάντως γε δύο αὐτῶ ἀνήκῃσι γράμματα
 χαρακτηριστικὰ κυριακῆς ἤτοι τὰ cb, κοινὸν δὲ ἀντι-
 βισέξτε λογισθῆν, ἔσχε μόνον τὸ c, τὸ δὲ μετ'
 αὐτὸ ἔτος, τὸ b, ἢ τὰ λοιπὰ τὸ ἀναλογῶν ἑκάσῳ
 διὸ καὶ ἕτερον συνέση κανόνιου διαρκέσον μέχρι τοῦ
 χιλιοσῶ ὀκτακοσιοσῶ, ὅπερ εὐρήσῃς ἐν τῷ β'. σίχῳ
 τῷ ἐφεξῆς καθόλου κανόνι τῶν γραμμάτων· προ-
 σκεῖται δὲ τῷ α'. κύκλῳ ἐπὶ τέττε τῷ ἔτῳ ἢ τὸ c
 μόνον, ἀλλὰ συνημμένον τῷ d. ὅτι εἰ ἢ ἐπὶ τῷ χι-
 λιοσῶ ἑπτακοσιοσῶ εἴληπται μόνον τὸ c, λογισθῆν-
 τος κατ' ἐκείνης κοινῆ, ἀλλά γε ἐπὶ τῷ ἐξ αὐτῆ ἀ-
 ριθμημένῳ κζ'. ἔτῳ, ἤτοι τῷ 1728, ὅπερ ὑπῆρξε
 βισεξτόν, δύο γράμματα προσήκῃσι τότε c, καὶ d,
 τὸ μὲν, μέχρι τῆς κδ'. Φεβρουαρίῳ, τὸ δὲ, μέχρι τέλῳς
 τῷ ἔτῳ· ἔχ' ὅτι ἐπὶ τῷ χιλιοσῶ ἑπτακοσιοσῶ δύο ἐν-
 χρήσει ἐγένοντο γράμματα, ἀλλ' ὅτι ἐν ταύτῃ τῇ
 ἑναντονταετηρίδι τῇ μέχρι τῷ χιλιοσῶ ὀκτακοσιοσῶ
 διηκῆση, ἔστι τι ἔτος ἰσχυρὸς τὸ c, ἢ d χαρακτη-
 ριστικὰ κυριακῆς, ὡς τὸ 1728, οἷον ἂν εἴη, ἢ τὸ

Κανόνιον καθόλου τῶν στοιχείων.

στίχος. α'. β'. γ'. δ'. ε'. ς'. ζ'.

1	b. c.	c. d.	d. e.	e. f.	f. g.	g. a.	a. b.
2	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
3	g.	a.	b.	c.	d.	e.	f.
4	f.	g.	a.	b.	c.	d.	e.
5	d. e.	e. f.	f. g.	g. a.	a. b.	b. c.	c. d.
6	c.	d.	e.	f.	g.	a.	b.
7	b.	c.	d.	e.	f.	g.	a.
8	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
9	f. g.	g. a.	a. b.	b. c.	c. d.	d. e.	e. f.
10	e.	f.	g.	a.	b.	c.	d.
11	d.	e.	f.	g.	a.	b.	c.
12	c.	d.	e.	f.	g.	a.	b.
13	a. b.	b. c.	c. d.	d. e.	e. f.	f. g.	g. a.
14	g.	a.	b.	c.	d.	e.	f.
15	f.	g.	a.	b.	c.	d.	e.
16	e.	f.	g.	a.	b.	c.	d.
17	c. d.	e. d.	e. f.	f. g.	g. a.	a. b.	b. c.
18	b.	c.	d.	e.	f.	g.	a.
19	a.	b.	c.	d.	e.	f.	g.
20	g.	a.	b.	c.	d.	e.	f.
21	e. f.	f. g.	g. a.	a. b.	b. c.	c. d.	d. e.
22	d.	e.	f.	g.	a.	b.	c.
23	e.	d.	e.	f.	g.	a.	b.
24	b.	c.	d.	e.	f.	g.	a.
25	g. a.	a. b.	b. c.	c. d.	d. e.	e. f.	f. g.
26	f.	g.	a.	b.	c.	d.	e.
27	e.	f.	g.	a.	b.	c.	d.
28	d.	e.	f.	g.	a.	b.	c.
	1582.	1700.	1800.	1900.	2100.	2200.	2300.
	1600.			2000.			2400.
	2500.	2600.	2700.	2900.	3000.	3100.	3300.
			2800.			3200.	

Η' δὲ Κύβητος.

1700, εἰμὴ κοινὸν ἐλογίζετο· ταῦτ' ἄρα ἢ συνῆπται τὰ γράμματα εἰς ἔνδειξιν τῶν τῆς κυριακῆς χαρακτηριστικῶν γραμμάτων κατὰ τε τὸ ἔτος ἐκεῖνο ἢ τὰ ἀναλογεῖντα αὐτῷ μέχρι τῆ χιλιοσῆ ὀκτακοσιοσῆ· ἐπει δὲ τῷ 1800 ἔξοντι κύκλον ἡλίου ιζ'. ἀνήκασι τὰ dc, δοθήσεται δὲ μόνον τὸ d, ὅτι ἀντιβισέξτε κοινὸν ὑπ' αὐτῶν λογισθήσεται, ἔσαι ἀπ' αὐτῆ ἐν χεῖσει τὸ ἐν τῷ γ'. εἴχω κανόνιον· ἀπὸ δὲ τῆ χιλιοσῆ ἐννακοσιασῆ τὸ ἐν τῷ δ'. ὅπερ διαρέσει ἢ ἐπὶ τῆ δισχιλιοσῆ, ὅτι βίσεξτον τῆτο τὸ ἔτος ἢ κατ' αὐτῆς λογισθήσεται· μηδεμιᾶς δὲ διακοπῆς γενομένης χεῖσιμεύσει τὸ αὐτὸ κανόνιον ἀπὸ τῆ χιλιοσῆ ἐννακοσιοσῆ ἄχρι τῆ δισχιλιοσῆ ἑκατοσῆ· ἐπὶ τῆτο δὲ τὸ ἐν τῷ ε'. εἴχω, ἢ ἐπὶ τῆ δισχιλιοσῆ τετρακοσιοσῆ τὸ ἐν τῷ ζ'. ἀλλὰ τῆ δισχιλιοσῆ πεντακοσιοσῆ ἔξοντος ἡλίου κύκλον ιζ'. τῆτω δὲ προσκαμένων ἐν τῷ αὐτῷ κανονίῳ τῶν bc, εὐδηλον ὅτι ἐν τῆτω τῷ ἔτει ἐπανακάμψασι τὰ γράμματα ἐπὶ τὴν προτέραν τάξιν, ἢ ἔσαι αὐθις ἢ αὐτῆ τῶν κανονίων χεῖσις ἐξ ὑπαρχῆς.

Περὶ ἐναλλαγῆς τῶν χαρακτηριστῶν τῶν
τῆς σελήνης κύκλων εἰς τῆς τῶν
ἐπακτῶν.

Τῶν τῆ ἡλίου κύκλων μέχρι τῆ δε τὴν ἐπανόρθωσιν τεθεωρηκόσιν, ἐπόμενον ἂν εἴη, ἢ τῶν τῆς σελήνης διὰ τῶν ἐπακτῶν ὑπὸ τῶν νεωτέρων γενομέ-

νη, ἰδεῖν· ἔτι δὲ τὸ κινήσαν τέττις εἰς τὴν τοιαύτην
 ἐπανόρθωσιν ἢ ἐκ τῶν χαρακτήρων προσγινομένη ἀ-
 πάτη, κατὰ τε τὰς νημησίας ἢ πανσελήνους· τῆ γὰρ
 σεληνιακῆ μηνὸς συγκαμμένῃ ἐξ 29^η, 12^ο, 44, 3^η,
 11^η, συμβαίνει μετὰ παρέλευσιν ἐννέα ἢ δέκα ἐτῶν
 μὴ κατὰ τὸν αὐτὸν χρόνον γίνεσθαι αὐτῆς τὰς νημη-
 νίας ἢ πανσελήνας· ἀλλὰ θάττον, ἢ πρότερον 1^ο,
 27, 31, 55^η. τοσαύτη γὰρ ἡ διαφορὰ εὐρίσκειται
 τῶν ἐννέα ἢ δέκα ἐτῶν πρὸς τὰς διακοσίους τριάκοντα
 πέντε μῆνας· ταύτης δὲ τῆς διαφορᾶς, ἐν τριακοσίοις
 ἢ δυοκαίδεκα ἔτεσιν, εἰς ὀλόκληρον ἡμέραν ἠκούσης,
 προβάσῃς τε ἐν τοῖς ἔμπροσθεν χρόνοις εἰς πλείους
 τῶν τριῶν ἡμερῶν, ἕκτι κατὰ τὰς αὐτὰς ἡμέρας,
 αἷς πρόσκεινται ἐπὶ τῶν πινάκων οἱ χαρακτῆρες, συ-
 νέβαινον αἱ νημηνίαι τε ἢ πανσελήνοι· ἀλλὰ τῇ πρὸ
 ἐκάστης τέττων τῶν ἡμερῶν τετάρτῃ· ἐξῆν μὲν τὰς
 κεχημένους τοῖς πίναξιν ἐκτὸς ἀπάσης ἴσασθαι ἀ-
 πάτης, ἢ τὴν ἐπισυμβάσαν λογιζομένους διαφορὰν
 ἀπαραποιήτως τηῆσαι τὰς χρονολογικὰς πίνακας, ἢ
 ἐν τοσούτοις ἢ τοσάτοις ἔτεσιν ἐναλλάττοντας τὰς
 τόπας τῶν χαρακτήρων ἀνακαινίζειν αὐτὰς· ἐπεὶ δ'
 ἔμελλον αὐτοῖς ἕνα τῶν βισιέζτων ἐτῶν κοινὰ λογι-
 σθῆναι προϊόντος τῆ χρόνου, δι' ἧς εἴρηται αἰτίας, ἢ
 ἑτέρας ἢ αὐτῆς χρεῖα τῶν χαρακτήρων ἐναλλαγῆς,
 (ἢ γὰρ κατὰ τὴν πρώτην Μαρτίαν δὸς εἰπεῖν νημηνια
 βισιέζτε τῆ ἔττις τυχόντος κατὰ τὴν δευτέραν ἴσαι,
 εἶπερ κοινὸν λογισθῆναι, καὶ δυοῖν ἴσαι θάττερον ἢ τὰς
 χαρακτῆρας πάλιν μετακινεῖν, ἢ κατὰ χώραν εἶοντας
 ἀπατάσθαι τῇ προτεραίᾳ διὰ τῆ ἐπὶ τῶν πινάκων

χαρακτήρος παρεκτανομένης τῆς κατὰ τὴν Ε'. Μαρτίβ
 γινομένης νημησίας) ἵνα μὴ ἢ ἄλλη γίνηται ἐναλλα-
 γή, ἀπαλεῖψαι μὲν ἐκ τῶν χρονολογικῶν πινάκων
 δέδοκται τοῖς δυτικοῖς τῶν τῆς σελήνης κύκλων τοὺς
 χαρακτήρας, ἀντεγχαράξαι δὲ τέτοις τῆς τῶν ἐπακ-
 τῶν· τότε γὰρ ἀπαξ γενομένη εὐχερῶς ἂν γένοι-
 το ἐπὶ τῶν χαρακτήρων τῶν ἐπακτῶν ἢ ἐναλλαγὴ τῶν
 τῆς σελήνης κύκλων, ἢ ἢ τῶν νημησιῶν ἢ παρσιλή-
 νων εὐρεσις· ἀλλὰ τῷ τρόπῳ οἱ τῶν ἐπακτῶν χαρα-
 κτήρες τεταγμένοι εἰσὶν ἐν τοῖς χρονολογικοῖς πίναξιν,
 εἰσόμεθα ἐκ τῶν περὶ τῆς τάξεως αὐτῶν ῥηθρο-
 μένων εἰσέπειτα· νῦν δὲ ὥρα εἰπεῖν περὶ αὐτῶν τῶν
 ἐπακτῶν.

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τὰς νεωτέρας.

Ἰαννουάριος.	Φεβρουάριος.	Μάρτιος.
1 a *	1 d XXIX.	1 d *
2 b XXIX.	2 e XXVIII.	2 e XXIX.
3 c XXVIII.	3 f XXVI.	3 f XXVIII.
4 d XXVII.	4 g ^{25.} XXVI.	4 g XXVII.
5 e XXVI.	5a XXV. XXIV	5 a XXVI.
6 f ^{25.} XXV.	6 b XXIII.	6 b ²⁵ XXV.
7 g XXIV.	7 c XXII.	7 c XXIV.
8 a XXIII.	8 d XXI.	8 d XXIII.
9 b XXII.	9 e XX.	9 e XXII.
10 c XXI.	10 f XIX.	10 f XXI.
11 d XX.	11 g XVIII.	11 g XX.
12 e XIX.	12 a XVII.	12 a XIX.
13 f XVIII.	13 b XVI.	13 b XVIII.
14 g XVII.	14 c XV.	14 c XVII.
15 a XVI.	15 d XIV.	15 d XVI.
16 b XV.	16 e XIII.	16 e XV.
17 c XIV.	17 f XII.	17 f XIV.
18 d XIII.	18 g XI.	18 g XIII.
19 e XII.	19 a X.	19 a XII.
20 f XI.	20 b IX.	20 b XI.
21 g X.	21 c VIII.	21 c X.
22 a IX.	22 d VII.	22 d IX.
23 b VIII.	23 e VI.	23 e VIII.
24 c VII.	24 f V.	24 f VII.
25 d VI.	25 g IV.	25 g VI.
26 e V.	26 a III.	26 a V.
27 f IV.	27 b II.	27 b IV.
28 g III.	28 c I.	28 c III.
29 a II.		29 d II.
30 b I.		30 e I.
31 c *		31 f *

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τοὺς νεωτέρους.

Ἀπρίλλιος.	Μάϊος.	Ἰούνιος.
1 g XXIX.	1 b XXVIII.	1 e XXVII.
2 a XXVIII.	2 c XXVII.	2 f ²⁵ . XXVI.
3 b XXVII.	3 d XXVI.	3 g XXV. XXIV
4 c ²⁵ XXVI.	4 e ²⁵ . XXV.	4 a XXIII.
5 d XXV. XXIV	5 f XXIV.	5 b XXII.
6 e XXIII.	6 g XXIII.	6 c XXI.
7 f XXII.	7 a XXII.	7 d XX.
8 g XXI.	8 b XXI.	8 e XIX.
9 a XX.	9 c XX.	9 f XVIII.
10 b XIX.	10 d XIX.	10 g XVII.
11 c XVIII.	11 e XVIII.	11 a XVI.
12 d XVII.	12 f XVII.	12 b XV.
13 e XVI.	13 g XVI.	13 c XIV.
14 f XV.	14 a XV.	14 d XIII.
15 g XIV.	15 b XIV.	15 e XII.
16 a XIII.	16 c XIII.	16 f XI.
17 b XII.	17 d XII.	17 g X.
18 c XI.	18 e XI.	18 a IX.
19 d X.	19 f X.	19 b VIII.
20 e IX.	20 g IX.	20 c VII.
21 f VIII.	21 a VIII.	21 d VI.
22 g VII.	22 b VII.	22 c V.
23 a VI.	23 c VI.	23 f IV.
24 b V.	24 d V.	24 g III.
25 c IV.	25 e IV.	25 a II.
26 d III.	26 f III.	26 b I.
27 e II.	27 g II.	27 c *
28 f I.	28 a I.	28 d XXIX.
29 g *	29 b *	29 e XXVIII.
30 a XXIX.	30 c XXIX.	30 f XXVII.
	31 d XXVIII.	

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τοὺς νεωτέρους.

Ἰούλιος.	Αὐγούστος.	Σεπτέμβριος.
1 g XXVI.	1c XXV. XXIV	1 f XXIII.
2 a 25. XXV.	2 d XXIII.	2 g XXII.
3 b XXIV.	3 e XXII.	3 a XXI.
4 c XXIII.	4 f XXI.	4 b XX.
5 d XXII.	5 g XX.	5 c XIX.
6 e XXI.	6 a XIX.	6 d XVIII.
7 f XX.	7 b XVIII.	7 e XVII.
8 g XIX.	8 c XVII.	8 f XVI.
9 a XVIII.	9 XVI.	9 g XV.
10 b XVII.	10 e XV.	10 a XIV.
11 c XVI.	11 f XIV.	11 b XIII.
12 d XV.	12 g XIII.	12 c XII.
13 e XIV.	13 a XII.	13 d XI.
14 f XIII.	14 b XI.	14 e X.
15 g XII.	15 c X.	15 f IX.
16 a XI.	16 d IX.	16 g VIII.
17 b X.	17 e VIII.	17 a VII.
18 c IX.	18 f VII.	18 b VI.
19 d VIII.	19 g VI.	19 c V.
20 e VII.	20 a V.	20 d IV.
21 f VI.	21 b IV.	21 e III.
22 g V.	22 c III.	22 f II.
23 a IV.	23 d II.	23 g I.
24 b III.	24 e I.	24 a *
25 c II.	25 f *	25 b XXIX.
26 d I.	26 g XXIX.	26 c XXVIII.
27 e *	27 a XXVIII.	27 d XXVII.
28 f XXIX.	28 b XXVII.	28e XXV. XXVI
29 g XXVIII.	29 c XXVI.	29f XXV. XXIV
30 a XXVII.	30 d 25. XXV.	30 g XXIII.
31 b 25. XXVI.	31 e XXIV.	

Πίνακες χρονολογικοί κατὰ τὰς νεωτέρας.

Ὀκτώβριος.	Νοέμβριος.	Δεκέμβριος.
1 a XX.	1 d XXI.	1 f XX.
2 b XI.	2 e XX.	2 g XIX.
3 c XX.	3 f XIX.	3 a XVIII.
4 d XIX.	4 g XVIII.	4 b XVII.
5 e XVIII.	5 a XVII.	5 c XVI.
6 f XVII.	6 b XVI.	6 d XV.
7 g XVI.	7 c XV.	7 e XIV.
8 a XV.	8 d XIV.	8 f XIII.
9 b XIV.	9 e XIII.	9 g XII.
10 c XIII.	10 f XII.	10 a XI.
11 d XII.	11 g XI.	11 b X.
12 e XI.	12 a X.	12 c IX.
13 f X.	13 b IX.	13 d VIII.
14 g IX.	14 c VIII.	14 e VII.
15 a VIII.	15 d VII.	15 f VI.
16 b VII.	16 e VI.	16 g V.
17 c VI.	17 f V.	17 a IV.
18 d V.	18 g IV.	18 b III.
19 e IV.	19 a III.	19 c II.
20 f III.	20 b II.	20 d I.
21 g II.	21 c I.	21 e *
22 a I.	22 d *	22 f XXIX.
23 b *	23 e XXIX.	23 g XXVIII.
24 c XXIX.	24 f XXVIII.	24 a XXVII.
25 d XXVIII.	25 g XXVII.	25 b XXVI.
26 e XXVII.	26 a 25 XXVI.	26 c 25. XXV.
27 f XXVI.	27 b XXV. XXIV	27 d XXIV.
28 g 25. XXV.	28 c XXIII.	28 e XXIII.
29 a XXIV.	29 d XXII.	29 f XXII.
30 b XXIII.	30 e XXI.	30 g XXI.
31 c XXII.		31 a 19. XX.

Περὶ Ἐπακτῶν.

Ἐπακται, περὶ ὧν ἐνταῦθα ὁ λόγος, εἰσὶν αἱ ἐπαγόμεναι ἡμέραι, εἴτ' ἔν' ἐναπολειπόμεναι, μετὰ τὴν συμπλήρωσιν τῆ πολιτικῆ σεληνιακῆ ἔτους, μέχρι ἀποπερατώσεως τῆ πολιτικῆ ἡλιακῆ. τῆ μὲν γὰρ συγκειμένου ἐξ ἡμερῶν 354, τῆ δὲ, τὰ κοινὰ φημι, ἐκ 365, εἰάν συνάρεξῃται τὸ σεληνιακὸν τῶ ἡλιακῶ, ἡμέραι 11 ἐναπολειφθήσονται, ἃς ἔφημεν καλεῖσθαι ἐπακτάς. ἐπὶ δὲ τῆ ἐξῆς ἔτους 22, καὶ ἐπὶ τῆ ἐξῆς τέτρω 33. ἀλλ' ἐπὶ τῆ γ'. τῶν ἐτῶν τέττων ἀφαιρημένῃ τῆ 30, ὡς ἂν ἐμβόλιμον μῆνα συνισῶντος, καὶ τρισκαιδεκάμηνον ἔτος ἀποτελέοντος, καθὰ δὴ καὶ ἐπὶ τῆς ἐννεακαιδεκαετηρίδος. οἱ γὰρ νεώτεροι ἀντὶ ταύτης εἶλοντο τὰς ἐπακτάς σύνδρομον αὐτῇ ποιέμενοι ἐκάστην σεβᾶν τῶν ἐπακτῶν, ἐναπολείπονται 3, ταύταις προσθεμένων 11, τῶν ἐναπολειπομένων ἐπὶ τῆ δ'. ἔτος τῶν τε ἐπὶ τῆ ε'. καὶ ε'. συμποσῶνται 36, ἐκ τέττων ἀφαιρημένου τῆ 30, ἵνα γένηται τῇ προσθήκῃ τῆ ἐμβολίμου μηνὸς τὸ ἔτος τρισκαιδεκάμηνον, ἐναπολείπονται 3, συνεχιζομένης δὲ μέχρι ἐννέα καὶ δέκα ἐτῶν τῆς τοιαύτης προ-

Α'.

XI.	β'.	XXII.	γ'.	III.	δ'.	XIV.	ε'.	XXV.	ς'.	VI.
ζ'.	XVII.	η'.	XXVIII.	θ'.	IX.	ι'.	XX.	ια'.	I.	
ιβ'.	XII.	ιγ'.	XXIII.	ιδ'.	IV.	ιε'.	XV.	ις'.	XXVI.	
ιζ'.	VII.	ιη'.	XVIII.	ισ'	XXIX.					

θαφαιρέσεως, ἰσάριθμοι τῆς τοῖς ἑνεακαιδεκαετηρίδος ἔτεσιν εὐρίσκονται αἱ ἑπακταί, ὡς ἔσιν ἰδεῖν ἐπὶ τῆς προκειμένης σειρᾶς· πλὴν ὅτι ἐπὶ μὲν τῆς ἑνεακαιδ. ὁ ἴσχατος τῶν ἐμβολίων μηνῶν, ὃς πρόσκειται τῷ 13, ἔτει ταύτης ὑπάρχει κοῖλος, καὶ γὰρ ἐκάστῃ τῶν 19 σεληνιακῶν ἔτων διαφορὰν ἡμέρας ἕνδεκα πρὸς τὸν ἡλιακὸν παρέχοντος, ἔσονται πᾶσαι αἱ ἡμέραι 209, ἐξ ὧν συσατέν ἄν μῆνες ἐμβόλιοι ἑπτὰ, ὧν οἱ μὲν ἐξ ἴσονται πλήρεις, ὁ δὲ λοιπὸς κοῖλος· ἀλλ' ἐπὶ τῶν ἑπακτῶν καὶ ἕτος κατὰ τὴν νεωτέραν λαμβάνεται πλήρης, δι' ἃς ὑπερον ἐρεῖμεν αἰτίας.

Ἐπεὶ δὲ τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐνδέχεται ἤτοι συνάρεσθαι τῷ ἡλιακῷ, καὶ λήγειν ἐπὶ τῆς κ'. δεκ. ὃ δὴ συμβαίνει ἡνίκα ἐπὶ τῆς α'. Ἰαν. γένηται νεμηναία, ἢ μὴ συνάρεσθαι αὐτῷ, ἀλλ' ἀπότινος ἄλλης ἡμέρας, ἐπίτινος ἄλλης λήγου ἡμέρας τῆς δεκ. ἄλλας καὶ ἄλλας ἐγκαταλείπον ἑπακτάς, καὶ μὲν λήξῃ ἐπὶ τῆς λά, ἕδεμία, εἰδὲ ἐπὶ τῆς α', τριάκοντα ἐγκαταλειφθήσονται ἑπακταί, ἐπόμενον ἐστὶ τριάκοντα εἶναι πάσας τὰς ἐνδεχομένας ἑπακτάς, ὧν ἐκάστη ἐφέλλεται τὴν Ἰδίαν σειρὰν ἐν χεῖρει ἐσομένην ἐν ἰδίοις καιροῖς, ὡς ἔσιν ἰδεῖν ἐν τῷ καθόλου κανονίῳ τῶν ἑπακτῶν· ἢ γὰρ προεκτεθεῖσα σειρὰ ἔκ ἐπὶ παντὸς χρόνου χεῖριστος· ταῦτ' ἄρα πάσας τὰς ἐνδεχομένας ἑπακτάς τὸν τρόπον τῆτον θηρεύσαντες οἱ δυτικοί, καὶ τὴν σημαντικὴν ἐκάστης ἀριθμητικὴν ἐωμαϊκὴν χαρακτῆρας τοῖς χρονολογικοῖς αὐτῶν πίναξιν ἐγγχα-

ράξαντες χρωῶνται τέτοις ἀντὶ τῶν τῆς ἐννεακαιδεκα-
 τηρίδος εἰς εὐρεσίῳ τῶν νημησιῶν ἢ τῶν πανσελήνων·
 τετάχεται δὲ ἐπὶ τῶν πινάκων τάξει ἀντιστρόφως ταῖς
 ἡμέραις τῶν μηνῶν· ἐπὶ γὰρ τῆς α'. Ἰαννουαρίῳ τέ-
 τανται *, ἐπὶ δὲ τῆς β'. ὁ τῶν 29 ἑπακτῶν χα-
 ρακτῆρ, ἐπὶ δὲ τῆς γ'. ὁ τῶν 28, καὶ ἕτως ἐφε-
 ξῆς ἄχρι τῆς λ'. ἢ πρόσκειται ὁ τῆς μίας, εἴτα
 ἐπὶ τῆς λά'. πάλιν *, ἢ οἱ λοιποὶ ὡσαύτως ἐπὶ τῶν
 λοιπῶν μηνῶν· πλὴν ὅτι ἐπὶ τῶν ἐξ τέτων μηνῶν ἀ-
 μέλει Φεβρουαρίῳ, Ἀπριλίῳ, Ἰουνίῳ, Αὐγύστῳ, Σεπ-
 τεμβρίῳ, Νοεμβρίῳ, ἐπὶ τῷ αὐτῷ εἴχῃ κείται ὁ
 τῶν εἰκοσιτεσσαράρων χαρακτῆρ τῶ τῶν εἰκοσι πέντε
 ἕτω XXV. XXIV. τῶ δὲ τῶν εἰκοσιῆξ ὁ 25 οὕτω
 25, XXVI· ἐν δὲ τοῖς ἄλλοις τῶν μηνῶν δις ὁ τῶν
 εἰκοσιπέντε τέτακται ἐπὶ τῷ αὐτῷ εἴχῃ ἕτω 25,
 XXV. ἔσχατον δὲ κειμένου τῷ * ἐπὶ τῆς κα'. Δε-
 κμβρίῳ, σσημείωνται οἱ ἐφεξῆς τέττε μέχρι τῷ τῶν
 20 χαρακτῆρος, ὅσις ὁμῶς κείται τῶ 19, ἐπὶ τῆς
 λά'. δεκ. περὶ ὧν ἐρῶμεν εἰσέπειτα.

Ἀλλ' εἴγε μηδεμίαν συνέβαινε παραλλαγὴν περὶ
 τὰς νημησίας τὰς γινομένας ἐπὶ τῷ παντὸς, ἢ τὰς
 διὰ τῶν ἑπακτῶν θηρευομένας, μήτε τῶν κοινῶν ἐ-
 τῶν εἰς ἑξῆστα ἢ ἀνάπαλιν μετάβασις, εἴεν ἂν ἐπὶ
 παντὸς χρόνου οἱ τῶν ἑπακτῶν χαρακτῆρες ἀμετά-
 βλητοι, ὡς περὶ ἢ ὁ τῶν τῆς σελήνης κύκλων, εἰάν
 τὰς νημησίας ἐνῆν δεικνύουσι διὰ παντὸς, καὶ ὅν χρό-
 νον γίνονται ἐν τῷ παντί· ἐπεὶ δὲ μετὰ δέκα ἢ ἐν-
 νέα ἔτη θάττω ἢ πρότερον ἐπὶ τῷ παντὸς αἱ νημησίας

συμβαίνουσι, ὃ δὴ κατ' αὐτὰς καλεῖται σελήνης
 προέμπτωσις· τῆμπαλιν δὲ, ἡνίκα τὸ βίσεξτον ἔ-
 τος εἰς κοινὸν μεταπίπτει, βραδύτερον, καὶ διὰ τῆ-
 το καλῶσι τὸ τοῖστον σελήνης μετέμπτωσιν, αἰάγ-
 κη πᾶσα καὶ τὴς τῶν ἑπακτῶν χαρακτῆρας τῶν οὐ-
 κείων μεταπίπτειν τόπων, ἢ ἐμποιεῖν ἀπάτην κατὰ
 χώραν μένοντας· ἐπιπόνου δὲ ἐκείνῃ ὄντος ἅτε δὴ
 πολλάκις ἐναλλαγὴν τῶν χρονολογικῶν πινάκων, ἢ
 πληθυσμὸν αὐτῶν ἀπαιτῶντος, τετάχεται ἐν τοῖς
 πίναξι πασῶν τῶν ἐνδεχομένων ἑπακτῶν οἱ χαρακ-
 τῆρες συνεχῶς, ἵνα εὐχερῶς μεταβαίνων ἔχοιεν ὅ-
 ταν γένηται τῆς σελήνης προέμπτωσις ἢ μετέμπτωσις
 ἀπὸ τῆδε εἰς τὸνδε τὸν χαρακτῆρα, τὸν προηγούμενον
 δηλονότι εἴπερ προέμπτωσις, ἢ τὸν ἐπόμενον, εἴγε
 μετέμπτωσις συμβῆ.

Ζητητέον δὲ αἰ. διατὶ ἀσερῖσκος ἔχῃ δὲ ὁ τῶν
 30 ἑπακτῶν χαρακτῆρ ὅδε XXX ἐπὶ τῆς αἰ.
 Ἰαννουαρίου τέτακται.

Πρὸς ὃ ἀπαντῶσι λέγοντες, ὅτι ἐπεὶ τὸ σελη-
 νιακὸν ἔτος λήξεεν ἂν καὶ ἐπὶ τῆς αἰ. Δεκεμβρίου,
 ὡς καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἡμερῶν τῆ αὐτῆ, ναὶ μὴν καὶ
 ἐπὶ τῆς λᾳ. καὶ ἡνίκα μὲν τὸ αἰ. συμβῆ, ὅτε δὴ
 καὶ δωδεκάμηνον τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐστίν, ἐναπολεί-
 πονται ἑπακταὶ τριάκοντα, ἡνίκα δὲ τὸ β', ὅτε καὶ
 τρισκαίδεκάμηνον, ἕδεμία ἑπακτὴ ἐναπολείπεται·
 ἐπεὶ δὲ αἰ ἑπακταὶ τῶν τῆ ἐχομένου ἔτους νημησιῶν
 ὑπόκεινται παρασατικά, ἔδει κατὰ τὸν ἐξ ἀρχῆς

διορισμὸν ἐπὶ τῆς α'. Ἰαννουαρίῃ δύο ἔγχαράξαι χαρακτηριστῆρας τῶν τε τῶν τριάκοντα, καὶ τῶν ἑδεμίας, ἦτοι τὸν XXX, καὶ τὸν ο τὸν ζῆρε σημαντικόν, ἢ δάτερον ὅπερ ἀμφιβολίας καὶ συγχύσεως πρόξενον· διὰ τὸ ἀσύγχυτον τοίνυν ἐπαμφοτερίζοντι χρητέον χαρακτηριστῆρι, καὶ οἶστε ὄντι ἀνθ' ἑκατέρου λαμβάνεσθαι, οἷος ὁ ἀστερίσκος ἔδοξε.

Β'. Διατὶ οἱ τῶν ἐπακτῶν χαρακτηριστῆρες κένται ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων ἀντιερόφως ταῖς ἡμέραις τῶν μηνῶν, ὥστε τὸν μὲν τῶν 29 χαρακτηριστῆρα συσοιχεῖν τῇ β'. Ἰαννουαρίου, τὸν δὲ τῶν 28, τῇ γ'. μέχρι τοῦ τῆς μίας συσοιχοῦντος τῇ λ'.

Πρὸς τὸ β'. φασὶν, ἐπέπερ ὅταν λήξῃ τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐπὶ τῆς β'. δεκ. ἐναπολειφθήσονται ἑπακταὶ 29, αἱ δὲ ἐπακταὶ τῶν τῆ ἐπομένου ἔτους νημησιῶν εἰσὶ δηλωτικά, ἐπομεῖον εἰς τὸν τῶν 29 χαρακτηριστῆρα τόνδε XXIX συσοιχεῖν τῇ β'. τοῦ Ἰαννουαρίῃ· ἢ γὰρ α'. τῆ αὐτῆ λ'. εἰς τῆ προσηγησαμένῃ σεληνιακῆ μηνὸς, καὶ νημησίᾳ εἶσαι ἐπὶ τῆς β'. διὸ συσοιχεῖ αὐτῇ ὁ XXIX· διὰ τὸν αὐτὸν λόγον καὶ ὁ τῶν 28 συσοιχεῖ τῇ γ'. Ἰαννουαρίου· ὅταν γὰρ λήξῃ τὸ σεληνιακὸν ἔτος ἐπὶ τῆς γ'. Δεκεμβρεῖς, ἔσονται ἐπακταὶ 28, αἵτινες μετὰ τῆς α'. καὶ β'. Ἰαννουαρίῃ συμπληρῶσι πλήρη μῆνα σεληνιακόν· ὅθεν νημησίᾳ εἶσαι ἐπὶ τῆς γ'. τῆ αὐτῆ τὸν αὐτὸν τρόπον συσοιχῶσι καὶ οἱ λοιποὶ χαρακτηριστῆρες ἀντιερόφως μέχρι τῆ τῆς μίας, ἧς ὁ χαρακτηριστῆρ συ-

τοιχεῖ τῆ λ'. Ἰαννουαρίῳ· λήξαντος γὰρ τῆ σεληνιακῆ μηνὸς ἐπὶ τῆς λ'. Δεκεμβρίῳ, μία καὶ μόνη εἶσαι ἐπακτῆ, ἥτις πρώτη ἡμέρα ἐστὶ τῆ ἐπομένῃ σεληνιακῆ μηνός, ἡ δὲ α'. Ἰαν. δευτέρα τῆ αὐτῆ, ὅς τριακονθήμερος ὢν λήγει ἐπὶ τῆς κδ'. Ἰαννουαρίου· εὐλόγως ἄρα ὁ τῆς μίας χαρακτῆς ἐπὶ τῆς λ', Ἰαννουαρίου τέτακται, τὴν ἐξῆς νεμηνίαν παριστῶν.

Γ'. Εἴτις ζητήσῃ, διατὶ ὁ XXIV, καὶ XXV, ὅτε 25 καὶ XXVI συνέζευκται ἐπὶ τῶν προειρημένων ἐξ μηνῶν, ἐπὶ δὲ τῶν λοιπῶν μόνος ὁ 25 συνεζευγμένος εὐρίσκειται τῷ XXV, αἰτιῶνται τῆς τοιαύτης τῶν χαρακτῆρων συζεύξεως τὴν τῶν σεληνιακῶν μηνῶν εἰς πλήρεις καὶ κοίλας διαίρεσιν· πλήρων γὰρ τέτων καὶ κοίλων ἀμοιβαδὸν, εἶγε οἱ χαρακτῆρες συνεχῶς καὶ ἀδιακόπως ἐτάττοντο ἐν τοῖς πίναξιν, πάντες ἂν οἱ μῆνες πλήρεις ἦσαν, καὶ τὸ ἔτος τριακοσίων ἐξήκοντα ἡμερῶν περιεκτικόν· ὅπερ οἱ μὲν ἐξ εἰσὶ πλήρεις, οἱ δὲ λοιποὶ κοῖλοι, καὶ τὸ ἔτος ἐκ τριακοσίων πευτήκοιτα τεσσάρων συνεσηκός· ἵνα γῶν ἦτε τῶν μηνῶν εἰς πλήρεις καὶ κοίλας διανομῆ, καὶ ἡ τῆ σεληνιακῆ ἔτους ποσότης διατηρηθῆ, ἐξάκις τετάχεται ἐπὶ τῶν εἰρημένων μηνῶν σὺν δύο οἱ χαρακτῆρες, διήκοντες μέχρι τῆς κ'. δεκ. κατ' ἐπανάληψιν· μεθ' ἣν ὁ *, καὶ οἱ λοιποὶ μέχρι τῆς λα'. ὡς καθορῶνται ἐν τοῖς πίναξιν· ὁ δὲ 25, ὁ δὲ ἀραβικῶν χαρακτῆρων γραφόμενος, ἐν ὅσοις τῶν μηνῶν συνδυασμὸς γίνεται τοῦ ταῖς XXIV καὶ XXV, συνδυάζεται καὶ αὐτὸς τῷ XXVI. ἐν δὲ τοῖς ἄλλοις τῷ XXV, ὅτι καδ' ἐκάστην

ἑνεακαιδεκαετηρίδα ἀκ ἂν γένοιτο αὐθις νημηνία
 ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας, ἐφ' ἧς ἢ πρότερον, τῆτο
 γὰρ ἰδιον τῆς κατὰ Μέτωνα μεθόδου, ἢ οἱ νεώτεροι ζηλώ-
 σαντες, διαφυγεῖν σπευδάζουσι τὴν τῶν δύο νημησιῶν
 ἐπὶ τῆς αὐτῆς ἡμέρας συνδρομήν· ἐνθεν τοι εἰάν
 ἐπίτινος ἑνεακαιδεκαετηρίδος ἄμφω εὐρεθῶσιν οἱ
 χαρακτηριστῆρες ἄτοι XXIX. XXV, παρορᾶται μὲν ὁ
 XXV. ἐν χεῖρσι δὲ αὐτοῖς γίνεται ὁ μετὰ τοῦ
 XXVI. 25· εἰ δ' εἴποι τις, ὅτι ἢ ἄτω δις ἐπὶ
 τῆς αὐτῆς ἡμέρας συμβαίη ἂν νημηνία, ἀμέλει τοι
 ἐφ' ἧς γε κεῖται ὁ XXVI. καὶ 25, τὸ καθόλου
 προτείνουσι τῶν ἐπακτῶν κανόνιον δεκνύντες, ὅτι ἐφ'
 ἧς σειρᾶς τῶν ἐν τῷ καθόλου κανονίῳ εὐρίσκειται
 ἄμα τῷ XXIV ὁ XXV. ἐν αὐτῇ ὑδεμίαν χώραν
 ἔχει ὁ XXIV, ὁ τῷ 25 συνεζευγμένος· ἔξеси
 τῷ βηλομένῳ ἀνιχεῦσαι τὸ λεγόμενον ἐπὶ τῆ αὐ-
 τῆ κανονίᾳ· ἐπεὶ δ' ἄπαξ εἰληπταὶ ὁ 25, νημησίας
 παρασατικὸς χρεῶν τετάχθαι φασί, καὶ ἐπὶ τῶν
 ἄλλων μηνῶν εἰς ἑνδεξίν τῶν κατ' αὐτὰς νημησιῶν
 ταῦτ' ἄρα ἐξέωςαι μὲν ἐκτινων σειρῶν τῶν ἐν τῷ
 καθόλου κανονίῳ ὁ XXV, ἀπεισῆκται δὲ ὁ 25, κα-
 τὰ σειρὰν μετὰ τῶν ἄλλων χαρακτηριστῆρων κείμενος.

Ἐπὶ τῆ καθόλου τοίνυν κανονίᾳ τῶν ἐπακτῶν
 α'. μὲν κεῖνται οἱ τῆς σελήνης κύκλοι, ἐπέχει δὲ
 τὴν α'. χώραν ἀρισερόθεν ἀρχομένοις ὁ III χαρακ-
 τῆς, ὅς ἐπὶ τῶν ἀρχαίων χρονολογικῶν πινάκων ἔ-
 κειτο ἐπὶ τῆς α'. Ἰανναρίᾳ, τῶν τῆ γ'. κύκλου
 νημησιῶν σημαντικός· ἐξ αὐτῆ γὰρ ἢ τῶν πινάκων

ἀρχὴ τοῖς πρώτοις τέτρως συμπηξαμένοις εἰληπται, ἵνα ὅστις πρώτος ἐν ἐκείνοις ἦν, καὶ ἐπὶ τῷ κανονίου τῶν ἑπακτῶν τὴν α'. χώραν ἔχῃ· ὑφ' ἐκάστῳ δὲ τέτρων πασῶν τῶν ἐνδεχομένων ἑπακτῶν οἱ χαρακτήρες τριάκοντα ὄντες, ὡς εἴρηται, κατὰ βάρους τεταγμένοι εἰσὶ, τριάκοντα κατὰ πλάτος ἀποτελεῖντες σειρᾶς· ὧν ἐκάστη περιεκτικὴ ὑπέχει ἐννέα καὶ δέκα χαρακτήρων, ἐν ἰδίοις καιροῖς συντελεῖσα· ταύτας δὲ καὶ δυνάμει χρονολογικὰς πίνακας καλέσασθε ἢ ἂν ἀμάστοι· ἀλλ' εἰς τὴν ἀπ' ἀλλήλων διάκρισιν προσκενται ἐκάστη ἐντὶ τῶν παρὰ τοῖς δυτικοῖς γραμμᾶτων, ἐπὶ μὲν τῆς ἐσχάτης τὸ α, ἐπὶ δὲ τῆς ἐχομένης τὸ β, ἐπὶ δὲ τῆς ἐξῆς τὸ γ, καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων ἄλλο τι τῶν στοιχείων τέτρων, ἐσχηκότων τῶν χαρακτήρων τοιαύτην τάξιν ὑφ' ἐκάστης σειρᾶς, διὰ τῆς τῶν ἐπαγομένων ἡμερῶν προδιαφαιρέσεως· αὐτίκα γὰρ ἐπὶ τῆς ἐσχάτης σειρᾶς ἐνθα τὸ α, ᾧ συστοιχεῖ ὁ τῆς μίας χαρακτῆρος προσθεμένος τῇ μονάδι τῷ ἐνδεκα, ἀποτελεῖται ὁ δώδεκα, τέτρω δ' αὐθις τῷ ἐνδεκα, ὁ εἴκοσι τρεῖς, τῷ δὲ 23 συναπτομένης πάλιν τῷ 11, συμποσῆται ὁ 34, ἐκ τέτρω ἀφαιρέμενος τῷ 30, εἰς συμπλήρωσιν πλήρους μηνός, λείπεται ὁ 4. τέτρω γενομένου καὶ ἐφεξῆς ἐσχατον ἐναπολείπεται ἐπὶ τῆς αὐτῆς σειρᾶς ὁ 20· παρακλησίως καὶ ἐπὶ τῶν ἄλλων σειρῶν τῇ προδήκῃ τῷ 11, καὶ ἀφαιρέσει τῷ 30, ἐν οἷς ὁ γινόμενος ἀριθμὸς ὑπερέχει τῷ 30, ἢ συμπλήρωσις αὐτῶν ἐγένετο.

Δ'. Διατὶ τῷ ἐσχάτῳ ἐμβολίμῳ μηνός ἐπὶ τῆς

έννεακαιδεκαετηρίδος κοίλῃ ὄντος, αὐτοὶ πλήρη τοῦτον ποιῶνται, τριάκοντα ἐπαγομένης αὐτὶ τῶν 29 ὑποτιθέμενοι.

Πρὸς ὃ Φασίν, ὡς εἶκαὶ ἀντὶ κοίλῃ πλήρης ὁ μὴν ἔτος λαμβάνεται, ἢ ἀπάτη τις διὰ τῆτο συμπαρομαρτεῖ, ἢ χαλεπὸν ἡμῖν ἐκκλίνει τὴν προσηγομένην ἀπάτην προσιθεῖσιν ἡμέραν μίαν ταῖς ἐναπολειπομέναις ἐπακταῖς, ἢ συνάπτῃσι ταύτας ταῖς προηγμέναις ἀντὶ 29 ἡμερῶν 30 ἀφαιρεῖν· ἀλλ' ἵνα τὸ λεγόμενον σαφέστερον γένηται, κείδω τὸ τῆς έννεακαιδεκαετηρίδος 19. ἔτος ἀπὸ τῆς 19. Δεκεμβρεῖς λαβεῖν τὴν ἀρχὴν, ἢ ἐπακταὶ 18, καὶ ὁ XVIII χαρακτήρ τῶν κατ' αὐτὸ νημησιῶν παρασατικός· ἀφ' ἧς ἄχρι τῆς β'. τῆ αὐτῆ ἀριθμῶνται αἱ 354 ἡμέραι· εἰ μὲν ἔν κοινὸν τὸ ἔτος ἦν, πέρασ ἂν εἴη αὐτῆ ἢ Δεκεμβρεῖς β'. ἐπεὶ δὲ ἐμβόλιμον ὑπάρχει, ἔσει προστιθέμεναι αὐτῶ ἐμβόλιμον μῆνα, τὸν ἀπὸ τῆς γ'. Δεκεμβρεῖς ἀριθμῶμενον μέχρι τῆς λα', κοῖλον ὄντα ἢ αὐτὸν· ὁ γὰρ ζ'. μὴν τῶν ἐμβολιμῶν κοῖλος, ἢ ἔτωστίπως ἀνειλήφει πέρασ τό,τε ἔτος καὶ ἢ έννεακαιδεκαετηρίς· ἀλλ' οἱ τὰ πάντα νεωτερίζοντες, πλήρη ἢ τὸν ζ'. μῆνα ποιῶντες, ἢ λαμβάνῃσι τὴν ἀρχὴν τῆς ἀπαριθμήσεως τῆτε ἀπὸ τῆς γ'. Δεκεμβρεῖς· ἀλλ' ἀπὸ τῆς β'. μήτε παρέχῃσι ταῖς 18 ἐπακταῖς ένδεκα ἡμέρας, ἢ ἐπακτὰς ὡς ἢ ἐπὶ τῶν δώδεκα ἐλαττῶντες τὸν προηγόμενον μῆνα ἡμέρα μίᾳ ἦτοι τῇ β'. Δεκεμβρεῖς, ὡσανεὶ παρέλιπεν αὐτὴν ἢ σελήνη, ἢ παρεῆλθε μεταβάσα ἐπὶ τῆς γ'. Δεκεμβρεῖς.

πήδημα τὸ τοῖαυτον σελήνης ἀποκαλῶντες, ἢκ οἷδ' ὕπως, σκιετήματά τινα καὶ πηδήματα καὶ ἐπὶ τῆς σελήνης οἱ γενάδαι τῇ ἐπινοῖα ἀναπλάττοντες· ἐρωτώμενοι δὲ τῆ χάριν ἐπὶ τὰς τοιαύτας περιπλοκὰς περιπίπτειν αἰεῖνται, ἐξόν κατὰ τὴς ἀρχαιοτέρας λαμβάνειν τὸν μῆνα κοῖλον, ἄδεν ἄλλο αἰτιῶνται ἢ τὸ ἔθος, καὶ τὸ δεῖν πάντας Ἰῆς ἐμβολίμους μῆνας ὁμοειδεῖς, ὑπάρχειν ἤτοι πλήρεις· μήποτε δὲ ἀκαιτεῖ τῆτο καὶ ἡ φέσις τῶν ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων χαρακτηριστῶν τῶν ἑπακτῶν· εἰ γὰρ ὁ ἔσχατος ἔτος μὴν κοῖλος ἐλαμβάνετο, ὑπῆρχεν ἂν ὁ τῶν 29 χαρακτηριστῶν ἐπομένων νημηνῶν σημαντικός, τῆτε δὲ κειμένον ἐπὶ τῆς β'. Ἰαννουαρίου, ὑπὸ τίνος ἂν σημαίνοιτο ἢ ἐπὶ τῆς α'. Ἰαννουαρίου νημηνία, ἥτις ἔσαι κἄντε κοῖλος, κἄντε πλήρης ὁ μὴν ἔτος ληφθῆ· ὅπως ποτε μέντοι ληφθῶσιν οἱ μῆνες ἔτοι, εἴτε ἐκάτερος ἐξ 29 ἡμερῶν συγκείμενος, εἴτε ὁ μὲν ἐξ 28, ὁ δὲ ἐκ 30, ἔσαι τὸ αὐτὸ, ἐκατέρωθεν γὰρ 58 ἡμέραι συμποσωθήσονται.

Ε'. διατὶ ἐπὶ τῆς ἐσχάτης Δεκεμβρίου ὁ XX τῶ 19 συνέζευκται.

Πρὸς δὲ τὸ ε'. καὶ τελευταῖον τοῖονδε τινὰ λόγον ἀποδιδόασιν· ὅτι ὁ 19 χαρακτηριστῆς σπανίως ἐν χεῖσει γίνεται, καὶ ἀπαξ ἐν πολλοῖς ἔτεσι τῆς κατὰ τὴν λα'. Δεκεμβρίου νημηνίας λαμβάνεται παρασατικός· ἠνίκα δηλονότι τὸ τινὸς ἐνεκακαδεκαετηρίδος ἔτος τὸν δετὸν χαρακτηριστῆρα XIX τῶν ἐπ' αὐτῆ νημηνῶν ἔχει

παρασατικόν, προσκειμένοντε τῇ β'. Δεκεμβρεῖς ἡ
 τμηκαῦτα γὰρ ἐμβολίμῳ ὄντος τῷ ἔτει, ἢ ἑπακτῶν
 11 ἀντὶ 12 λαμβανομένων ὡς εἴρηται, τῆτε ἐ-
 σχάτε μῆνος ἀντὶ κοίτη πλήρης ὑποτιθεμένη, ἔπε-
 ται τὸν μῆνα τῆτον ἄρχεσθαι ἀπὸ τῆς α'. Δεκεμβρεῖς,
 ἢ πλήρη ὑπάρχοντα καταλείπειν ἑπακτὴν μίαν· ἀλ-
 λά τῷ τῆς μίας χαρακτῆρος τῇ λ'. Ἰαννουαρεῖς προ-
 σκειμένῃ, συμβαίνει ὑπ' ἄθενος ἐνδείκνυσθαι χαρακ-
 τῆρος τὴν ἐπὶ τῆς λα'. Δεκεμβρεῖς γινομένην νημη-
 νίαν· διὸ ἵνα μὴ ὁ XIX τῷ προσκειμένῳ XX ταύ-
 τη συνδυαθεῖ, ἢ ἀμφιβολίας γένοιτο πρόξενος,
 τέτακται ἐπ' αὐτῆς ἢ ὁ 19, τῆς κατ' αὐτὴν νημη-
 νίας ἐμφαντικός· εἰ γὰρ μὴ τῆτο, συνέβαινεν ἂν
 ἐν διαστήματι 50 ἡμερῶν, ὅσαι δὴ ἀριθμῶνται ἀπὸ
 τῆς β'. Δεκεμβρεῖς, ἄχρι τῆς κδ'. Ἰαννουαρεῖς, μηδε-
 μίαν νεομηνίαν ἐνδείκνυσθαι.

Περὶ ἐξισώσεως τῶν ἑπακτῶν.

Οὐκ ἀρκῶνται οἱ νεώτεροι ἐπὶ μόνῃ τῇ εὐρέσει
 τῶν ἑπακτῶν τῶν ἀνηκασῶν τοῖς ἐπ' αὐτῶν χρόνοις,
 ἀλλὰ τῇ διανοίᾳ ἐπὶ τὰ τῆς ἐν Νικαίᾳ ἀγίας πρώτης
 Συνόδου, καὶ αὐτῆς δὴ τῆς θείας ἐνανθρωπήσεως ἔτη
 συμπαρακτείνονται, τάς τε κατ' ἐκεῖνα ἑπακτάς ἀ-
 ναπλάττοντες, ἢ ταῖς λοιπαῖς παρεισάγοντες· προεί-
 σι δὲ ὡδέπως ὁ τῆτων ἐπιλογισμός.

Ἐπὶ τῆς ἐν Νικαίᾳ α'. Συνόδου, ἣτις κατὰ τὴν
 κοινοτέραν δόξαν τῷ κτ'. ἔτει τῆς θείας ἐνανθρω-

Χαρακτήρες τῶν ἑπακτῶν, ὑπεράνω δὲ αὐτῶν οἱ τῆς ζ κύκλοι.

	γ.	δ.	ε.	ς.	ζ.	η.	θ.	ι.	ια.	ιβ.	ιγ.	ιδ.	ιε.
P	ο	XI	XXII	III	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	
N	XXIX	XX	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	ο	
M	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII		
H	XXVII	VIII	XIX	ο	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII		
G	XXVI	VII	XVIII	XIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI		
F	²⁵ XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV		
E	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	ο	XI	XXII	III	XXIV		
D	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	XX	XXI	II	XXIII		
C	XXII	III	XIV	²⁵ XXV	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XXII		
B	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XIX	ο	XXI		
A	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	XXII		
U	XIX	ο	XI	XXII	III	XIV	XXV	VI	XVII	XXVIII	XXIII		
t	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	XXII		
f	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	IV	XV	XXVI	XXI		
r	XVI	XXVII	VIII	XIX	ο	XI	XXII	III	XIV	XXV	XX		
q	XV	XXVI	VII	XVIII	XXIX	X	XXI	II	XIII	XXIV	XX		
p	XIV	25	VI	XVII	XXVIII	IX	XX	I	XII	XXIII	XX		
n	XIII	XXIV	V	XVI	XXVII	VIII	XXIX	XX	XI	XXII	XX		
m	XII												

Κανόνιον δαλκόν των ἑπακτων.

επεται την αυτην σειραν των κατ
 ως χρόνος ἑπακτῶν εἶναι περιεκτικὴν διὰ
 το ἕν ἐν τῷ εφεξῆς κανόνιῳ τῶν καδ' ἐνάσην
 κατονταετηρδα σειρῶν τῶν ἑπακτῶν πρῶτον τῶν
 ἄλλων κεῖται τὸ N, συσοιχῆν τῇ μονάδι, εἶτα τὸ P,

25
X
VI

πήστωσ συνεκροτήθη, Φασί, ἐπὶ τῷ γ'. κύκλῳ τῆς
σελήνης νεομηνία ἐγένετο κατὰ τὴν α'. τῷ Ἰαννουαρίῳ
μηνός· ταυτ' ἄρα ἔξ πρόκειται ταύτῃ ἐπὶ τῶν κα-
τὰ τῆς ἀρχαίας χρονολογικῶν πινάκων ὁ III χα-
ρακτῆρ· ἀλλὰ κατὰ τὴν αὐτὴν ἡμέραν κεῖται ἐπὶ τῶν
κατὰ τῆς νεωτέρας πινάκων *, ὅσις εὐρίσκεται ἐν τῇ
α'. σειρᾷ τῷ ὀλικῷ κανονίῳ τῶν ἐπακτῶν ὑπὸ τὸν γ'.
κύκλον συστοιχῶν τῷ P, αὕτη ἄρα ἡ σειρὰ ὑπῆρξεν
ἂν τότε χρησίμος, εἴγε κἀκείνοις ἐν χεῖρσι ὑπῆρχον
αἱ ἐπακταί, ἄχρηστος ἔβ' γένοιτ' ἂν σεληνιακὴ πρόεμπ-
τωσις· ἔξ γὰρ οἱ τῶν ἐπακτῶν χαρακτῆρες σύνδρο-
μοὶ εἰσὶ τοῖς τῶν τῆς σελήνης κύκλων χαρακτῆρσι,
καὶν τοῖς αὐτοῖς κεῖται τόποις ἐν τοῖς πίναξι, πλὴν
ἐνθα συνῆπται ὁ XXIV τῷ XXV.

Τέτῃ κειμένῃ ἔβ' εὐρίσκειται ἔξ τὴν πρὸ ταύτης
σειρᾶν· εἰ γὰρ αἱ νεομηνίαὶ ἐν τριακοσίοις ἔτεσι μίαν
ἡμέραν σχεδὸν παραμείβουσιν, ἐπόμενον ἂν εἴη ἐν τοῖς
χρόνοις τῆς τῆς σωτῆρος ἐνανθροπήσεως κατὰ τὸν γ'.
τῆς σελήνης κύκλον γενέσθαι τὴν νεομηνίαν ἐπὶ τῆς
β'. τῷ Ἰαννουαρίῳ, ἣ πρόκειται ὁ XXIX. ὄντος δὲ
τέτῃ ἐν τῇ N σειρᾷ τῇ ἐπὶ τῷ ὀλικῷ κανονίῳ ὑπὸ
τὸν γ'. κύκλον, ἐπεταὶ τὴν αὐτὴν σειρᾶν τῶν κατ'
ἐκείνης τῆς χρόνου ἐπακτῶν εἶναι περιεκτικὴν· διὰ
τοὺς τῆς τῆς ἐν τῷ ἐφεξῆς κανονίῳ τῶν κατ' ἐκάστην
ἑκατονταετηρίδα σειρῶν τῶν ἐπακτῶν πρῶτον τῶν
ἄλλων κεῖται τὸ N, συστοιχῶν τῇ μονάδι, εἶτα τὸ P,
τῷ 320, ἔξ αὖθις τῷ 500· ἀλλ' εἰς πληρεξέραν κα-
τάληψιν τέτων εἶδέναι χρῆ, ὅτι τοῖς τὰ τοιαῦτα

πραγματευσαμένοις σκοπιμώτατον ἦν ἐνδέκνυσθαι ἐν τοῖς πίναξι τὰς νεομηρίας διὰ τῶν χαρακτηρισμῶν τῶν ἐπακτῶν βραδύτερον, ἢ συμβαίνεισι κατὰ τὴν τῆς σελήνης Φοράν· βέλτιον γὰρ ἔδοξε βραδύνοντας λογιζέσθαι τὴν πανσέληνον μετὰ τὴν ἀληθῆ πανσέληνον, ἢ σπεύδοντας ἄγειν ταύτην πρὸ τῆς ἀληθῆς, καὶ τὴν τῆ Πάσχα ἑορτὴν ἐκτελεῖν ἐπομένως πρὶν ἢ γενέσθαι τὴν πανσέληνον· ἀνθ' ὅτι τὰς ἐπὶ τῆ τριακοσιοῦς εἰκοῦς ἔτης ἐπακτὰς, καὶ τῷ πεντακοσιοῦ πεντηκοῦ ἔτει ἀπένειμαν, καθ' ὃν χρόνον συνέβη διὰ τὴν τῆς σελήνης προέμπτωσιν ἑκαίδεκα ὥραις θάπτον τὰς νεομηρίας γενέσθαι, ἢ πρότερον, ἦτοι ἐπὶ τῆ τριακοσιοῦς εἰκοῦς· τὴν ἐναλλαγὴν μέντοι, ἢ ἐξίσωσιν τῶν ἐπακτῶν ἐπὶ τῶν ἑκατοσῶν ἔτων γίνεσθαι βηλόμενοι, διὰ τὸ γνωριμώτερα εἶναι ταῦτα τῶν ἄλλων, καὶ ἑκατέρη δεκτικὰ προεμπτώσεως λέγω καὶ μετεμπτώσεως, λαβόντες τὸ πεντακοσιοσὸν ἔτος οἰονεὶ κρηπίδα ἢ ἀρχὴν, τὰς τε κατὰ τὴν P σειρὰν τέτρω προσκληρώσαντες ἐπακτὰς, ἢ ἀνὰ τριακοσίους ἔτεσι τὴν σεληνιακὴν προέμπτωσιν λογιζόμενοι, ἀπὸ τῆς ἐφεξῆς ἐπὶ τῶν λοιπῶν γίνεσθαι βύλονται τὴν ἐναλλαγὴν τῶν ἐπακτῶν, ἢ ἐξίσωσιν, ἀμέλειτοι ἐπὶ τῆ ὀκτακοσιοῦς, ἐπὶ τῆ χιλιοῦς ἑκατοῦς, ἐπὶ τῆ χιλιοῦς τετρακοσιοῦς, ἢ ἐφεξῆς ὁμοίως· τῆς χάρις ἢ P σειρὰ μέχρι τῆ ὀκτακοσιοῦς ἐνομίῳ παρασατικῇ τῶν ἐπακτῶν, ἀπὸ τῆς δὲ μέχρι τοῦ χιλιοῦς ἑκατοῦς ἢ a, μεθ' ἣν ἢ b, ἢ ἐπομένως ἢ c, ἣτις ὑπῆρξεν ἂν ἐν χρήσει ἀπὸ τῆ χιλιοῦς τε-

περακοσιοσῆ μέχρι τῆ χιλιοσῆ ἑπτακοσιοσῆ· ἀλλὰ
 τῆς τῆ καλανδαρίβ ἐπανορθώσεως γενομένης κατὰ τὸ
 χιλιοσὸν πεντακοσιοσὸν ὀγδοηκοσὸν δεύτερον, ἡ ἡμερῶν
 δέκα τῆ Οκτωβρίβ μηνὸς ἐκκοπεσῶν, ὅτε δὴ κύκλος μὲν
 σελήνης ἦν ε'. ἐπακται δὲ ἕξ, μετέπεσον ἡ αὐται
 σῆ τῶν ἡμερῶν μεταπτώσει εἰς τὰς εἰκοσιῆξ· λο-
 γισθείσης γὰρ τῆς ε'. Οκτωβρίβ ιε'. ἐλογίσθη ἐπο-
 μένως καὶ ἡ ιζ'. καὶ ἦν ἡ νημηρία τῆ μηνὸς τέ-
 τε κζ'. ταύτῃ δὲ προσκειμένων ἐπακτῶν XXVI, με-
 τέπεσε ἡ ὁ χαρακτῆρ ἦτος εἰς τὸ τῆς νημηρίας
 εἶναι σημαντικός· διὸ ἐν χρήσει ἐγένετο ἡ ἐπὶ τῆ
 ὀλικῆ κανονίβ τὸ D ἔχουσα προσκειμένον σειρὰ· ἐν
 αὐτῇ γὰρ κεῖται ὁ XXVI ὑπὸ τὸν VI κύκλον με-
 τὰ δέκα σειρὰς ἦτοι c, b, a, P. N. ἡ ἐφεξῆς·
 ἡ διήκεσεν ἂν αὐτῇ ἡ σειρὰ μέχρι τῆ χιλιοσῆ ἑπ-
 τακοσιοσῆ· τῷ γὰρ τῷ ἔτει ἔδει κατὰ τὰ ἕξ
 ἀρχῆς ὑποτεθέντα ἐναλλαγῆν ἡ μετάβασιν γενέ-
 σθαι τῶν ἐπακτῶν· ἐπεὶ μέντοι ἤρξαντο ἐκ τῆ πεν-
 τακοσιοσῆ, δέον ἀρξαθῆναι ἐκ τῆ πεντακοσιοσῆ πεν-
 τηκοσῆ, πρὸς δὲ καὶ τὴν τῆς ἡμέρας παραλλαγῆν
 ὑπέθετο γίνεσθαι ἐν τριακοσίαις ἔτεσιν, ὅπως γὰρ ἐν
 πλείοσιν εὐρίσκεται, ἦτοι ἐν τριακοσίαις δυοκαίδεκα
 μετὰ ἡμίσεως, ἅτινα δυοκαίδεκα μετὰ ἡμίσεως ἐν
 διαστήματι διακοσίων ἐτῶν πρὸς τοῖς χιλίοις, ὅσα
 δὴ ἀριθμῶνται, ἡ ἀπὸ τῆ πεντακοσιοσῆ μέχρι τοῦ
 χιλιοσῆ ἑπτακοσιοσῆ συμπληρῶσιν ἔτη πενήκοντα,
 ἵνα μὴ ἐν ἐλάττωσιν, ἢ προσῆκει, ἔτεσι ποιήσωσι τὴν
 μετάβασιν, ἡδεμίαν ἐπὶ τῆ χιλιοσῆ ἑπτακοσιοσῆ ἐ-
 λογίσαντο προέμπτωσιν· ἀλλ' εἶασαν ταύτην λογι-

Δησομένην μετὰ ἑκατὸν ἔτη, ἦτοι ἐπὶ χιλιοσῶ ὀκ-
 τακοσιοσῶ· τῷ δὲ χιλιοσῶ ἑπτακοσιοσῶ κατὰ τὰ
 σφίσιν συγκαίμενα μεταφασόντος ἐκ βισέξτε εἰς
 κοινόν, μετέπεσον καὶ αἱ ἑπакταὶ διὰ τὴν τῆς ἡ-
 μέρας ἀφαίρεσιν, καὶ ἀντὶ τῆς D εἰληπται ἡ C
 σειρά, διαρκέσουσα κατ' αὐτὰς ἄχρι τῷ χιλιοσῶ
 ἑνακοσιοσῶ· ἐπὶ γὰρ τῷ χιλιοσῶ ὀκτακοσιοσῶ ἐξί-
 σωσις γενήσεται, αἱ αὐταὶ τε μενῶσιν ἑπакταί·
 δεήσει γὰρ ἀνιέναι τὰς ἑπакτάς διὰ τὴν τῆς σε-
 λήνης προέμπτωσιν, κατιέναι δὲ πάλιν διὰ τὴν τῷ
 ἔτους μετέμπτωσιν, ὅτι κοινόν ἀντὶ βισέξτε λογι-
 σθήσεται· ἐν δὲ τῷ χιλιοσῶ ἑνακοσιοσῶ, εἰ καὶ ἡ
 ἑδεμία ἔσαι τῆς σελήνης προέμπτωσις, ἐπεὶ μέντοι
 λογισθήσεται ἡ βισέξτεον τὸ ἔτος ἐκεῖνο, ἀλλὰ κοι-
 νόν, γενήσεται τῶν ἑπакτῶν πρὸς τὰ κάτω μετά-
 βασις, καὶ ἀντὶ τῆς C ἔσαι ἐν χεῖρσι ἡ B σειρά·
 τῷ δισχιλοσῶ ὁμοίως ἐκ ἂν εἴη προέμπτωσις, ἀλλὰ
 ὀν ἡδὲ μετέμπτωσις, βισέξτεον γὰρ ὄθεν ἡδεμία ἔ-
 σαι μετάβασις κατὰ τὰς ἑпакτάς, ἢ τὰς σειράς·
 τῷ δισχιλοσῶ ἑκατοσῶ ἔσαι ἐξίσωσις, καὶ τῆς αὐ-
 τῆς σειράς χεῖρσι· γενήσεται γὰρ προέμπτωσις ὡς
 ὄντος τριακοσῶ ἀπὸ τῷ χιλιοσῶ ὀκτακοσιοσῶ, καὶ με-
 τέμπτωσις διὰ τὴν εἰς κοινόν ἐκ βισέξτε μετάπτω-
 σιν τῷ δισχιλοσῶ διακοσιοσῶ ἔσαι μετέμπτωσις,
 ὁμοίως δὲ καὶ τῷ δισχιλοσῶ τριακοσῶ ἀντὶ βισέξτεων
 κοινῶν λογισθησομένων, τῷ δὲ δισχιλοσῶ τετρα-
 κοσιοσῶ βισέξτεω λογισθησομένῳ ἐκ ἔσαι μετέμ-
 πτωσις· τὸν αὐτὸν τρόπον τὴν τῶν σειρῶν θηρῶνται
 ἐναλλαγὴν καὶ πὶ τῶν λοιπῶν ἀορίσως, καὶ τὸ ὑπ' ὀ-

Εξίσωσις
 Εξίσωσις
 Βισέτα
 Ετη από
 Χείρου.
 Στοιχεία όλ.
 κβ κανονίς.
 Ημέραι
 Εξίσωσις
 Εξίσωσις
 Βισέτα.
 Ετη από
 Χείρου.
 Στοιχεία τῆ
 ὀλικῆ
 κανονίου.

1				14	Q	3400		
2	320	Βισ.		15	P	3500		
3	500	Βισ.		15	Q	3600	Βισ.	*
4	800	Βισ.		16	P	3700		
5	1100	Βισ.		17	N	3800		
6	1400	Βισ.		18	N	3900		*
7			ἡμ. 10	18	N	4000	Βισ.	
8	1582		ἡμ. 2. φηρηται	19	M	4100		
9	1600	Βισ.		20	I	4200		
10	1700			21	I	4300		**
11				21	I	4400	Βισ.	
12	1800			22	K	4500		*
13	1900			23	K	4600		
14	2000	Βισ.		24	I	4700		
15	2100			24	I	4800	Βισ.	
16				25	I	4900		
17	2200			26	H	5000		
18	2300			27	G	5100		
19	2400	Βισ.	*	27	H	5200	Βισ.	*
20	2500			28	G	5300		
21				29	F	5400		
22	2600			30	F	5500		*
23	2700							
24	2800	Βισ.						
25	2900							
26								
27	3000							
28	3100							
29	3200	Βισ.						
30	3300							

Κανόνιον τῶν καὶ ἑκάστην ἑκατομταετηρίδα σιγῶν τῶν ἑκατητῶν.

ψεσι συνισῶσι κανόνιον ἐν ἑκάστῃ τριακοσαετηρίδι λο-
γισζόμενοι τὴν σεληνιακὴν προέμπτωσιν· μετὰ δὲ δι-
σχιλία τετρακόσια ἔτη, ἢ ἐπὶ τῷ δισχιλίῳ τετρακο-
σιοςῶ, ἀλλ' ἐπὶ τῷ δισχιλίῳ πεντακοσιοςῶ ταύτην ποιῶ-
σι διὰ τὰ παρορώμεια $12 \frac{1}{2}$ ἔτη, ἅπερ ἐν τοσούτω
χρόνῳ εἰς ἑκατὸν συνάγοντο· ἢ ἵνα συνελὼν εἶπω,
ἥνικα τὸ ἔτος ἐκ βισέξτε μεταπίπτει εἰς κοινόν, καὶ
ἕδεμία ἐστὶ τῆς σελήνης προέμπτωσις τῇ κατωτέρᾳ,
ἥνικα δὲ βισέξτον λογίζεται, συμβαίνει τε προέμπτ-
ωσις, τῇ ἀνωτέρᾳ χηρσίον σειρᾶ· ἥνικα δὲ συμβῆ
ἐκάτερον, ἦτοι τῆ τε ἔτους ἐκ βισέξτε εἰς κοινόν με-
τάπτωσις, ἢ σεληνιακὴ προέμπτωσις, ἢ αὐτὴ ἔσαι
αὐτοῖς ἐν χηρσίᾳ σειρᾶ, ἔσαι γὰρ τότε ἐξίσωσις.

Πρόβλημα ιε'.

Τῷ ἔτους δοθέντος τὰς ἑπακτὰς εὑρεῖν κατὰ τὰς
δυτικὰς.

Εὔρεθήτω α'. ἐν τῷ προεκτεθέντι κανονίῳ ἡ
σειρᾶ τῶν ἔτων, ἐν οἷς περιέχεται ἢ τὸ δοθέν ἔτος·
β'. δὲ οἱ κύκλοι τῆς σελήνης τῷ αὐτῷ· γ'. ἐπὶ τῷ
ὅλικῳ κανονίῳ τῶν ἑπακτῶν ζητηθήτω τίνοι χαρακ-
τῆρι τῆς σειρᾶς ταύτης συντρέχουσιν οἱ τῆς σελήνης
κύκλοι, ἢ ἔτος ἔσαι τῶν ἑπακτῶν παρασατικός· οἷον
ἐπὶ τῷ ἐνεσῶτος ἔτους ρψοδ'. ὄντων ἐν χηρσίᾳ κατὰ
τὰς δυτικὰς τῷ ἡ. κύκλῳ σελήνης, σειρᾶς δὲ τῆς
C, ἐπεὶ ἐπ' αὐτῆς τῆς σειρᾶς συντρέχει ὁ ἡ. κύκλος

τῆς σελήνης τῷ XXVIII χαρακτῆρι, εἴκοσι καὶ ὀκτώ
 ἔσονται ἐπὶ τῷδε τῷ ἔτη ἐπανταλ, καὶ ὁ χαρακτῆρ
 ἔτος ἐπὶ τῶν χρονολογικῶν πινάκων τῶν νημηϊῶν
 παρασατικός.

Πρόβλημα 15'.

Ἐπερ ὑγιῶς ἔχει ἡ ἐπανόρθωσις αὕτη.

Καὶ ταῦτα μὲν ὁ τῆς πρεσβυτέρας ῥώμης Πά-
 πας, καὶ οἱ δυτικοὶ τὰ οἰκεία κατὰ τὰ σφίσιν αὐ-
 τοῖς δοκῶντα ἐπανορθόμενοι· ἐμέντοι γε καὶ τὲς ἀ-
 νατολικὰς ἀρεσκομένους τέτοις ἔσχον, ἔτε μὴν ἐξέ-
 γοντας· ἀλλ' ὡς περ ἐν πλείσιν ἄλλοις διαφωνῶσιν,
 ἔτω καὶ ἐν τῇ τῶν ἡμερῶν ἀπαριθμήσει διενηρόχασιν·
 ὁ γὰρ τῆς νέας Ῥώμης ἀρχιεπίσκοπος, καὶ οἰκουμενι-
 κὸς Πατριάρχης Ἱερουσάλης μετὰ Σιλβέστρου τῷ Πά-
 πα, καὶ Πατριάρχῃ Ἀλεξανδρείας γράμμασιν ἀπαν-
 ταχῶς τὸν δυτικὸν σηλιτεύσας νεωτερισμὸν ἀπέτρεξε
 τὲς οἱ πειδομένους συννεωτερίζειν τοῖς δυτικοῖς·
 ἔξεσι τῷ βελομένῳ ἐντυχεῖν τοῖς γράμμασιν ἐν τῷ
 τόμῳ τῆς Ἀγάπης σελίδι Φλη'. ὅπερ ἄντις τυχὸν
 ἐκείνων καὶ μωμήσαιτο λέγων, ὡς ἐμᾶλλον τοῖς ἐκ-
 κλησιασικῶς ἀποφαινομένοις, ἢ τοῖς ἀσερονομῶσι προ-
 σήκει τὰ τοιαῦτα διορίζειν, καὶ ἀποφαίνεσθαι· ἀλλ'
 ἡμεῖς τέτῳτος ἰάσαντες χαίρειν, πρὸς τὲς πυνθανο-
 μένους, πότερον ἢ κατ' ἐκείνους ἐπιδιόρθωσις ἔχεται
 ἀκριβείας, ἢ δεῖται καὶ αὕτη ἑτέρας ἐπανορθώσεως,
 τὸν λόγον τρέψωμεν· πρὸς ἃς ῥητέον, ὅτι καὶ ποι

τὰ ὑπὸ τῶν νεωτέρων περίτε τῆς Ἰσημερίας, καὶ τῶν τῆς σελήνης κύκλων ἀερονομέμενα προσεγγίζει τῇ ἀληθείᾳ, καὶ μᾶλλον συνωδὰ, ἢ τὰ τῶν ἀρχαιοτέρων τοῖς φαινόμενοις εὐρίσκεται, ἢ μέντοι γε παντάπασιν ἔχεται ἀκριβείας, ἢ δὲ ἐκτὸς ἀπάτης τὸ σύνολον ἢ ἐπιδιόρθωσις αὐτὴ καθέστηκεν· δύο γὰρ ἕσων τῶν ἐξισώσεων, τῆς μὲν ἡλιακῆς καθ' ἑκάστην τετρακοσαετηρίδα, ὡς εἴρηται, τῆς δὲ σεληνιακῆς καθ' ἑκάστην τριακοσαετηρίδα, ἢ δευτέρα τῶν τυγχάνει τῆ ἀληθείας· διαρρήδη δὲ τῆτο ἀποδεικνύντες κηρύττησιν οἱ τῆς ἐπανορθώσεως ταύτης πατέρες ἐν τοῖς οἰκείοις περὶ τῶν συγγράμασι, καὶ ἢ δεῖται πολλῶν λόγων εἰς ἔλεγχον· αἴτιον δὲ ἢ περίτε τὴν ἡλιακὴν καὶ τὴν σεληνιακὴν φορὰν ἀοριστία· μήπω γὰρ ἐγνωσμένα ἀκριβῶς τῆ μέτρον τῆς ἐκατέρου τῶν φωσῆρων κινήσεως, ἢ δὲ τὰς ἐξισώσεις αὐτῶν ἀκριβῶς γενέσθαι δυνατόν· ταῦτ' ἄρα ἐν μέσῳ παρέντες τὸ ἐν τοσούτοις, ἢ τοσούτοις ἔτεσι χρῆναι τὰς ἐξισώσεις γίνεσθαι, καὶ τοῖς μεταγενετέροις τῶν ἀερονόμων τὴν περὶ τῶν ἀναθέντες ἀκριβετέραν ἔρευναν, ὁμολογῆσαι μὴ εἶναι ἀκριβῆ τὴν ἐπανόρθωσιν, ἢ δυσχερὲς δὲ τῆτο ἦγνται, ἢ δὲ πόνος πολλῶν δεόμενον· εἰ γὰρ ποτὲ περὶ τὴν ἡλιακὴν κίνησιν δεήσει, διὰ πλεονασμὸν ἢ μείρας, ἢ ἔλλειψιν, ἐπανορθώσεως, ἔξεσι προτιθέναι ταύτην ἐν τῶ τῶν κοινῶν ἔτων, ἢ ἀφαιρετὴν ἔκτινος τῶν εἰσδέξτων· εἰδὲ καὶ περὶ τὴν σεληνιακὴν ῥάδιον μεταβαίνειν ἀπὸ μιᾶς σειρᾶς ἐφ' ἑτέραν τῶν ἑπακτῶν σειρᾶν εἴτε ἀνωτέραν, εἴτε κατωτέραν,

ὡς περ ἂν ἡ χρεῖα ἀπαιθήσειε, καὶ ἡ σεληνιακὴ συμ-
βαίη μετάβασις.

Πρόβλημα ιζ'.

Τὴν τοῦ σωτηρίου Πάχα ἡμέραν, καὶ τὰς τούτου
ἐξημμένας ἑορτὰς εὐρεῖν κατὰ τοὺς ἀνα-
τολικούς.

Οἱ μὲν ἔν δυτικοί, δι' ὧν χρονολογικῶν συνε-
πήξαντο πινάκων, καὶ διὰ τῶν ἐν τέτοις τεταγ-
μένων χαρακτήρων τῶν ἑπακτῶν, τήν τε ιδ'. τῆς
σελήνης, καὶ τὴν ἡμέραν τῆ Πάσχα, καὶ τὰς τῆς
ἐξημμένας κατ' αὐτὰς ἑορτὰς θηρεύετωσαν, καὶ εἰ
δοκεῖ, καὶ ἑορταζέτωσαν ἡμῖν δὲ ἀνατολικοῖς ταῦ-
τα γράφουσι, καὶ τὸ αἴτιον τῆς περὶ τὰς ἡμέρας
διαφορῆς ἀπαριθμήσεως κατάδηλον ποιῆσαι σπεύσα-
σι, ἔκ ἀπο σκοπῆ ἂν εἴη περὶ τῆς εὐρέσεως τάτων
κατὰ τὰς ἀνατολικὰς ἐπέν· καὶ γὰρ ἐδ' ἄλλης
πραγματείας ἴδιον τὰ τοιαῦτα πολυπραγμονεῖν·
εἰκὸς μὲν καὶ ἄλλας μεθόδους ὑπάρξαι τοῖς πάλαι
πρὸς τῆτο συντελέσας, καὶ εὐσώχως τῆ σκοπῆ γι-
νομένης ἐγκρατέως· ἀλλ' ὁ βαρὺς, οἴμοι, τῆς δου-
λείας ζυγός, καὶ ὁ ἀτερεπῆς τῆς ἀπαιδευσίας χει-
μῶν, καὶ ὁ θεοσυγῆς τῶν μυστῶν διωγμός, καὶ
ταῦτα ὑφ' ὧν ἔδει περιθάλλεσθαι ταύτας, καὶ πε-
ρεῖπεσθαι, ἐγὰρ βέλομαι λευκότερον ὀνομῆναι αὐ-
τὰς, μετὰ τῶν ἄλλων τῆς τε Ἀσίας, καὶ τῆς κλει-
νῆς Ἑλλάδος καλῶν, μικρῆ δὲν καὶ τὰς μεθόδους

ταύτας ἐξηφάνισαν· δύο δὲ ὅσα καὶ εἰδέναι καὶ εἰς ἡμᾶς διεφοίτησαν, Πατέρα μὲν διά τινων κανονίων, οἷος ἐστὶ καὶ ὁ ἐνετήσι (β) ἐκτυπωθεὶς τροχὸς, ἡ δὲ λοιπὴ ἀριθμητικῶς ὀδεύουσα.

Ἄλλ' ἐπεὶ περ ἐκ ἐνὶ συσῆναι κανόνια ὅτως ἐντελήτε, φημί, καὶ ἀκριβῆ, ὥσε κατὰ πάντα χρόνον τυγχάνειν τάληθῶς, περὶ τῆς δευτέρας ἐξῆμεν· ἐπάνυτοι ἐξεδενῶντες τὰ κανόνια, ἀλλὰ τὴν ἀριθμητικὴν ἐφοδὸν ὡς ἀσφαλεσέραν ἐγχείνοντες.

Τῶ τοίνυν σωτηρίῃ Πάσχα ἐχ' ἀπλῶς λαμβανομένη, ἀλλὰ σχέσει τῇ πρὸς τὸ νομικόν, τέτε δ' αὖ πρὸς τὴν ιδ'. τῷ α'. μηνὸς, πρῶτου ἂν εἴη τοῖς θρηωμένοις τὰ τοιαῦτα, ἢ τῆς ιδ'. τοῦ α'. μηνὸς εὐρεσις· ἥτις γένοιτ' ἂν ἀκριβῆς δι' ἀερονομικῆς θρηυομένη ψηφιοφείας, ἢ ἐξ ἀερονομικῶν ἐφημερίδων ἀκριβῶς κατέσκευασμένων λαμβανομένη· εἴη δ' ἂν αὕτη ἢ μετὰ τὴν κ'. Μαρτίῃ κατὰ τὴν ἀπαριθμησιν τῶν ἀνατολικῶν ἔσα, ἢ καὶ ταύτη συμπίπτουσα· ἐν γὰρ τῇ κ'. Μαρτίου ἢ ἑαρινῇ Ἰσημερίᾳ ὑπὸ τῶν ἀνατολικῶν ὑποτίθεται (γ)· ταύτης ἂν τῆς ιδ'. τῷ α'. μηνὸς γνωθείσης, εὐχερῶς καὶ τὸ σωτήριον Πάσχα ἐν ποίᾳ ἡμέρᾳ κατὰ τὰ παραδοθέντα ὑπὸ τῶν θείων Πατέρων ἑορτασθῆναι προσήκει γνωθείσεται, καὶ αἱ τῶν τῷ Πάσχα ἐξημ-

(β) Κατὰ τὸ αψμζ. ἔτος,

μένων ἑορτῶν ἡμέραι κατάδηλοι ἔσονται· ἀπὸ γὰρ ταύτης τῆς ἡμέρας, ὡς περ ἀπότινος ἀφειρησίας ὁ βουλόμενος εὐρήσει τὰς ἑορτάς, ὀπιθοδρομῶν μὲν τὰς πρὸ τῆ Πάσχα, ἐπὶ δὲ τὰ πρόσω χωρῶν τὰς μετὰ τὸ Πάσχα, ναὶ μὴν καὶ ὅσα ἄλλα τέττα ἐξήρηθηται· οἷον ἐπὶ τῆ ἐνεσῶτος ἔτις ἀψοε'. ἐπεὶ κατὰ τὰ Ὡρολόγια, καὶ Συνοψεις, καὶ τὰ ἀνὰ χεῖρας τῶν πολλῶν Καλενδάρια τῇ δωδεκάτῃ τῆ Ἀπριλλίς τὸ ἅγιον Πάσχα ἑορτασθήσεται, ἔσαι καὶ τὰ ἐξῆς σημεύμενα τῇ πρώτῃ ὑποδέσει συναδόντα, γενομένης ὡς εἴρηται τῆς ἐπαριθμήσεως· ἀπὸ γὰρ τῆς προσηγμένης ἡμέρας ἦτοι τῆς ια'. Ἀπριλλίς πρὸς τὰ ἄνω ἡμέρας ἐβδομήκοντα, εἴτην ἐβδομάδας δέκα ἀριθμήσαστις, ἐπεὶ ἡ ὀ. συμπίπτει τῇ α'. Φεβρουαρίῳ, κατὰ ταύτην εὐρήσει τὴν ἀρχὴν τῆ τριωδίου· κατὰ δὲ τὴν ιε'. τῆ αὐτῆ μηνὸς τὴν κυριακὴν τῆς ἀποκρέω, κατὰ δὲ τὴν κβ'. τὴν τῆς τυροφάγῃ, καὶ κατὰ τὴν κγ'. τὴν ἀρχὴν τῆς τεσσαρακοστῆς· ἀπὸ δὲ τῆς κβ'. Φεβρουαρίῳ, ὡς ἐπὶ τῆ προκειμένη ὑποδείγματος τριάκοντα καὶ δύο ἡμερῶν ἀριθμημένων, τοσαύτας γὰρ αἰ ἀπὸ τῆς κβ'. Φεβρουαρίου μετὰ τῶν 25, Μαρτίῳ συμπληρῶσιν, εἴτην ἐβδομάδων τεσσαρῶν καὶ Ἰσαριθμῶν ταύταις ἡμερῶν, καὶ τοσέτων ἔσῶν τῶν ἀπὸ τῆς κυριακῆς τῆς τυροφάγῃ μέχρι τῆς τετάρτης τῆς ε'. ἐβδομάδος, ἦτοι ἐβδομάδων τεσσαρῶν καὶ ἡμερῶν τεσσαρῶν ἔσαι ἡ τῆ εὐαγγελισμῶ ἑορτῇ τῇ τετάρτῃ τῆς ε'. ἐβδομάδος τῶν νηστειῶν.

Τὸν αὐτὸν τρόπον καὶ ἐπὶ τὰ κάτω εἴτις χωροίη· ἐπειπερ ἡ κα΄. Μαΐου, ἀπὸ τῆς ιβ. τῆ Α' περιλλίε τῆς ἀπαριθμήσεως γινομένης, εὐρίσκειται μ'. ἡ δὲ λα΄. ν'. ἡ δὲ ζ'. Ἰουνίε, νζ'. τῇ μὲν κα΄. Μαΐε ἡ ἑορτὴ τῆς ἀναλήψεως, τῇ δὲ λα΄. τῆ αὐτῆ ἡ τῆς πεντηκοστῆς, τῇ δὲ ζ'. Ἰουνίε ἡ τῶν ἁγίων πάντων προσκληρωθήσεται.

Μεταξὺ δὲ τῆς ζ'. Ἰουνίε, καὶ τῆς κδ'. μίας καὶ εἴκοσι ἡμερῶν περιεχομένων τοσαύταις ἡμέραις ἡ τῶν ἁγίων ἀποστόλων νησεῖα προσδιοριθήσεται.

(γ) Σχόλιον.

Ὅτι ὁ τῆς Ἰσημερίας ἀναποδισμὸς τοῖς τε πάλαι, καὶ νῦν ἀνατολικοῖς ἐκ ἠγνόηται, ἔξεσιν ἰδεῖν παρὰ Ματθαίῳ τῷ Βλασ. ἐν τῷ περὶ τῆ Πάσχα Φιλοπονήματι, καὶ τῷ Γεηγορεῖ καὶ ἄλλοις, ἐξ ὧν καὶ οἱ δυτικοὶ τὰς ἀφορμὰς εἰληφότες φαίνονται· ἐν δὲ τοῖς καθ' ἡμᾶς χρόνοις καὶ ὑπ' αὐτῆς μαρτυρεῖται τῆς αἰδιότητος· ἀλλ' ἴδετε οἶμαι τῶν ἔνδον ἐχόντων ἀλόγως ἂν αὐτὲς αἰτιάσαιντο, ὡς παρερῶντας τῆτον καὶ μὴ ἀνακρίνοντας, καὶ ταῦτα ἔμικρον πρὸς εὐρεσιν τῆς τῆ ἁγίε Πάσχα ἑορτῆς συμβαλλόμενον· μέγα γὰρ αὐτοῖς τοσῶτον χρόνον ὑπὸ τὸν τῆς δευτείας τελῶσι ζυγὸν καὶ τῆ τῆς Ἰσημερίας ἐνίε ἐπαίειν ὀνόματος, πολλῆ γε καὶ δεῖ ὑψηλοτέρων ἀπτεοῦται ζητημάτων, πολλὴν μὲν οἰκονομικῶν τῶν ἐχούτων τὴν δυσχέρεαν, ἀερονομικῆς δὲ ἔχο-

μένων θεωρίας, και μαθηματικῆς ἀποδείξεως ἢ συνόδου συγκροτεῖν, και συνοδικῶς ἀνακρίνειν τὰ συνοδικῶς ἀνακριθησόμενα· ὅσοι δὲ τῶν ἀμαθῶς διίσχυρίζονται, ὅτι ἀμετάπτωτος ἡ Ἰσημερία ἀπὸ τῆς κα΄. Μαρτίου, καὶ ὁ ἐπὶ ταύτης σφαιρικὸς δόγμα συνοδικόν, καὶ πατρικὸν ἀπαραβάτον παραιτητέον, ὡς ἔδὸν ὑγιᾶς λέγοντες· ἔτι γὰρ ἀστρονομικῶν ἕνεκεν ζητημάτων οἱ Θεσπέσιοι ἐκεῖνοι πατέρες ἐν νικαίᾳ συνήχθησαν· ἀλλὰ κατὰ τῆ ἀδικίαν εἰς ὑψος λαλήσαντος, και κατὰ τῆς τῆ σωτῆρος ποιήσεως λυτήσαντος εὐσεβοφρόνως συνέδραμον.

Και δὴ τὰ περὶ τῆς θείας λόγου λίαν εὐσεβῶς δογματίσαντες, ἵνα καὶ τὴν ἐν τῇ ἐκκλησίᾳ ἀναφύεσαν διαφωνίαν προῖξον ἐκτέμωσι, καὶ συμφωνίαν καὶ τῶ τῶ τῆς ἐκκλησίας πληρώματι βραβεύσωσι, τῇ μετὰ τὴν τεσσαρεσκαιδεκάτην τῆ πρώτου μηνὸς κυριακῇ τὴν πάνσεπτον ταύτην ἐθέσπισαν τελεῖσθαι ἑορτήν, ἀποσολικαῖς ἐπόμενοι παραδόσεσι, και ταῖς μωσαϊκαῖς περὶ τῆς α΄ μηνὸς χοινοῦντες διαταγαῖς· κατὰ δὲ Μωσῆν, και τὴς τὰ ἐκείνου συνιέντας καλῶς, πρώτος μὲν ἐστίν, ἔτι ἡ ἰδ΄. τῇ Ἰσημεριῇ συμπέπτει ἡμέρα, ἢ ταύτῃ ἔπεται, ἣτις ποτ' ἂν ἦ, ἔτι δ' ὠρισμένως ἢ εἰκοστῇ πρώτῃ τοῦ Μαρτίου μηνὸς· και ὑπ' ἑδενὸς τῶν θείων πατέρων Ἰσημεριῇ αὕτη ἢ ἡμέρα ἀπαραβάτως διώριται, ἀλλ' εἰληπται τότε τοιαύτη, ὡς ἐν τοῖς τότε χρόνοις ἐν αὐτῇ τῆ ἡλίου τὸ ἑαρινὸν σημεῖον διηκπεύοντος.

Πρόβλημα. ιη΄.

Τῆς ἡμέρας τοῦ τριωδίου δοθείσης, τὸ ἑωθινόν.
Εὐαγγέλιον, καὶ τὸν ἦχον τῆ τριωδίου
εὐρεῖν.

Εὐρεθήτωσαν α΄. αἱ ἀπὸ τῆς κυριακῆς τῶν ἀ-
γίων πάντων τῆ προηγησαμένη ἔτης ἡμέραι ἄχρι
τῆς τῆ τριωδίου κυριακῆς τῆ ἐνισαμένου ἔτης, καὶ
ὁ τῆτων ἀριθμὸς διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν ἑπτὰ ἀριθμὸν,
ἵνα γνωσθῇ ὁ τῶν ἐβδομάδων ἀριθμὸς, ἢ πάλιν
ἐπὶ τὸν ἑνδεκά διαιρημένη γνωσκηται τὸ ἑωθινόν·
ἐὰν γὰρ ἦτοι ἕδεν, ἢ μονὰς ἐναπολειφθῇ ἐπὶ τῆς
διαιρέσεως, ἔσαι α΄. ἑωθινόν· εἰδὲ ἐναπολειφθῇ ἄλ-
λός τις τῶν ἀριθμῶν, αὐτὸς ἔσαι τῆ ζητημένῃ ἑω-
θινῆ Εὐαγγελίᾳ παραστατικὸς οἷον ὁ α, τῆ β΄. ὁ
ὁ 3 τῆ γ΄. ἢ ἐφεξῆς ἀναλόγως.

Β΄. Εἴρεθήτωσαν αἱ ἀπὸ τῆς κυριακῆς, τῆς
μετὰ τὴν τῶν ἀγίων πάντων, ἡμέραι ἄχρι τῆς τῆ
τριωδίου, ἢ ὁ τούτων ἀριθμὸς διαιρεθῆτω ἐπὶ τὸν
ἑπτὰ, τὸ δὲ πηλίκον ἐπὶ τὸν ὀκτώ, ἢ ἔσαι ὁ ἦχος
κατάδηλος· ἐὰν γὰρ ἦτοι μηδέν, ἢ μονὰς ἐναπο-
λειφθῇ, ἔσαι ἦχος α΄. εἰδὲ ἄλλος τις τῶν ἀριθμῶν
τῆ ἦχου ἔσαι σημαντικὸς· ἐπεὶ τῆ τῶν ἀγίων πάν-
των κυριακῆ, ἑωθινὸν μὲν α΄. ἦχος δὲ πλ. δ΄. αἰεὶ
προσωκλιῶται· οἷον ἐπὶ τῆ αὐτῆ ἔτης αψοε΄. ἐν ᾧ
ἄρχεται τὸ τριωδίον Φευραρίᾳ α΄. ἔσαι ἑωθινὸν α΄.
ἢ ἦχος α΄. ἀπὸ γὰρ τῆς ιε΄. Ἰουλίᾳ, ἦτοι τῆς κυ-

ριακῆς τῶν ἀγίων πάντων τῆ προηγησαμένου ἔτους
 αψοδ'. μέχρι τῆς α'. Φεβρουαρίου τριάκοντα καὶ
 μίας ἡμερῶν πρὸς ταῖς διακοσίαις ἀριθμημένων, καὶ
 τῆ ἀριθμῆ τέτων ἐπὶ τὸν ἑπτὰ διαιρημένου, τοῦ
 δὲ πηλίκου ἦτοι τοῦ 33, τοῦ ἑβδομάδων παραστα-
 τικοῦ ἐπὶ τὸν 11, τὸν τῶν ἑωθινῶν, ἐπεὶ ἕδεντι
 ἐναπολείπεται συνάγεται α'. εἶναι τὸ ζητέμενον ἑω-
 θινόν.

Ὡσαύτως ἀπὸ τῆς κβ'. Ἰαν. μέχρι τῆς α'.
 Φεβρουαρίου διακοσίων εἴκοσι καὶ τεσσάρων ἡμερῶν
 ἀριθμημένων, ἦτοι ἑβδομάδων δύο καὶ τριάκοντα,
 καὶ τῆ ἀριθμῆ τέτων ἐπὶ τὸν ὀκτὼ διαιρημένου, ἐπεὶ
 ὁμοίως ἕδεντι ἐναπολείπεται εἶσαι ἦχος α'. κατα-
 μετρεῖ γὰρ ἐνταῦθα ὁ ἑνδεκα τὸν 33, ὥσπερ καὶ ὁ
 ὀκτὼ τὸν 32.

Περὶ Ἐποχῶν.

Περὶ τῆς ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἀπαριθμήσεως τῶν ἐτῶν
κατὰ Βυζαντίους.

Πρώτη πασῶν τῶν ἄλλων ἐποχῶν νομιζέται, ἡ τῆ
ἀρχῆ τῆς τῆ παντὸς ὀυσάσεως συμπύπτουσα· ἐξ ἧς
τὰ ἔτη ἀριθμύμενα, ἀπὸ κτίσεως κόσμου, ἡ ἀπὸ
Ἀδὰμ λέγεται· ἀλλ' ἔ μικρὰ περὶ ταύτης τοῖς χρο-
ιολογῶσιν ἢ διαφωνα ὑπάρχει, ἔ μόνον πρὸς Ἰουδαίους,
ἀλλὰ καὶ πρὸς ἀλλήλους τῶν χριστιανῶν διαφωνούντων·
περατέον ἡμῖν ὡς ἐνι συντετμημένως τὰς ἀξιολογω-
τέρας ἐκδέσθαι δόξας, καὶ τῇ Ἰουλιανῇ περιόδῳ παρα-
βλητέον, ὡς ἔδος τοῖς νῦν τὰ χρονολογικὰ πραγ-
ματευομένοις.

Α΄. Δόξα.

Κατὰ Βυζαντίους.

Κατὰ μὲν ἐν τὴν πρώτην δόξαν, ἐκ καλενδῶν
Σεπτεμβριῶν λαμβανομένης τῆς ἀρχῆς, ἀριθμῶνται
ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἄχρι τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτη
195· ἐννεηκόντα πέντε πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις· ἄχρι δὲ τῆς
Σωτηρικῆς ἐποχῆς ὀκτώ πρὸς τοῖς πεντακισχιλίοις καὶ
5508· πεντακοσίοις· ταύτην οἱ νεώτεροι καλῶσιν ἐποχὴν πο-
λιτικὴν τῶν Γραικῶν, ἢ Βυζαντικὴν· ὅτι δὲ ἐκ ἑ-
σιν ἐποχὴ κυρίως αὕτη, ἀλλὰ μᾶλλον περίοδος τεχ-

νική εἴρηται πρότερον· ἢ κατὰ ταύτην οἱ τὰ σιῆ-
 τρα τῆς νέας Ῥώμης κατεσχηκότες τὰ ἔτη ἐσήμαι-
 νον, ὡς ἐστὶν ἰδεῖν ἐν ἄλλοις τε, ἢ ἐν τῷ τόμῳ τῆς
 ἐνώσεως, τῷ γενομένῳ ἐπὶ Κωνσταντίνου ἢ Ῥωμανῶ·
 καὶ λοιπὸν ἀποφαινόμεθα κοινῇ γνώμῃ ἢ κρίσει,
 ἀπὸ γε τῆ παρόντος ἔτους, ὃ ἐστὶν ἐξάκις χιλιοσόν,
 τετρακοσιοσόν εἰκοσόν ὄγδοον, ἐπιμεμήσεως ὄγ-
 δός, τέταρτον γάμον μηδενὶ τολμᾶσαι, ἀλλ' εἶ-
 ναι ἀπόβλητον παντελῶς.

Πόρισμα. Α΄.

Ἐξ ὧν συνάγεται α΄. ὡς εἶγε, τῆ ἀπὸ κτίσεως
 κόσμου, κατὰ τὴν ἀνωτέρω δόξαν δοθέντος, ἀφαι-
 ρεθῆ ὁ 795, ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς τῶν τῆς Ἰε-
 λιανῆς περιόδου ἐτῶν ἔσαι παρασατικός· εἶδὲ προσε-
 δεθῆ τῆτοις τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου, κατὰ τὴν δόξαν
 ταύτην· οἷον τῆ παρόντος ἔτους ὃ ἐστὶν ἀπὸ τῆς Σω-
 τηρῆς ἐποχῆς χιλιοσόν ἑπτακοσιοσόν ἑβδομηκοσόν
 πέμπτον, ἀπὸ δὲ κτίσεως κόσμου ἑπτακισχιλιοσῶ
 διακοσιοσῶ ὄγδοηκοσῶ τρίτῃ λογιζομένῃ, εἴτις ἀφέ-
 λη τὸν 795 ἀπὸ τοῦ 7283, ὁ ἐναπολεπόμενος
 ἀριθμὸς 6488 τῶν τῆς Ἰελιανῆς περιόδου ἐτῶν ἔ-
 σαι δηλωτικός· τῆτέσι τὸ 7283 τῆς ἐποχῆς 6488
 ἔσαι τῆς Ἰελιανῆς περιόδου.

Πόρισμα. Β΄.

Β΄. Ὅτι ἐπεὶ τὸ ἀπὸ κτίσεως κόσμου πεντακι-
 σχιλιοσόν πεντακοσιοσόν ἑνατον σύνδρομον ἐστὶ τῆ 5509.

Σωτηρίω ἐποχῇ, δοθέντος τῆ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτους, εἴναι τὴν ἀφ' ἧς τὸν 5508 ἀριθμὸν, ἔξω τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίω ἐποχῆς, εἴναι δὲ τέτοις προαδεῖν τὸν αὐτὸν ἀριθμὸν, τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου· ἕτως εὐρίσκειται τὸ μὲν ἑπτακισχιλιῶν διακοσιοῶν ὀγδοηκοσίων τρίτον ἔτος τῆς ἐποχῆς εἶναι χιλιοσὸν ἑπτακοσιοσὸν ἑβδομηκοσίων πέμπτον ἀφαιρεμένου δηλ. τῆ 5508 ἀπὸ τῆ 7283, τὸ δὲ παρὸν ἔτος εἶναι ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἑπτακισχιλιῶν διακοσιοῶν ὀγδοηκοσίων τρίτον προσιθεμένου τῆ 5508 τῷ 1775.

Β'. Δόξα.

Κατὰ τὴν Ἱστορικὴν Ἑλλάδα.

Κατὰ τὴν β'. δόξαν ἀριθμῶνται ἀπὸ κτίσεως κόσμου, ἄχρι μὲν τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου ἔτη ὀγδοή-
 787. κοντα ἢ ἑπτὰ πρὸς τοῖς ἑπτακοσίοις· ἄχρι δὲ τῆς
 5500. Σωτηρίω ἐποχῆς πεντακόσια πρὸς τοῖς πεντακισχι-
 λίοις· ταύτης τῆς δόξης πατρὸς ὁ Ἀφρικανὸς, ὃ πα-
 ρακολαθῆσι Νικηφόρος ὁ πατριάρχης, ἢ Γεώργιος
 Μοναχός· αὕτη ὑπὸ τῶν νεωτέρων καλεῖται Αἰθιο-
 πικὴ, κοινότερον μὲν τοι ἐποχὴ Ἱστορικὴ τῶν Γραικῶν
 λειπομένη τῆς πολιτικῆς ὀκτῶ ἔτεσι.

Πόρισμα.

Ἐκ τούτων ἔπεται ὅτι προσιθεμένου τὸν 787 τοῖς δοθεῖσιν ἔτεσι τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου, εὐρεθεῖται

ἂν τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη κατὰ Ἀφρικανὸν, ἢ ἀΦαιρεθέντος τῆ ἀριθμῶ τέττε ἀπὸ τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου, γνωσθεῖη ἂν τὰ τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου· ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπ' αὐτῆς πεντακισχιλιῶν πεντακοσίων συμπίπτει τῷ ἔτει τῆς θείας σαρκώσεως, ῥαδίως ἄντις ἀγάγοι τὰ ἀπ' αὐτῆς ἔτη εἰς τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίε ἐποχῆς, καὶ τῆμπαλιθ.

Γ'. Δόξα.

Κατὰ Ἀλεξανδρεῖς.

Ἡ δὲ τρίτη δόξα, ἣτις φέρεται ἐπὶ Πανόδαρον Μοναχὸν τὴν κθ'. τῆ Αὐγύστου μηνὸς ποιῆσα ἀρχὴν, τὸ μὲν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἑπτακοσίων ὄγδοη-^{781.} κοσίων πρῶτον τῷ α'. τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου λογίζεται σύυδρομον, τὸ δὲ πεντακισχιλιῶν τετρακοσίων ἑννεηκοσίων τρίτον τῷ τῆς θείας σαρκώσεως· ἐπεὶ δὲ ^{5493.} ταύτην ἐπέεσβευον οἱ Ἀλεξανδρεῖς ἢ Ἀντιοχεῖς, διασχοι τῆτο Ἀλεξανδρικῆ, ἢ Ἀντιοχικῆ τοῖς νεωτέροις λέγεται.

Πόρισμα.

Ἐκ τέττε συνάγεται α'. ὅτι προσειθεμένον τοῦ ⁵⁴⁹³ ἀριθμῶ τοῖς ἀπὸ τῆς Σωτηρίε ἐποχῆς ἔτεσιν, ὁ ἐξ αὐτῶν συγκείμενος ἀριθμὸς τὰ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτη κατὰ Ἀλεξανδρεῖς παρήσθιν· οἷον τὸ παρὸν ἔτος ἔσαι κατὰ τὸς Ἀλεξανδρεῖς ἑπτακισχι-

λιοςὸν διακοσιοσὸν ἑξήκοσόν ὄγδοον συναφθέντος
τῆ 1775 τῷ 5493.

Β'. ἀφαιρεμένου τῆ αὐτῆ ἀριθμῶ ἀπὸ τῶν ἀπὸ
κτίσεως κόσμου ἐτῶν κατ' αὐτῆς ὁ ἐναπολειφθεὶς
ἀριθμὸς τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐτῶν ἴσαι
δηλωτικός.

Δ'. Δόξα.

Κατὰ δυτικές.

Οἱ δὲ δυτικοὶ ἔ μῶ τινὶ ἀπαριθμήσει κέχρη-
νται τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐτῶν· οἱ μὲν γὰρ ἀ-
ριθμῶσιν ἔτη ἄχρι τῆς Σωτηριᾶς ἐποχῆς τετρακισχι-
λία, οἱ δὲ πλείω, οἱ δὲ ἐλάττω· κατὰ μέντοι τὴν
κοινοτέραν αὐτῶν δόξαν τέτταρα πρὸς τοῖς τετρακι-
σχιλίοις ἀριθμῶνται ἀπὸ κτίσεως κόσμου μέχρι τῆς
Σωτηρίου ἐποχῆς· ὡσε, τὸ παρὸν ἔτος τὸ χιλιοσὸν
ἑπτακοσιοσὸν ἑβδομηκοσὸν πέμπτον, εἶναι κατ' αὐ-
τοὺς τῶν ἀπὸ κτίσεως κόσμου πεντακισχιλιοσὸν ἑπτα-
κοσιοσὸν ἑβδομηκοσὸν ἕνατον.

Ε'. Δόξα.

Πολλὰς οἱ Ἰουδαῖοι κέχρηνται ἐποχαῖς· ἢ γὰρ
ἀπὸ κτίσεως κόσμου, ἢ ἀπὸ τῆ κατακλυσμῶ, ἢ
ἀπὸ τῆς πυργοποιίας, εἴτην διανομῆς τῶν γλωσσῶν,
ἢ ἀπὸ τῆς εἰς Αἴγυπτον καθόδου, ἢ ἀπὸ τῆς ἐκεῖθεν
ἐξόδου, ἢ ἀπ' ἄλλης τινὸς τῶν ἐπισήμων, ἀριθμοῦσι

τὰ ἔτη· ἢ δὲ ἐν τοῖς καθ' ἡμᾶς κέχρηται χρόνοις ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἐστίν, ἣτις σύνδρομος ὑπάρχει τῷ ἐννακοσιῶ πεντηκῶ τρίτῳ ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου συμπύπτουσα τῇ ἐβδόμῃ τοῦ Ὀκτωβρίου μηνός, καθ' ἣν ἀριθμῶνται μέχρι τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἑπτακόσια καὶ ἑξήκοντα ἐν πρὸς τοῖς τρισχιλίοις· ἐπεὶ γὰρ ἄχρι τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς εἰσὶν ἔτη τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου 4713, ἀφαιρουμένου ἐκ τούτου τοῦ 952, λείπεται ὁ 3761, ὡς τῷ τρισχιλιῶ ἑπτακοσιῶ ἑξήκῳ πρῶτῳ κατὰ Ἰουδαίους, ἐνηνθρώπησεν ὁ κύριος.

Πορίσματα.

Ἐξ ὧν συνάγεται α'. ὅτι δοθέντος τοῦ ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, καὶ τοῦ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, καὶ τούτῳ μὲν προσιδεμένου τοῦ 3761 ἀριθμοῦ, ἐξ ἐκείνου δὲ ἀφαιρουμένου τοῦ 952, ὁ ἐξαχθεὶς ἀριθμὸς τοῦ ἀπὸ κτίσεως κόσμου ἔτους κατὰ Ἰουδαίους ἔσται δηλωτικός· οἷον δεδοσθω ἔτος μὲν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς τὸ ἐνεστὸς 1775, καὶ προτεθῆτω τούτῳ ὁ 6761, τῆς δὲ Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτος τὸ 6488, καὶ ἀφαιρεθῆτω ἀπ' αὐτοῦ ὁ 952, ἑκατέρωθεν ἐξάγεται ἡ 5536, τοῦ ἀπὸ κτίσεως κόσμου κατὰ Ἰουδαίους παρασατικῆς ἐκ τοῦ Ὀκτωβρίου μηνός ἀρξομένου, εἴγε τὸ ζήτημα πρὸ τούτου προτίθεται, εἰ γὰρ τοῦ 1775 τῷ 3661, συναπτομένου, ὁ 5536 παράγεται ἀριθμὸς, ἐπει μὲντοιγε πρὸ τοῦ Ὀκτωβρίου ἢ πρῶτις γίνεται,

πρόδηλον ὅτι οὐπω τὸ κατὰ Ἰουδαίαις ἤρξατο πεντακισχιλιοςὸν πεντακοσιοςὸν τριακοςὸν ἔκτον ἔτος, ἀλλ' ἐτι τὸ πρὸ αὐτῆ ἐνέσηκεν.

Β'. Ὅτι τῆ ἀπὸ κτίσεως κατὰ Ἰουδαίαις δοθέντος ἔτους, καὶ τέττα τῆ 3761 ἀφαιρεθέντος, ὁ ἐναπολειφθεὺς ἀριθμὸς τὸ ἀπὸ τῆς Σωτηρίαις ἐποχῆς παρεσῆσα ἔτος, ἐν ᾧ κατὰ τὸν Οἰκτώβριον μῆνα τὸ Ἰουδαϊκὸν ἀρχεται· οἷον ἔσω τὸ ἐνεστὸς ἔτος κατὰ Ἰουδαίαις πεντακισχιλιοςὸν πεντακοσιοςὸν τριακοςὸν πέμπτον, καὶ ἐπεὶ ἀφαιρεθέντος τῆ 3761 ἐκ τῆ 5535, ἐναπολείπεται ὁ 1774, πρόδηλον ὅτι τὸ δοθὲν κατὰ Ἰουδαίαις ἔτος ἐν τῷ Οἰκτωβρίῳ μηνὶ τῆ χιλιοσῆ ἑπτακοσιοςῆ ἑβδομηκοσῆ τετάρτε ἔτος τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἤρξατο.

Περὶ Οὐλυμπιάδων.

Διάσημος τοῖς πάλαι ἡ τῶν Οὐλυμπιάδων ἐποχὴ ἐκ τῆς προσεχῆς νεμηνίας τῇ θερινῇ τροπῇ ἀρχομένων, σύνδρομος ἔστα τῷ τρισχιλιοςῷ ἐνακοσιοςῷ τριακοςῷ ὀγδῶ ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου· τῷ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἑπτακοσιοςῷ ἑβδομηκοσῷ ἔκτῳ· ἐσι δὲ Οὐλυμπιάς τετραετηρεῖς, εἴτεν σύσημα τετάρτων ἐτῶν ἀπὸ Οὐλυπίας πόλειος τῆς ἐν πελοπονήσῳ Ἠλείων ἐπαρχίας τὴν προσηγορίαν λαχῆσα· πρῶτος γὰρ Ἡρακλῆς ἔχ ὁ Ἀλκμήνης κ, Διὸς, ἀλλ' εἰς τῶν Ἰδαίων δακτύλων ἐν αὐτῇ τῆς οὐλυμπιακῆς συνεσῆσατο ἀγῶνας, καὶ μετ' αὐτὸν Ἴφιτος

ὁ τῶν Ἡλείων βασιλεὺς ἀνὰ τετραετίαν ἑκάστην, τῆ-
 τῆσι πληρωθέντων τῶν τεσσάρων καὶ ἀχομένου τῆ
 πέμπτου τελειῶσαι τῆς ἀγῶνας διετάξαντο· περὶ ὧν
 ὁ Φησί καὶ Πίνδαρος ὁ ποιητής· ἔτ' Ὀλυμπίας φέρετε-
 ρον ἀγῶνα αὐδάσομεν· ταύταις ἔν οι πάλαι τῶν Ἐλ-
 λήνων ἡριθμοῦν τὰ ἔτη καὶ ἀπ' ἀλλήλων διέσελλον.

Πρόβλημα ιθ'.

Ὀλυμπιάδος ἢ τῶν κατ' αὐτὴν ἐτῶν δοθέντων, εἰς
 τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας, ἢ τὰ πρὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς
 ἔτη ἀγαγεῖν, ἢ ἀνάπαλιν.

Ἀπὸ τῆ σημαντικῆ ἀριθμῆ τῆς δοθείσης Ὀλυμ-
 πιάδος μονάδος ἀφαιρεθείσης, ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀ-
 ριθμὸς πολλαπλασιασθήτω ἐπὶ τὸν 4, ἢ τῷ γινο-
 μένῳ συναφθήτωσαν τὰ προσκείμενα ταύτῃ ἔτη, εἴγε
 τύχῳσιν ὄντα, τῆ δὲ ἐξ ἀμφοῖν ἀφαιρεθήτω ὁ 776,
 ἀριθμὸς, τοσούτοις γὰρ ἔτεσι προλαβεῖν τὰς Ὀλυμ-
 πιάδας εἴρηται τὴν Σωτήριον ἐποχὴν, ἢ ὁ λειπόμε-
 νος ἀριθμὸς τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐτῶν ἔ-
 σαι παρασατικός· εἰδὲ ἐλάττων ὑπάρχει τῆ 776,
 ὁ ἀριθμὸς ἀφαιρεθήτω ἀπὸ τῆ 776, καὶ παρῆξ ἔ-
 σοι τὰ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτη.

Ἐσω τῆ α'. ὑπόδειγμα ὁ Φησὶν ὁ Τερτυλλιάνος·
 τῷ δ' ἔτει τῆς σβ'. Ὀλυμπιάδος ἐγένετο ἔκλειψις
 ἡλίου μεγίστη τῶν ἐγνωρισμένων πρότερον, ἢ νύξ
 ὡρα ε'. τῆς ἡμέρας ἐγένετο, ὡς ἢ ἀσέρας ἐν

„ Ἐρανῶ Φανῆται· τῆ β'. ὃ Φησὶν Ἰώσηπος· Ἀλέξανδρον δὲ τεθνήσκει πάντες ὁμολογοῦσιν ἐπὶ τῆς ἑκατοστῆς τεσσαρεσκαίδεκάτης Ὀλυμπιάδος, ἦτοι τῶ α'. ταύτης ἔτει.

Εὐρεθήσεται τοίνυν τὸ μὲν τῆς ἐκλείψεως ἔτος σύνδρομον τῶ τριακοσῶ δευτέρῳ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, τὸ δὲ τῆς τοῦ Ἀλεξάνδρου τελευτῆς τῶ πρὸ ταύτης τριακοσιοσῶ εἰκοσῶ τετάρτῳ, τῶ μετ' ἀκριβείας τὸν εἰρημένον τρόπον ἐπιλογιζομένῳ.

Ἀνάπαλιν δὲ διδομένων τῶν πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, ἢ τῶν ἀπ' αὐτῆς ἐτῶν, τὰ μὲν πρὸ ταύτης ἀφαιρεθήτωσαν ἀπὸ τοῦ 776, τοῖς δὲ ἀπ' αὐτῆς προσκείσθω ὁ αὐτὸς ἀριθμὸς, εἶτα ὁ λοιπόμενος διὰ τῆς Ἀφαιρέσεως, ἢ ὁ συναγόμενος διὰ τῆς Συνάψεως ἀριθμὸς διαιρεθήτω ἐπὶ τὸν 4, τῶ δὲ πηλίκῳ προσκείσθω μονάς, ἣτις Ὀλυμπιάδος ἐστὶ σημαντικὴ ὡσαύτως καὶ τῶ ἐναπολειπομένῳ ἀριθμῶ καὶ γενήσεται ὁ μὲν ἐκ τῆ πηλίκης καὶ τῆς μονάδος τῆς Ὀλυμπιάδος, ὁ δὲ ἐκ τοῦ ἀριθμοῦ καὶ τῆς μονάδος τῶν ἐτῶν ταύτης παρασατικός· προσίθεται δὲ τῶ ἐναπολειπομένῳ ἀριθμῶ διὰ τῆς διαιρέσεως μονάς σημαντικῶ ὄντι τῶν ἐτῶν· ὅτι ἐὰν π. χ. ἐναπολείψῃ ὁ 2, τῆ β'. ἔτος ἔσαι παρασατικός ἄνευ προδήκης τῆς μονάδος· τὸ μὲν τοι ἔτος ἔσαι τρίτον, καὶ γὰρ ἡ ἀρχὴ τῆς ἀπαριθμήσεως τῶν ἐτῶν λαμβάνεται ἐκ τῆς ἀρχῆς τῆς Ὀλυμπιάδος, ἣς εἰσὶ ταῦτα ἔτη· τῆτον τὸν τρόπον ἐπὶ τῶν ἀνω-

τέρω ὑποδειγμάτων εὐρίσκειται τὸ μὲν πρὸ τῆς Σω-
τηρίου ἐποχῆς τριακοσὸν εἰκοσὸν τέταρτον εἶναι πρῶ-
τον ἔτος τῆς ἑκατοστῆς τεσσαρακαίδεκάτης Ὀλυμπι-
άδος, τὸ δὲ ἀπ' αὐτῆς τριακοσὸν δεύτερον, τέταρ-
τον τῆς διακοστῆς δευτέρας.

Περὶ τῶν ἀπὸ κτίσεως τῆς πρῆσβυτέρας Ῥώμης ἐτῶν.

Ἡ ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἐποχὴ διττὴ ἔσα ἢ
μὲν Βαρονιαάνα, ἢ δὲ Καπιτολίνα λέγεται· ὑπάρχει
δὲ ἑκατέρω συνδρομος τῇ κα'. τοῦ Ἀπριλλίου μηνός·
πλὴν ὅτι ἡ μὲν Βαρονιαάνα τὸ τρισχιλιεσὸν ἑνακοσιο-
σὸν ἑξηκοσὸν πρῶτον προσφικέωται ἔτος τῆς Ἰουλιανῆς
περιόδου, ἢ δὲ Καπιτολίνα τὸ ἐφεξῆς ἐκείνω·
ἐνθεν τοι ἢ μὲν ἔσχηκεν ἡλίου κύκλου γγ'. σελήνης
κύκλους θ'. ἰνδικτιόνα α'. ἢ δὲ ἡλίου ιδ'. σελήνης
ι'. ἰνδικτιόνα β'.

Πορίσματα.

Ἐξ ὧν ἔπεται· α'. ὅτι εἶγε προδείη τις τοῖς
ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἔτεσι τὸν 3960 ἀριθμὸν, κα-
τὰ τὴν α'. δόξαν, ἢ τὸν 3961, κατὰ τὴν β'. ἔξει
τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτη· ἔμπαλιν δὲ ἀπὸ
τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἐτῶν, ὁπότερον βουλη-
θεῖη τις τῶν ἀριθμῶν τῶν ἀφελῶν, τὰ ἀπὸ κτίσεως
Ῥώμης εὐρήσει καθ' ἑκατέραν δόξαν.

Β'. Ἐπεὶ ἡ σωτήριος ἐποχὴ σύνδρομος ἐστὶ τῷ τετρακχιλίοσῳ ἑπτακοσιοσῷ δεκάτῳ τετάρτῳ ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, πρόδηλον ὅτι τῷ αὐτῷ τέτῳ ἔτει σύνδρομον ἐστὶ κατὰ μὲν τὴν α'. δόξαν τὸ ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἑπτακοσιοσὸν πεντηκοσὸν τέταρτον, κατὰ δὲ τὴν β'. τὸ πρὸ αὐτῆς.

Γ'. Τῶν ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἐτῶν ἐλαττόνων ὄντων τοῦ 754, ἢ 753 ἀριθμοῦ, καὶ τῶν ἀφαιρουμένων ἐκείνων χωρὶς, τὰ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς γνωσθήσονται ἔτη κατ' ἑκατέραν δόξαν.

δ'. Τοῖς ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτεσιν εἰάν κροσεθῆ ὁ 753, ἢ ὁ 752, ὁ ἐξ αὐτῶν ἀριθμὸς τῶν ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης ἐτῶν ἔσται δηλωτικὸς οἷον τὸ ἐνεστὸς ἔτος αἴσοι. ὑπάρχει ὡς ὁ Βάρων πρεσβεύει, δισχιλιοσὸν πεντακοσιοσὸν εἰκοσὸν ὄγδοον ἀπὸ κτίσεως Ῥώμης.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου βασιλέως βαβυλῶνος ἐτῶν.

Ἡ τῆς Ναβονασάρου ἐποχὴ (α) συμπίπτει τῇ 3967. κς'. τοῦ Φεβρουαρίου μηνὸς τοῦ τρισχιλιοσοῦ ἑνκα-

(α) Αὕτη ἐγκρίνεται ὑπὸ πολλῶν διὰ τὸ κατ' αὐτὴν ὑπὸ τοῦ Πτολεμαίου γενέσθαι πολλὰς ἀστρονομικὰς παρατηρήσεις.

κοσμοσού ἑξήκοσού ἑβδόμου ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς
 περιόδου, τῆ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐπ-
 τακοσμοσού τεσσαρακοσῆ ἑβδόμου ἔχοντος ἡλίου 747.
 μὲν κύκλους ιδ'. σελήνης δὲ ιε'. Ἰνδικτιόνα δὲ ζ'.

Πρόβλημα. κ'.

Τοῦ ἀπὸ Ναβονασάρου δοθέντος ἔτους, εὐρεῖν τὸ
 ἔτος τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ἃ διεξοδευομένου ἰ-
 κεῖνο ἤρξατο, ἔτι δὲ ἢ τὴν ἡμέραν ἐξ ἧς
 ἤρξατο.

Εἰ μὲν τὸ δοθὲν ἔτος ἔχῃ ὑπερέχει τῆ 227 ἀ-
 ριθμῶ, προσιθέσθαι τῷ δέον τὸν 3966, εἰδὲ ὑπερέχει,
 ἀπὸ μὲν τοῦ διακοσμοσῆ εἰκοσῆ ὀγδοῦ ἔτους ἄχρι τῆ
 χιλιοσῆ ἑξακοσμοσῆ ὀγδοηκοσῆ ὀγδοῦ προαθήσθαι τὸν
 3965, ἀπὸ δὲ τῆτε ἄχρι τῆ τρισχιλιοσῆ ἑκατοσού
 τεσσαρακοσῆ ἐνάτῃ τὸν 3964, ἢ οἱ συμποσέμενοι
 ἀριθμοὶ τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἔτων ἔσονται δη-
 λωτικοί· οἷον εἰπεῖν τὸ μὲν ἀπὸ Ναβονασάρου ἑκα-
 πτοσὸν εἰκοσὸν ἑβδομον, ἐν ᾧ φησὶν ὁ Πτολεμαῖος
 ἔκλειψιν γενέσθαι τῆς σελήνης, ἥτοι τῷ ε'. ἔτα Να-
 πολλασάρου, ἐπὶ ρκζ'. ἔτος ἀπὸ Ναβονασάρου,
 κατ' Αἰγυπτίους ἀθὺς κζ'. εἰς τὴν κή. ὥρας ια'.
 ληγούσης· τοῦτο δὴ τὸ ἔτος ἤρξατο τῷ τετρα-
 κισχιλιοσῷ ἐννεηκοσῷ τρίτῳ τῆς Ἰουλιανῆς περιό-
 δου· τὸ δὲ τριακοσμοσὸν πεντηκοσὸν πέμπτον τῷ τε-
 τρακισχιλιοσῷ τριακοσμοσῷ εἰκοσῷ.

ΔΕΙΞΙΣ.

Ἐπειπερ τὰ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτη εἰσὶν Αἰγύπτια, ἐν οἷς ἡ προαθήκη τῶν ἔξ ὠρῶν ἔγινεται, συμβαίνει ἀναποδίζειν τὴν τρίτων ἀρχὴν, ἥτοι τὴν τομηθίαν τῆς θ' ἡμέρας, ἐναλλάττουσαν τὰς ἡμέρας τῆς Ἰουλιανῆς ἔτους, καὶ πρὸ μιᾶς ἡμέρας ἢ πρότερον καθ' ἑκάστην τετραετίαν ἀρχεῖσθαι· ταῦτ' ἄρα τοῦ πρώτου τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου ἐτῶν τὴν κς'. Φεβρουαρίου ἀρχὴν εἰληφότος, τὸ τέταρτον ἤρξατο ἔχει ὅτε εἰκοστὴ ἕκτη Φεβρουαρίου ἀριθμηθεῖη ἂν κατὰ Ἰούλιον, ἀλλὰ πρὸ εἰκοσι καὶ τεσσάρων ὠρῶν, εἴθουν ἡμέρας μιᾶς, τὸ ὄγδοον πρὸ δύο, καὶ τῶν λοιπῶν ἴσασον ἀναλόγως, ἄχρις ἢ τὸ διακοσιοστὸν εἰκοστὸν ἑβδομον ἀπὸ Ναβονασάρου τὴν πρώτην Ἰαννουαρίου καταλάβοι· εἰς εὐρεσιν τοίνυν τοῦ ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ᾧ συμπέσειεν ἂν τὸ δοθὲν ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτος μὴ ἐκτὸς ὄν τῶν σκζ'. προσιδέσθαι δέον τὸν 3966 ἀριθμὸν, τὸν σημαντικὸν τῶν τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἐτῶν τῶν πρὸ τῆς τῆς Ναβονασάρου δηλονότι ἐποχῆς.

Αὐθις ἐπει τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου διακοσιοστὸν εἰκοστὸν ὄγδοον ἔσχεν ἀρχὴν τὴν τοῦ Δεκεμβρίου ἐσχάτην, τὸ δὲ διακοσιοστὸν τριακοστὸν δεύτερον τὴν τριακοστὴν, τὸ δὲ διακοσιοστὸν τριακοστὸν ἕκτον τὴν εἰκοστὴν ἑνάτην, καὶ ἑφεξῆς ἀναλόγως· ἐν δὲ τῷ χιλιοσῷ τετρακοσιοσῷ ἑξημοσῷ πρώτῳ, ἐκ τῆς ἐσχάτης τοῦ Δεκεμβρίου λαμβανομένης τῆς ἀρχῆς τῆς

τῶν ἀπαριθμήσεως, πάσας τὰς τοῦ Ἰουλιανῆ ἔτους ἡμέρας ἢ τοῦ θῶθ νεομηνία διαπερῶσαν ἐξ ὑπαρχῆς τὴν ἐσχάτην τοῦ Δεκεμβρίου αὐθις ἀρχὴν ποιῆται, καὶ μέντοι ἐκ τῆ 227, καὶ 1461, συνέσεται ὁ 1688, εὐδῆλον τοῖς πᾶσιν, ὡς μέχρι τοῦ χιλιοσῆ ἐξακιοσιοσῆ ὀγδοηκοσῆ ὀγδὸς ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους τὸν 3965 ἀριθμὸν προσιδέναι χρεῶν· ἀπὸ δὲ τῆς ἄχρι τῆ τρισχιλιοσῆ ἑκατοσῆ τεσσαρακοσῆ ἐνάτου διὰ τὸν αὐτὸν λόγον τὸν 3964· ὁ γὰρ 3149 συνίσταται ἔκτε τοῦ 1688, καὶ 1461· καὶ γὰρ τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτων πλεοναζόντων τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἐλαττωθῆναι προσήκει ἔτη.

Ἴνα δὲ καὶ ἡ ἡμέρα καθ' ἣν ἤρξατο κατάδηλος γένηται, διααιρεθῆτω τὸ δοθὲν ἔτος ἐπὶ τὸν 4 ἀριθμὸν, τὸ δὲ πηλίκον ἐλαττον μὲν ὄν τοῦ 57 ἀριθμοῦ, ἀφαιρεθῆτω ἐξ αὐτῆ, μείζον δὲ ὑπάρχον, ἀφαιρεθῆτω ἐκ τῆ 422, καὶ ὁ ἐναπολειφθεὶς ἀριθμὸς τὴν ἡμέραν δηλώσει σοι, ἐξ ἧς τὸ δοθὲν ἤρξατο ἐκ καλενδῶν Ἰαννουαρίου τῆς ἀπαριθμήσεως γενομένης· οἷον ἐπὶ τῆ αὐτῆ ὑποδείγματος τῆ 127 ἐπὶ τὸν 4 διααιρεθέντος, καὶ τῆ 31 πηλίκου ἐκ τῆ 57 ἀφαιρεθέντος, λείπεται ὁ 26 ἀριθμὸς δεκανὺς τὸ ρκζ'. ἔτος ἀρξασθαι ἐκ τῆς κς'. τοῦ Ἰαννουαρίου.

Αὐθις τοῦ 355 ἐπὶ τὸν 4 διααιρεθέντος, καὶ τῆ 88 πηλίκου ἐκ τοῦ 422 ἀφαιρεθέντος, ὁ 334

εναπολείπεται ἀριθμός· ἐπεὶ δὲ τὸσαῦται ἡμέραι ἀ-
 ριθμῶνται ἀπὸ τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἄχρι τῆς ἐσχά-
 τῆς Νοεμβρίου, ἔπεται τὸ τριακοσίοσόν πεντηκοσόν
 πέμπτον ἔτος ἀρχὴν ἐσχηκέναι τὴν ἐσχάτην τῆ
 Νοεμβρίου· ὁ λόγος ἐκ τῶν εἰρημένων σαφής· τοῦ
 γὰρ 127 ἀριθμοῦ ἐπὶ τὸν 4 διαιρεθέντος τὸ
 πηλίκον παρίστησιν ἡμῖν ποσάνις ὁ 4 μετρεῖ τὸν
 127, ταῦτ' ὁ εἰπὴν πόσαι τετραετίαι πα-
 ρῆλθον ἀπὸ τοῦ α'. τῶν ἀπὸ Ναβονασάρου ἐτῶν,
 ἢ ἐπεὶ εὐρίσκονται 31, καὶ καθ' ἑκάστην τετραε-
 τίαν ἡμέραν μίαν παραμείβει ἢ τῆ θωθ νεομηνία,
 ἐν τὸσαύταις ἄρα τετραετίαις παρέμειψεν ἰσραήλ-
 μοις ταύταις ἡμέρας ἦτοι 31, ἔσχε δὲ τὸ α'. ἔτος
 ἀρχὴν τὴν κς'. τῆ Φεβρουαρίου· προσήκει τοίνυν ἐκ
 ταύτης μέχρι τῆς α'. τοῦ Ἰαννουαρίου ἑσῶν ἡμέ-
 ρων πενήκοντα ἑπτὰ ἀφαιρῆναι τὸ πηλίκον, ἵνα ἡ
 ἡμέρα γνωσθῆ, ἐξ ἧς τὸ δοθέν ἔτος ἥξατο· ὡσαύ-
 τως ἦναι τὸ πηλίκον, ὡς περ ἄνωτέρω ὁ 88, ὑ-
 περέχει τοῦ 57, προδετέον ἡμέρας 365, ὃ ἐστὶν ἔ-
 τος ἐν τῷ 57, καὶ τὸν γινόμενον ἀριθμὸν 422
 διαιρετέον ἐπὶ τὸν 4, ὅτι ὑπερῆκόντισεν ἢ τῆ θωθ
 νεομηνία τὴν α' τοῦ Ἰαννουαρίου.

Πρόβλημα. κα΄.

Τῆς ἡμέρας δοθείσης ἕτινοςῶν μηνός, τῆ δοθέντος ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους, τὴν συμπίπτουσαν ταύτῃ ἡμέραν τῆ Ἰουλιανῶ ἔτους εὔρετῖν.

Εὔρεθήτω ἡ ἡμέρα τῆ Ἰουλιανῶ ἔτους, ἐξ ἧς ἀρχεται τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου δοθέν ἔτος, καὶ προσεθήτωσαν ταῖς ἀπὸ τῆς α΄. Ἰαννουαρίου ἄχρι τῆς εὔρεθείσης ἡμέραις αἱ ἄχρι τῆς δοθείσης παρελθῆσαι ἡμέραι τῆ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους, καὶ ὁ συμποσόμενος ἀριθμὸς, εἶγε ἐλάττων εἴη τῆ 365, κοινῶ ὄντος τῆ ἔτους, ἢ τῆ 366 βισέξτε λογιζομένῃ, τῆς ζητημένης ἡμέρας τῆ Ἰουλιανῶ ἔτους ἔσται δηλωτικὸς ἐκ τῆς α΄. τῆ Ἰαννουαρίου τῆς ἀπαριθμήσεως γινομένης· εἶδε μείζων, ἐξαχθεῖη τῆ 365, ἢ τῆ 366 ἀφαιρεθήτω, ἢ ὁ 365, ἢ ὁ 366 ἐξ αὐτῆ καὶ γνωδηθήσεται ἡ ζητημένη ἡμέρα· οἷον ζητηθήτω τίνι ἡμέρᾳ τῆ Ἰουλιανῶ ἔτους σύνδρομος ἐστὶν ἡ ἐβδόμη τῆ τυβί μηνός τῆ τριακοσιοσῆ πεντηκοστῆ πέμπτη ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους· καὶ ἐπεὶ εὔρηται ἀρχὴ τῆς τῆ ἔτους ἢ ἐσχάτη τῆ Νοεμβρίου μηνός, προσκειθήωσαν ταῖς τριακοσίαις τριάκοντα τρισὶν ἡμέραις αἱ ἑκατὸν εἰκοσὶν ἑπτὰ, ἐκ δὲ τῆ ἐξ αὐτῶν ἦτοι τῆ 460, ἀφαιρεθήτω ὁ 365, καὶ ἐπεὶ ἑναπολείπεται ὁ 95, καὶ τοσαῦται ἡμέραι εὔρισκονται ἀπὸ τῆς α΄. τῆ Ἰαννουαρίου ἄχρι τῆς ε΄. τῆ Ἀπριλίου, συναίγεται σύνδρομον εἶναι ταύτῃ τὴν ζ΄. τῆ τυβί· ἐν δὲ τοῖς βισέξτοις προσθήσεται ἐν τῇ ἀπαριθμήσει τῶν

ἡμερῶν προσέτι ἡμέρα μία, εἶγε μετὰ τὸν Φεβρουάριον τύχη ἕσα ἢ ζητημένη ἡμέρα.

Εἰς εὐχερεστέρα μόντοι λύσιν τῆ προβλήματος ἐκκείδωσαν οἱ μῆνες κατὰ τε Ῥωμαίους, ἢ Αἰγυπτίους, καὶ αἱ κατ' αὐτὰς συναγόμεναι ἡμέραι.

Μῆνες Ῥωμαίων.

Μῆνες Αἰγυπτίων.

Ἰαννουάριος.	31				
Φεβρουάριος.	29	59.	Θῶθ	30	
Μάρτιος.	31	90.	Παωφι	30	60.
Ἀπριλλίος.	30	120.	Α'θὺε	30	90.
Μάιος.	31	151.	Χοϊάκ	30	120.
Ἰούνιος.	30	181.	Τυβι	30	150.
Ἰούλιος.	31	212.	Μεχίε	30	180.
Αὐγστος.	31	243.	Φαμενώθ	30	210.
Σεπτέμβρι.	30	273.	Φαεμουθι	30	240.
Ὀκτώβριος.	31	304.	Παχὼν	30	270.
Νοέμβριος.	30	334.	Παυνι	30	300.
Δεκέμβριος.	31	365.	Ἐπιφι	30	330.
			Μεσορι	30	360.
			Ἐπαγόμεναι	5	365.

Πρόβλημα, κβ'.

Τοῦ ἀπὸ Ναβονασάρου ἔτους δοθέντος, τὸ πρὸ
 τῆς Σωτηρίου, ἢ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς
 ἔτος εἶρεν, ὡπερ συμπίπτει τὸ
 δοθέν.

Εἰ μὲν τὸ δοθέν ἔτος ἔχῃ ὑπερέχει τῆ 747,
 ἀφαιρεθέντος α'. ἐξ αὐτῆ τῆ 2, ὁ ἐναπολειφθεὶς
 ἀριθμὸς ἀφαιρεθῆτω ἐκ τῆ 747, καὶ ὁ λοιπόμε-
 νος ἀριθμὸς τῶν πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἐτῶν
 εἶσαι δηλωτικός· οἷον δοθέντος τῆ ἀπὸ Ναβονασά-
 ρου πεντακοσιοσῆ πεντηκοσῆ τετάρτη ἀφήρηται α'.
 ἐκ τῆ 554 ὁ 2 ἀριθμὸς, καὶ ὁ λοιπόμενος 552,
 ὁμοίως ἀφήρηται ἐκ τῆ 747, ἐναπολειφθεὶς δὲ ὁ
 195, παρέστησεν τὸ ἀπὸ Ναβονασάρε δοθέν ἔτος
 συμπίπτειν τῷ πρὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἑκατοσῶ
 ἐννενηκοσῶ πέμπτῳ· ἢ πρᾶξις τὸ πῖσόν ἔχει ἐκ
 τῶν ἀνωτέρω εἰρημένων· καὶ γὰρ εἰ τὰ ἀπὸ Ναβο-
 νασάρε ἔτη σύνδρομα ὑπῆρχον τοῖς Ἰβλιανοῖς, ἐξήρ-
 κει μονάδος μόνης ἀφαιρέσει τῆ ζητημένε τυχεῖν,
 ὡς ἐπὶ τῆ προκειμένε ὑποδείγματος ἀφελεῖν ἐκ τῆ
 554 μονάδα, ἄλλως γὰρ ἂν τὸ συμπίπτον τῷ δο-
 θέντι ἔτε εὔρεθῆσεται, ἀλλὰ τὸ τέτῳ ἐφεξῆς·
 ἐπεὶ δὲ τὸ ἀπὸ Ναβονασάρου πεντακοσιοσὸν πεντηκοσὸν
 σέταρτον ἂν εἴη σύνδρομον τῷ πεντακοσιοσῶ πεντηκοσῶ
 τετάρτῳ τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου, ἀλλὰ τῷ πεντακο-
 σιοσῶ πεντηκοσῶ τρίτῳ, ὑπερέβη γὰρ τὴν λ'. Ἰαν-
 νοουαρίου τὸ Φνδ'. ἔτος ὑπερέχον τῆ σηζ'. εἰάν α-

Φέλητις τὸν 553, ἔχ. εὐρήσει τὸ συμπύκτον τῷ δο-
θέντι ἔτει, ἀλλὰ τὸ ἐφεξῆς τάτω, διάτοι τῆτο ἀ-
φαιρέται ἐκ τῆ 554 ὁ 2.

Εἶδὲ τὸ ἀπὸ Ναβονασάρε ἔτος μείζον μὲν εἶναι
τῆ 747, ἔλαττον δὲ τῆ 1688, ἀφαιρεθήτω ἐξ
αὐτῆ μονάς· εἶδ' αὖθις μείζον τῆ 1688, μὴ μὲν
τοι μείζον τῆ 3149, ἀφαιρεθήτω δυάς, καὶ οἱ
λεπόμενοι ἀριθμοὶ τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς
ἑτῶν ἔσονται δηλωτικοί· τῆτον τὸν τρόπον εὐρίσκε-
ται τὸ ἀπὸ Ναβονασάρε ὀκτακοσιοσὸν πεντηκοσὸν
ἕνατον συμπύκτον τῷ ἑκατοσῷ δεκάτῳ πρώτῳ ἀπὸ
τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς.

Περὶ τῶν ἀπὸ Φιλίππου τῆ Αἰθιοπίας ἑτῶν.

Τὸ πρῶτον τῶν ἀπὸ Φιλίππου ἑτῶν σύνδρομον
εἶναι τῷ τετρακισχιλιοσῷ τριακοσιοσῷ ἐννενηκοσῷ τῆς
Ἰουλιανῆς περιόδου, καὶ τῷ ἀπὸ Ναβονασάρου τε-
τρακοσιοσῷ εἰκοσῷ πέμπτῳ· ἐσχηκὸς τὴν ἀρχὴν
ἐκ τῆς κβ'. τῆ Νοεμβρίου μηνός· ἐν ᾧ ἡλίου μὲν
κύκλοι κβ'. σελήνης δὲ α'. Ἰνδικτιῶν α'. εἰσι δὲ τὰ
ἔτη ταῦτα παρακλήσια τοῖς Αἰγυπτίοις ἐκ τρια-
κοσίων καὶ ἑξήκοντα πέντε ἡμερῶν συνιστάμενα,
ταῦτ' ἄρα ἔδὲ περιττολογεῖν προσήκει περὶ ἀναγω-
γῆς τῶτων εἰς τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου· ἀναχ-
θῆσονται γὰρ κατὰ τὰ ἀπὸ Ναβονασάρου· ἢ ἐπει

τὸ α'. τῶν ἀπὸ Φιλίππου σύνδρομον ἐστὶ τῷ υκί.
 ἀπὸ Ναβονασάρου, ἔξῃσι τῷ δοθέντι ἀπὸ Φιλίππου
 προσιδέναι τὸν 424, καὶ εὗρισκέν τὸ ἀπὸ Ναβονα-
 σάρου ἔτος τὸ συμπίπτον καὶ συναρχόμενον τῷ δο-
 θέντι ἔτει. ἔτινος κατὰ τὰ προσηρημένα εἰς
 τὰ τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου ἀγομένου, γενήσεται δῆ-
 λον, τίμῃ ἔτει τῆς περιόδου ταύτης συντρέχει τὸ
 δοθέν.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ἀλεξάνδρου τῆ μεγάλου ἐτῶν.

Τὰ ἀπὸ Ἀλεξάνδρου ἔτη Σελευκιδῶν ἔτη κοινό-
 τερον λέγονται, ἐκ Σελεύκου τῆ τῶν Βαβυλωνίων
 βασιλείας τὴν ἐπωνυμίαν λαχόντα, ἀφ' ἧ καὶ ἡ
 ἀρχὴ τῆς τέτων ἀπαριθμήσεως λαμβάνεται, δώ-
 δεκα ὅλοις ἔτεσιν ὑπερῖζοντα τῆς τῆ Ἀλεξάνδρου
 τελευτῆς· ἐκ γὰρ ταύτης ἀρχονται τὰ ἀπὸ Φιλίπ-
 που τῆ Ἀριδαίης τῆ ἀδελφῆ αὐτῆ, ὃν οἱ Μακεδόνες
 μετὰ τὴν τοῦ Ἀλεξάνδρου ἀποβίωσιν βασιλεῖα
 προσελθόντο· καὶ γὰρ ὁ Ἀλέξανδρος τεθνήκειναι λέ-
 γεται τῷ τετρακισχιλιοσῷ τριακοσιοσῷ ἐννενηκοσῷ
 ἔτει τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, τὰ δὲ τῶν σελευκιδῶν
 ἔτη ἀρχονται ἐκ τῆ τετρακισχιλιοσῆ τετρακοσῆ
 δευτέρῃ ἐκ Καλενδῶν Ὀκτωβρίῃ, ἐν ᾗ ἡλίου μὲν
 κύκλοι ε'. σελήνης δὲ γ'. ἰνδικτιῶν δὲ ζ'. τὴν τέ-
 των ἀρχὴν καλεῖσιν οἱ ἄραβες ταριχ διλκαλαῖμ,
 καὶ τῆσιν ἐποχὴ τῆ δικέρωτος· ᾧ δὲ ὄνόματι ἐκείνου

τὸν Ἀλέξανδρον ὑπαινίττοντο · δοθέντος δέ τινος ἔτους τῆς ἐποχῆς ταύτης εὐρέσασεν ἄντις εὐαδίως τὸ σύνδρομον τέτρω τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου ἔτος, προφθεῖς τῷ δοθέντι τὸν 4401 ἀριθμὸν· οἷον τὸ ἀπὸ Ἀλεξάνδρου χιλιοσὸν διακοσιοσὸν δεύτερον συμπίπτει τῷ πεντακισχιλιοσῷ ἑξακοσιοσῷ τρίτῳ τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου, ἀρχομένῃ τῆ τισσῆν, ὅς ἐστὶ ἀ. μὴν τῆ ἔτους συναρχόμενος τῷ Οἰκτωβρίῳ, τῶν γὰρ τοιούτων ἐτῶν οἱ μῆνες συρικοί.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ἰουλίου Καίσαρος ἐτῶν,
καὶ τῶν ἀπὸ τῆς ἐν Ἀκτίῳ νίκης.

Τὰ μὲν ἀπὸ Ἰβλίου Καίσαρος ἔτη ἀρχονται ἐκ Καλενδῶν Ἰανουαρίῃ τῆ τετρακισχιλιοσῆ ἑξακοσιοσῆ ἑξηκοσῆ ἐνάτῃ ἔτους τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου· τῆ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίῃ ἐποχῆς τεσσαρακοσῆ πέμπτη, ἐκ τῆ τῆς Κονφρζιόνος χρόνῃ, καὶ ὅν ὁ Καίσαρ διὰ Σωσιγένης, ὡς εἴρηται, τὸ ἡλιακὸν ἔτος ἐπηρεασάσατο· κοινότερον μέντοι ἀρχὴ τέτων τὸ ἐφεξῆς ἔτος τῆς Κονφρζιόνος ἔτους, ἐν ᾧ ἡλίου μὲν κύκλοι καὶ σελήνης δὲ ἰδ. Ἰνδικτιῶν δὲ δ'.

Τὰ δὲ ἀπὸ Αὐγύστου Καίσαρος, ἃ καὶ Ἀκτικὰ καλεῖται, ἀπὸ τῆς Ἀκτίου τῆς ἡπίρας, ἐν ᾧ Αὐγύστου Ἀντώνιον καὶ Κλεοπάτραν ἐτροπώσατο, τὴν ἐπωνυμίαν λαβόντα, ἀρχεται ἐκ τῆς κθ. τοῦ

Αὐγύστη μῆνος τῆ ἐπομένῃ τῆς μάχης ἔτος, ὅπερ ὑπάρχει σύμφορον τῷ τετρακισχιλιοσῷ ἑξακοσιοσῷ ὀγδοηκοσῷ τετάρτῳ ἔτει τῆς Ἰβλιανῆς περιόδου, τῷ δὲ πρὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς τριακοσῷ, ἐν ᾧ ἤλιος μὲν κύκλοι ἡ. σελήνης δὲ εἰ. Ἰνδικτιῶν δὲ δ'.

Σχόλιον.

Περὶ κοινωνίας καὶ διαφορᾶς Ἰβλιανῆς ἔτους καὶ ἀκτιακῆς.

Κοινωνῶσι μὲν τὰ ἔτη ταῦτα πρὸς ἄλληλα, καὶ ὅτι ἕκαστον τῶν διαίρεται εἰς κοινὸν καὶ ἐμβόλιμον· διαφέρει δὲ α'. τοῖς τῶν μηνῶν ὀνόμασι, καὶ τῇ ποσότητι τῶν κατ' αὐτὰς ἡμερῶν· ἐν γὰρ τοῖς ἀκτιακοῖς ἔτεσιν οἱ μῆνες οἱ αὐτοὶ εἰσὶν, οἵτινες καὶ τοῖς ἀπὸ Ναβονασάρας ἔτεσι· β'. ὅτι διάφορον ἔχουσι τὴν ἀρχὴν, τῆ μὲν γὰρ Ἰβλιανῆ ἀρχὴ ἡ α'. Ἰαννουαρίου, τῆ δὲ ἀκτιακῆ ἡ κδ'. Αὐγύστη· γ'. διενηνόχατον τῷ ἐμβολισμῷ, ὅτι ἐν μὲν τοῖς Ἰβλιανοῖς ἔτεσιν ἡ προσιδεμένη ἡμέρα παρεσάγεται μεταξὺ τῆς κγ. καὶ κδ'. Φεβρουαρίου, ἐν δὲ τοῖς ἀκτιακοῖς μεταξὺ τῆς κη. καὶ κδ'. Αὐγύστη· οἱ γὰρ Αἰγύπτιοι ἅμα τῷ ὑποταγεῖναι Ῥωμαίοις, καὶ τὸ ἀριθμεῖν κατ' ἐκείνης τὰ ἔτη ἐδέξαντο, ἐπεὶ δὲ τότε τῆς κατ' αὐτὴς ἐποχῆς ἔτος ἦν ἑπτακοσιοσὸν εἰκοσὸν τέταρτον, τῆ δὲ 724 ἀριθμῷ ἐπὶ τὸν 4 διαίρεμένῃ, παράγεται πηλίκον ὁ 181 ἑκατὸν ὀγδοήκοντα καὶ μίας ἡμέρας σημαντικός, εἰ ἔμελλον ἐκεῖνοι ἐξισῶσαι τὰ κατ' αὐτὴς ἔτη

τοῖς Ῥωμαϊκοῖς ἑκατὸν ὀγδοήκοντα ἢ μίᾳ ἡμέρᾳ
 ἐλλείποντες, ἔχρηθ' ἀριθμῆσαι ἢ ταύτας μέχρι Ἰαν-
 ναρίων, ἢ τὰς ἀπὸ τῆς α'. τῷ αὐτῷ μηνὸς ἄχρι
 τῆς κθ'. Αὐγύστου, ἐξ ἧς ἡ ἀρχὴ τῷ οἰκίῳ ἔτος
 ἦτοι ἡμέρας 241. τοσαῦται γὰρ εἰσὶν αἱ ἀπὸ
 τῆς α'. μέχρι τῆς κθ'. καὶ δὴ τῆτο πεποιηκότες,
 Ἰσάριθμα ἔσχον τὰ ἔτη τοῖς Ῥωμαϊκοῖς, ἢ ἀρχό-
 μενα ἀπὸ τῆς κθ'. Αὐγύστου, πλὴν τῶν τοῖς ἐμβο-
 λήμοις κατ' αὐτὰς προσεχῶς ἐπομένων. ταῦτα γὰρ
 διὰ τὴν προδήκην ἢ ἑτέρας ἡμέρας παρὰ τὰς ἐπα-
 γομένας, ἦν ἀπαιτεῖ ἢ τῶν βισέξτων ἀκολουθία ἐκ
 τῆς λ'. Αὐγύστου τὴν ἀρχὴν λαμβάνει· ταύτην ἔν
 τὴν ἐμβόλιμον ἡμέραν συνηριθμῆν ταῖς πέντε ἐ-
 παγομέναις, μεταξύ τῆς κη'. καὶ κθ'. ὁμοίως ἐ-
 κείναις παρεσάγοντες, καὶ τῆτου τὸν τρόπον ἐτε-
 λείτο κατ' αὐτὰς ὁ ἐμβολισμὸς, προοδεῖς ἐν ταῖς
 ἐμβολήμοις ἔτεσι πρὸς ταῖς πέντε ἐπαγομέναις καὶ
 ἕκτην λέγω τὴν ἐμβόλιμον. τελευταῖον διαφέρει
 τὰ ἔτη ταῦτα, ὅτι ἑτὰ αὐτὰ Ῥωμαῖοις ἢ Αἰγυπ-
 τίοις εἰσὶν ἐμβόλιμα· ἀλλ' αἰετὸ πρὸ τῷ Ῥωμαϊκῷ
 βισέξτε ὑπέσχετο παρ' ἐκείνοις ἐμβόλιμον, τὸ δὲ ἐ-
 φεξῆς τῆτω ἔχει ἀρχόμενον τὸν θωθ' ἐκ τῆς λ'.
 Αὐγύστου· οἷον τὸ ἐνεστὸς ἔτος τρίτον ἐστὶ ἀπὸ βι-
 σέξτε, ἢ πρὸ βισέξτε· ἐν τῆτω τοίνυν τῷ ἔτει
 αἰοέ. εἶπερ εἰσέτι ἢ νῦν ἐν χεῖρῃ ἦσαν τὰ ἀκτια-
 κὰ ἔτη γινομένης τῆς προδήκης μεταξύ τῆς κη'.
 καὶ κθ'. Αὐγούστου, συνέβαινε τὸ ἀκτιακὸν ἀρχε-
 σθαι ἐκ τῆς λ'. Αὐγούστου· ἑαδίως δ' ἄντις ἀγά-
 γοι τὰ ἔτη ταῦτα εἰς τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἔπο.

χῆς, ἢ τῆμπαλιν, τῇ ἀφαιρέσει ἢ προσθείσει τῆ 45, ἢ 30 ἀριθμῶ· οἷον δοθέντων τῶν ἀπὸ Ἰου-
 λίου ἐτῶν ἀφελῶν τὸν 45, τεύξεται τῶν ἀπὸ τῆς
 Σωτηρίας ἐποχῆς ἐτῶν· τέτων γὰρ ὁ λειπόμενος ἀ-
 ριθμὸς ἐστὶ παρασατικός· δοθέντων δὲ τῶν ἀπὸ τῆς
 Σωτηρίας ἐποχῆς προσθεῖς τὸν 45, εὗρήσει τὰ ἀπὸ
 Ἰηλίου· εἰδὲ τὰ ἀπὸ Αὐγύστου παραβάλλει τοῖς ἀπὸ
 τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς ἀφελῶν, ἢ προσθεῖς τὸν 80,
 ἐκ ἀσοχήσει τῆ ζητημένη· τῆτον τὸν τρόπον εὗρε-
 σκεται τὸ μὲν ἀπὸ Αὐγύστου χιλιοσὸν ὀκτακοσιοσὸν
 ἕκτον, ἀπὸ τῆς Σωτηρίας ἐποχῆς χιλιοσὸν ἑπτακοσιο-
 σὸν ἑβδομηκοσὸν ἕκτον, τὸ δὲ ἑνεσὸς, ἀπὸ Αὐγού-
 στου αἰε'.

Περὶ τῶν ἀπὸ τῆ μισοχρείου Διοκλητιανῆ νῆ ἐτῶν.

Τὰ ἀπὸ Διοκλητιανῆ ἔτη ἀρχονται ἐκ τῆς κθ'.
 Αὐγύστου τῆ τετρακισχιλιοσῆ ἑννακοσιοσῆ ἑνενηηκοσῆ
 ἑβδόμου ἔτους τῆς Ἰηλιανῆς περιόδου· οἱ Αἰθίοπες
 ταῦτα καλῶσιν ἔτη τῆς χάριτος, ἢ κατ' αὐτὰ ἐκ-
 κλησιασικῶς ἀριθμῶσι τὰ ἔτη, ἢ μόντοι συνεχῶς,
 ἀλλὰ περιοδικῶς· τῶν γὰρ πεντακοσίων τριάκοντα
 δύο ἐτῶν πληρωθέντων, ταῦτο δ' ἐστὶν εἰπεῖν τῆς
 κατὰ Βίκτωρα περιόδου, ἐξ ὑπαρχῆς ἀρχονται τῆς
 ἀπαριθμήσεως, ὡς τὸ πεντακοσιοσὸν τριακοσὸν τρί-
 τον λέγεσθαι πρῶτον· ὑφ' ἑτέρων δὲ καλεῖται ἢ
 τέτων ἀρχῆ, Μαρτύρων ἐποχή.

Πρόβλημα.

Τῆ ἀπὸ τῆς Σωτηρείου ἐποχῆς ἔτους δοθέντος τὸ ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν Μαρτύρων εὔρεϊν, καὶ τοῦμπαλιν.

Δοθέντος τῆ ἀπὸ τῆς Σωτηρείου ἐποχῆς ἔτους ἀφαιρεθῆτω ἐξ αὐτῆ ὁ 283 ἀριθμὸς, ὁ δὲ ἐναπολειφθεὶς εἰμὲν ἐλάττων εἶη τῆ 532, τῆ ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν Μαρτύρων ἔτους ἔσαι δηλωτικὸς, εἰδὲ μείζων, διαιρεθῆτω ἐπ' αὐτὸν, καὶ τὸ μὲν πηλίκον τῶν περιόδων, ὁ δὲ λειπόμενος ἐπὶ τῆς διαιρέσεως ἀριθμὸς τῆ ζητημὲν ἔτους ἔσονται δηλωτικά· οἷον ἀπὸ τῆ ἐνεσῶτος ἔτους ἀφαιρεθῆτω ὁ 283, καὶ ὁ λειπόμενος 1492, τῶν ἀπὸ τῆς ἐποχῆς τῶν Μαρτύρων ἔσαι σημαντικὸς· ἀλλ' ἐπεὶ μείζων ἐστὶ τῆ 532, διαιρεθῆτω ἐπ' αὐτὸν, καὶ ἐπεὶ παράγεται πηλίκον μὲν ὁ 2, λείπεται δὲ ὁ 428, δῆλον ὅτι τὸ ἐνεσὸς ἔτος ὑπάρχει τετρακοσιοσὸν εἰκοσὸν ὄγδοον ἀπὸ τῆς τῶν Μαρτύρων ἐποχῆς, τῆς τρίτης μέντοι περιόδου ἐκ τῆς κθ'. τῆ Αὐγῆς ἀρχόμενον.

Δοθέντος δὲ τῆ ἀπὸ τῆς τῶν Μαρτύρων ἐποχῆς ἔτους, εἰμὲν τῆς α'. περιόδου τύχη ὄν. συναφθῆτω τῆτω ὁ 283, εἰδὲ τῆς β'. ἢ τῆς γ'. προσεθῆτω αὐτῶ ἔτι ἀπαξ, ἢ δις ὁ 532, καὶ ὁ συμποσούμενος ἀριθμὸς δηλώσει σοι τὰ ἀπὸ τῆς Σωτηρείου ἐποχῆς ἔτη.

Περὶ τῶν ἀπὸ τῆς Αἰγίρας ἐτῶν, εἴ-
 τουν τῶν ἀπὸ τῆς φυγῆς τοῦ
 Μωάμεθ.

Ἡ ἐποχὴ, ἣ κέχρηται οἱ τὴν δεινὴν αἰχμα-
 λωσίαν ἡμᾶς αἰχμαλωτίσαντες, καὶ ὀσημέραι
 τυραννικῶς καταπιέζοντες, σύνδρομος ἐστὶ τῇ ιε'. τῆ
 Ἰουλίου μηνός, τῆ πεντακισχιλιοσῆ τριακοσιοσῆ τρια-
 κοσοῦ πέμπτου ἔτους τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ἀπὸ
 δὲ τῆς Σωτηρικῆς ἐποχῆς ἑξακοσιοσῆ εἰκοσῆ δευτέρη,
 ἐν ᾧ ἡλίου μὲν κύκλοι ιε'. σελήνης δὲ ιε'. ἰνδικτιῶν
 δὲ ι'. ἧτις τὴν γένεσιν ἴσχει ἐκ τῆς φυγῆς, αἰγίρας
 ἀραβισι λεγομένης τῆ παρ' αὐτοῖς προφῆτε Μωά-
 μεθ, ἐκ Μένας εἰς Μεδίην· ἢ γὰρ τὰ περὶ τὴν
 θερησκίαν νεωτερίσας, ἢ ἀσεβείας ἀλλῆς, τῇ φυ-
 γῇ ταύτῃ τὴν Σωτηρίαν ἐπείατο· ἔνιοι τῶν ἀερο-
 νόμων τῇ ιε'. τῆ Ἰουλίου μηνός αὐτὴν προσοικεῖ-
 σιν· ἀλλ' ἡ κοινοτέρα δόξα τῶν ὀπαδῶν ἐκεῖνε συν-
 δρομον ποιᾷται τῇ ιε'. ὡς εἴρηται.

Περὶ τῶν ἀπὸ Ἑξδεγέρδου ἐτῶν

Ἡ Ἑξδεγερδικὴ, ἧτις καὶ Περσικὴ ἐποχὴ λέ-
 γεται, συμπάτεται τῇ ιε'. τῆ Ἰανίου μηνός τῆ πεν-
 τακισχιλιοσῆ τριακοσιοσῆ τεσσαρακοσῆ πέμπτῃ ἔ-
 τος τῆς Ἰουλιανῆς περιόδου, ἢ ἑξακοσιοσῆ τριακοσῆ
 δευτέρῃ ἀπὸ τῆς Σωτηρικῆς ἐποχῆς· ἐν ᾧ κύκλοι ἡ
 λίου μὲν κέ. σελήνης δὲ ε'. ἰνδικτιῶν δὲ ε'. ἀπὸ

Υεζδεγέρδου ύσάτου βασιλέως Περσῶν τὴν ἐπωνυμίαν λαβῶσα, ἐν τῇ πρὸς Σαρακηνὸς συμπλοκῇ πεσόντος.

Περίβλημα.

Τῆ ἀπὸ Υεζδεγέρδου ἔτους δοθέντος τὸ ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτος εὐρεῖν, ἢ διεξοδευομένου ἐκεῖνο ἤρξατο, πρὸς δὲ καὶ τὴν ἡμέραν ἐξ ἧς ἤρξατο.

Ἐπεὶ περὶ τὸ περσικὸν ἔτος ἐκ πέντε καὶ ἐξήκοντα πρὸς ταῖς τριακοσίαις συνίσταται ἡμερῶν, ἢ χαλεπὸν τὸ ζητῶμενον εὐρεῖν κατὰ τὰ εἰρημένα ἐν τοῖς ἀπὸ Ναξονασάρου ἔτεσι· τῆτεςι ἐν μὲν τοῖς μὴ ὑπερβεβηκόσι τὴν α'. τῆ Ἰαννουαρίου προσιδέντας τὸν 631 ἀριθμὸν, ὅσις παρασατικός ἐστὶ τῶν ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς ἔτων παρωχηκότων μέχρι τῆς Υεζδεγγικῆς ἐποχῆς, ἐν δὲ τοῖς ὑπερβεβηκόσι ταύτην τὸν 630· τῆτου γὰρ γενομένου, ὑποδείγματός χάριν, εὐρεθήσεται τῷ τετρακοσιοσῷ εἰκοσῷ Περσικῷ συμπίπτει τὸ χιλιοσὸν πεντηκοσὸν πρῶτον ἀπὸ τῆς Σωτηρίου ἐποχῆς, τὸ δὲ ὀκτακοσιοσὸν πεντηκοσὸν τῷ χιλιοσῷ τετρακοσιοσῷ ὀγδοηκοσῷ· ἐπεὶ γὰρ τὸ Περσικὸν ἔτος ἀναποδίζει καθ' ἐκάστην τετραετίαν ἡμέραν μίαν, ἢ ἀπὸ τῆς 15· Ἰουνίου, ὅθεν πρῶτον ἔλαβε τὴν ἀρχὴν ἀρχὴ τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἀριθμῶνται ἡμέραι 167, συνάγεται ἐν διαστήματι ἔτων 668· τσαῦτα γὰρ ἔτη παράγονται πολλαπλασιαζομένου τῆ 167 ἐπὶ τὸν 4, μὴ ὑπερβῆναι

τὸ ἔτος τὴν α'. τῆ Ἰαννουαρίου, μήτε μὴν μεταβῆναι εἰς τὸν Δεκέμβριον μῆνα· ἔνθεν τοι ἐλάττονος ὄντος τοῦ ἀριθμοῦ τῶν Περσικῶν ἔτων τοῦ 668 ἀριθμοῦ, προσίθεται τούτοις ὁ 631, μείζωνος δὲ ὑπάρχοντος, ὁ 630· εἰς εὐρεσιν δὲ τῆς ἡμέρας χρησιῶν τῇ διαιρέσει τῆ ἀριθμοῦ τῶν ἔτων ἐπὶ τὸν 4, καὶ τῇ ἀφαιρέσει τῆ πληκίου ἀπὸ τῆ ἀριθμοῦ τῶν ἡμερῶν δηλονότι ἢ τῆ 167, ἢ τῆ 532, ἤνικα τὸ πληκίον ὑπάρχει μείζων τῆ 167· τότε γὰρ προσίθεται τῇ 167 ὁ 365, αἱ ἐνὸς ἔτους δηλ. ἡμέραι, καὶ γίνεται ὁ 532· οἷον δοθέντος τοῦ τετρακοσιοσῆ εἰκοσῆ διαιρεθῆτω ὁ 420 ἐπὶ τὸν 4, τὸ δὲ πληκίον ὁ 105 ἀφαιρεθῆτω ἀπὸ τῆ 167, καὶ ὁ ἑναπολειφθεὶς ἀριθμὸς 62 ἐνδείξεται σοι τὴν β'. Μαρτίου· ἀπὸ γὰρ τῆς α'. Ἰαννουαρίου ἄρχει τῆς β'. Μαρτίου ἐξήκοντα δύο ἡμέραι ἀριθμῶνται ὄντος τοῦ ἔτους βισσέξτου.

Παρὰ τὰς ἐκτεθείσας ἐποχὰς, εἰσι μὲν καὶ ἄλλαι, οἷον ἡ τῶν Ἀντιοχέων, ἡ τῶν Τυρίων, ἡ τῶν Λαοδικέων, καὶ ἄλλων· ἐπεὶ δὲ ἕδεμία χρησις τέτων, ἢ πάνυ βραχεῖα περὶ αὐτῶν γίνεται μνήμη, ἐν ταῖς τῶν ἀρχαίων Ἱστορίαις· ἡμῖν δὲ ἡ πρόθεσις ἦν περὶ τῶν ἀξιολογωτέρων εἰπεῖν, καὶ οἷς ἐκεῖνοι κέχρηται ἐν τοῖς σφῶν αὐτῶν συγγράμμασιν, Ἰκανὰ καὶ τὰ μέχρι τῆδε περὶ αὐτῶν εἰρημένα.

Μόνω δὲ σοφῷ Θεῷ κράτος, αἶνος,

δόξα εἰς αἰῶνας

Ἀμήν.

Παροξάματα.

Σελ. 37. 48. Γρ. 46. σελ. 44. 15. Γρ. $\frac{15}{\eta}$ σελ. 48. τούτων.

Γρ. τούτου. σελ. 49. αα. Γρ. α+α. σελ. 51. αβγ²δ. Γρ. 2αβγ²δ.
σελ. 76. β. Γρ.—β. σελ. 78. α²χ². Γρ. α²—χ². σελ. 83.

$\frac{2^3}{\chi}$. Γρ. $\frac{2^7}{\delta}$. σελ. 94. ζδ. Γρ. ζη. σελ. 101. $\frac{2^7}{\beta}$. Γρ. $\frac{2^7}{\beta}$.
σελ. 108. (16'''' : 4''' Γρ. (16'''' . 4'' . 4'''. σελ. 117. 032.

Γρ. 0,32. αυτ. 05. Γρ. 0,5. σελ. 127. γε. Γρ. γ—ε. σελ. 138.
 $\frac{3}{\alpha} - \frac{8}{22}$. Γρ. $\frac{8\alpha - 8}{2}$. σελ. 164. παιδίον εν Γρ. παιδία τέσσαρα.

σελ. 199. χ². Γρ. 2χ². αυτ. $\frac{\beta\alpha^2}{2}$. Γρ. $\frac{\beta - \alpha^2}{2}$. σελ. 201. 65

Γρ. 165. σελ. 202. ($\frac{2241}{4}$.) Γρ. ($\frac{2421}{4}$.) σελ.

235. ἐκείθεν. Γρ. ἐκείθεν. σελ. 244. ατοίνυν τοπον. Γρ.
τοίνυν ατοπον. σελ. 252. του. Γρ. του. σελ. 272. ημέρα. Γρ.

ημέρα. σελ. 289. Εὐσοβίω. Γρ. Εὐσεβίω. χ 255. των. Γρ. τῶν.
297. Ιούλιου. Γρ. Ιουλίου. σελ. 300. τούτω. Γρ. τούτω καὶ

303. δόξαν. Γρ. δόξαν. σελ. 306. τῶν τῶν. Γρ. τῶν ἐτῶν.
σελ. 322. πακταί. Γρ. ἐπακταί. σελ. 323. τοῦ ταῖς XXIV.

Γρ. τοῦ XXIV. σελ. 327. τινός. Γρ. τινός. αυτ. ἐννεακαιδεκα-
τηρίδος. Γρ. ἐννεακαιδεκατηρίδος. σελ. 328. αὐτήν. Γρ. αὐτήν.
χ 329. πρόκειται. Γρ. πρόσκειται. χ 350. εἰς. Γρ. εἰς.

„Εἰς τὸ, Ὀλβιε Πυθαγόρη. Σελ. 145.
 $\chi = \frac{\chi}{2} + \frac{\chi}{4} + \frac{\chi}{7} + 3$ ὅ ἐστιν ἴσον α.

$56\chi = 28\chi + 14\chi + 8\chi + 168 = 56\alpha$
ἀκραιώσει
συνάψει

$56\chi = 50\chi + 168 = 56\alpha$
ἀφαιρέσει

$56\chi - 50\chi = 168 = 56\alpha$
ἤτοι

$6\chi = 168 = 56\alpha$
ἄρα

$\chi = \frac{168}{6} = 28, \alpha = \frac{56\alpha}{6} = 9\alpha + \frac{2}{3} = \frac{1}{3}$. ἢ οὗτος ἐστὶν ὁ ζῆ-
τούμενος.
{ 56α
65
{ 9α + $\frac{2}{3}$ = $\frac{1}{3}$ α
 $\frac{2}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} = \frac{1}{3} = 1$
 $\frac{1}{3}$